

Параллельный алгоритм преобразования Фурье с нерегулярной на регулярную сетку

Матвеев Алексей, ФИТ НГУ

Преобразование Фурье на нерегулярных сетках

$$F_l = \sum_j^N f_j e^{-i2\pi\omega_l x_j} \quad O(N^{2m})$$



$$FFT - O(N^m \log N)$$

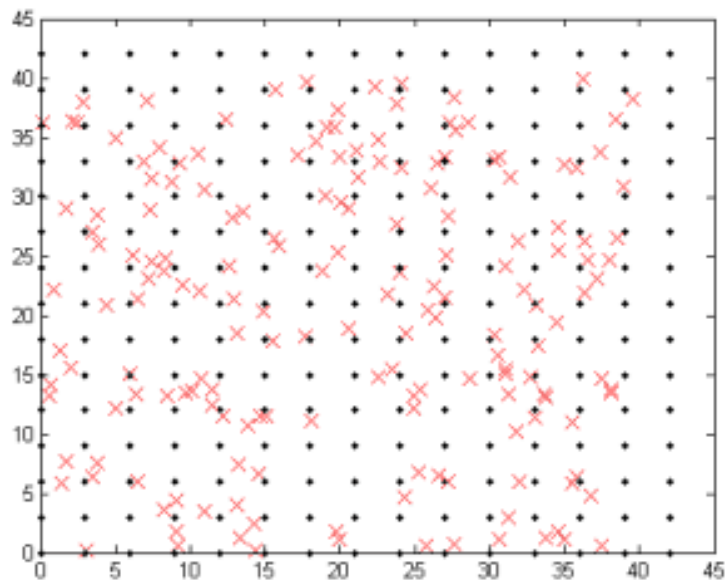
(MKL, FFTW, CUFFT...)

$$USFFT - O(N^m \log N)$$

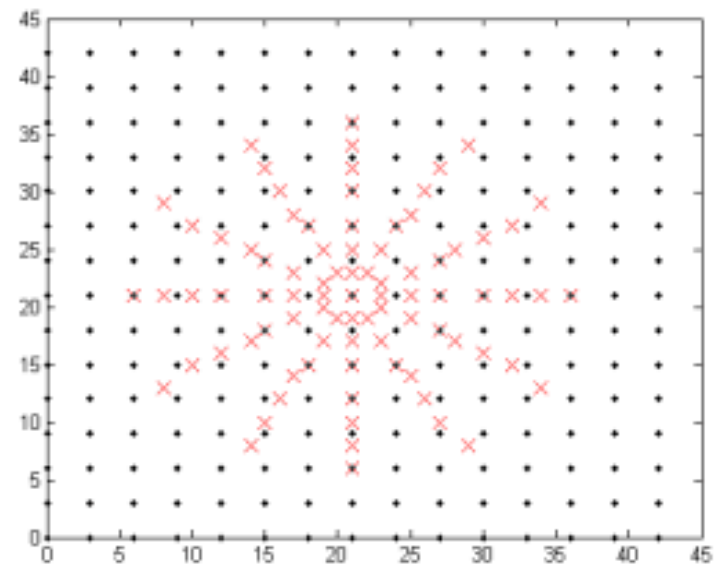
[Dutt, Rokhlin, 1995; Beylkin, 1995]

(???)

Пример нерегулярных сеток



Неравномерное расположение датчиков (например, геофизика)



Неравномерные данные в Фурье области (например, медицинская томография)

Алгоритм преобразования Фурье с нерегулярной на регулярную сетку

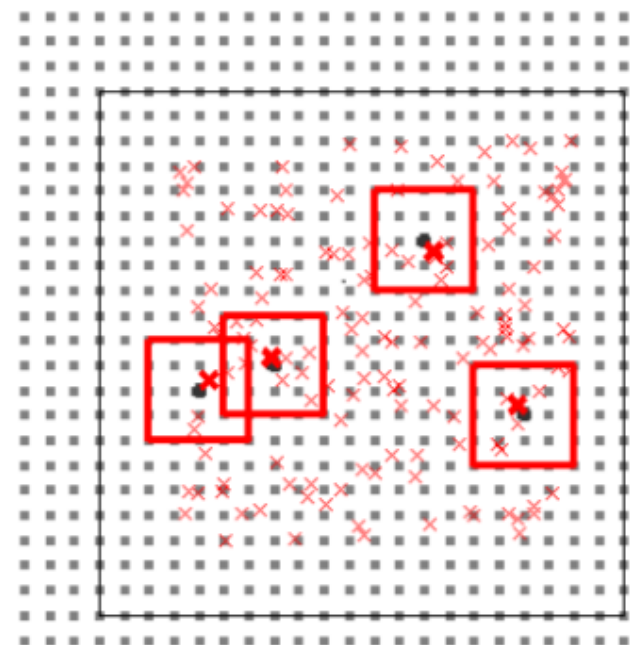
С нерегулярной сетки на регулярную:

1. Пересчет с нерегулярной сетки на удвоенную регулярную путем взвешенного суммирования (свёртка)
2. Стандартное FFT
3. Деление на весовую функцию (деконволюция)

Операция взвешенного рассеивания

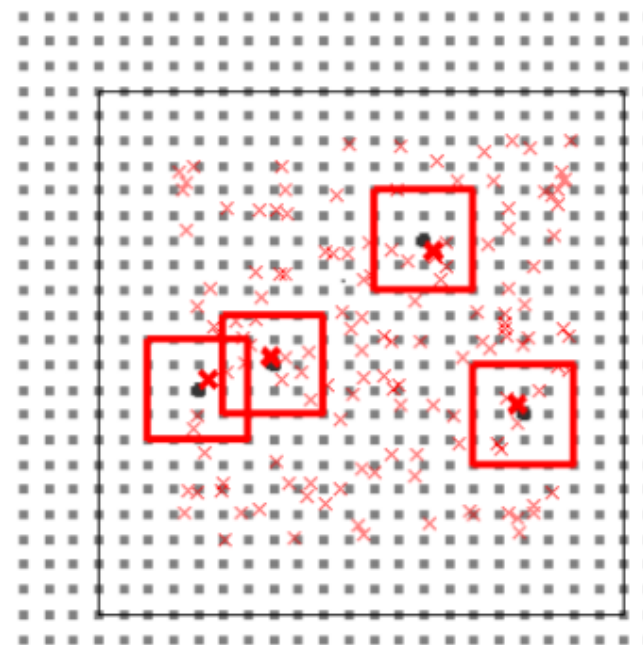
- Для каждой точки нерегулярной сетки необходимо провести «рассеивание» значения данной точки в заданном радиусе

```
do j = 0, N  
  do k = -r, r  
     $U_{vj+k} += Q_{j,k} * a_j$   
  end do  
end do
```

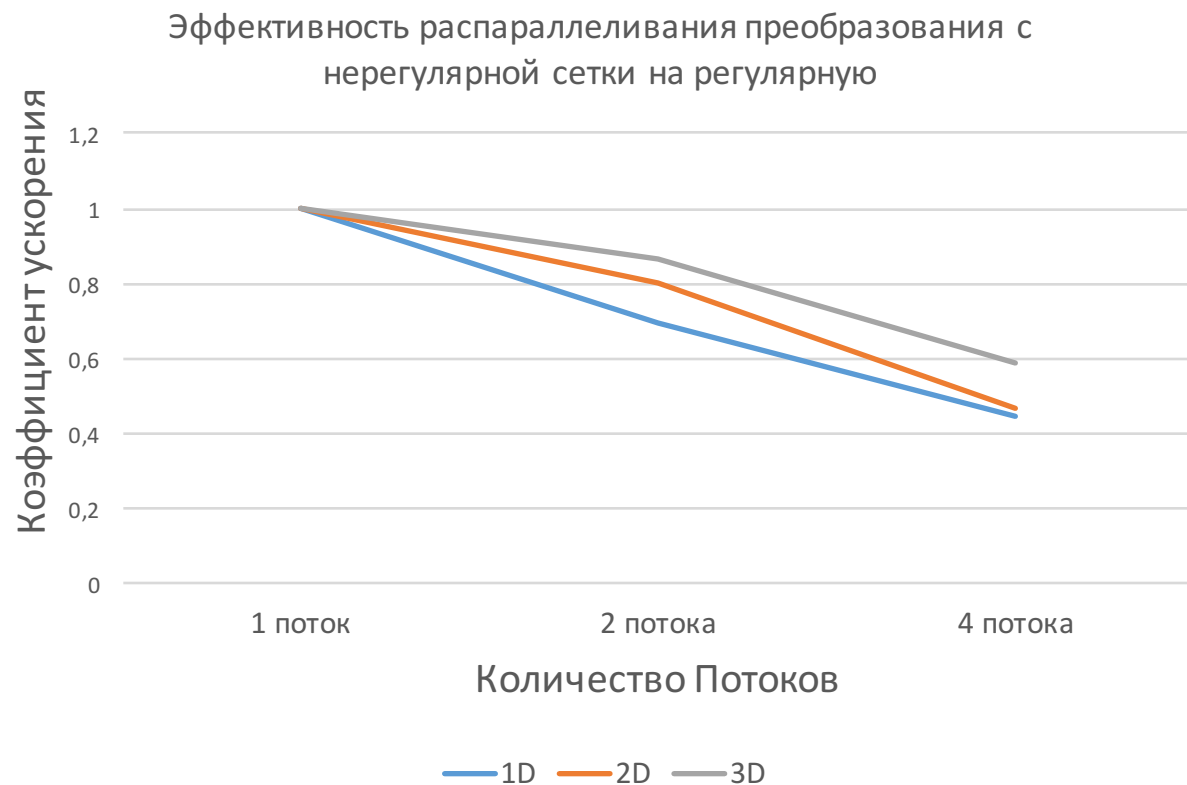


Параллельная версия, было

- Ассоциируем потоки с точками точками регулярной сетки (u_k), будем проводить операцию взвешенного рассеивания только для таких точек нерегулярной сетки, что $u_k = v_j$, где v_j – ближайшая точка регулярной сетки и точке x_j .



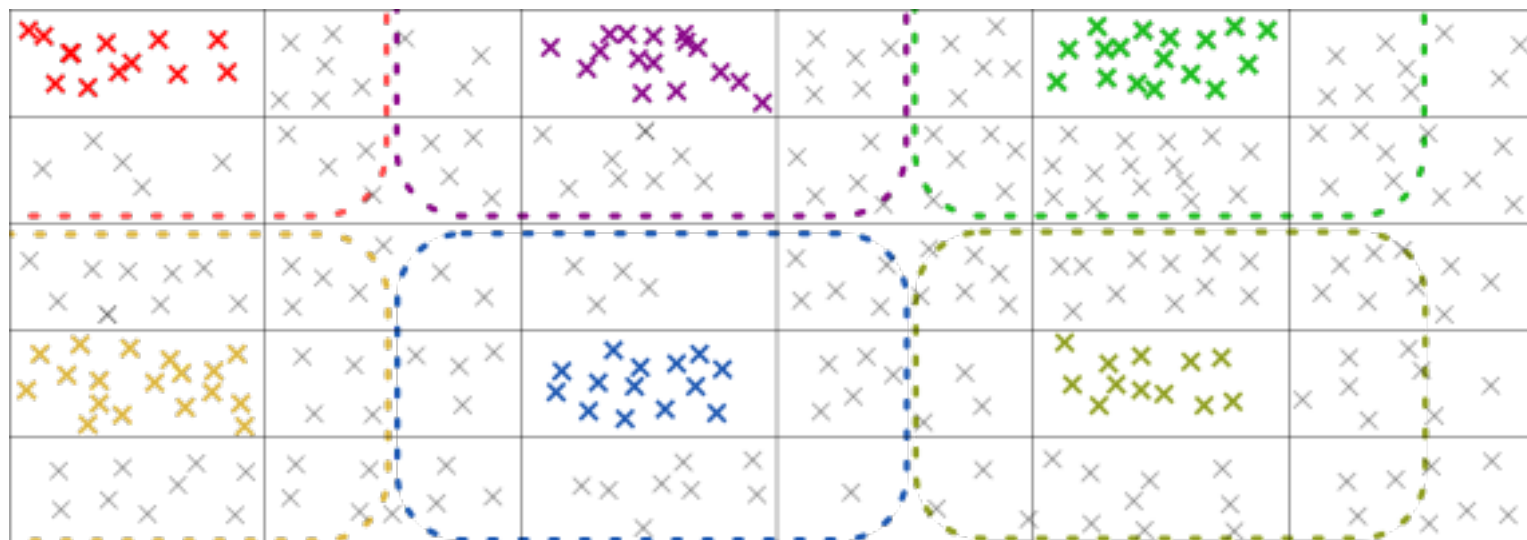
Параллельная версия, было



Причина: большое количество кэш-промахов

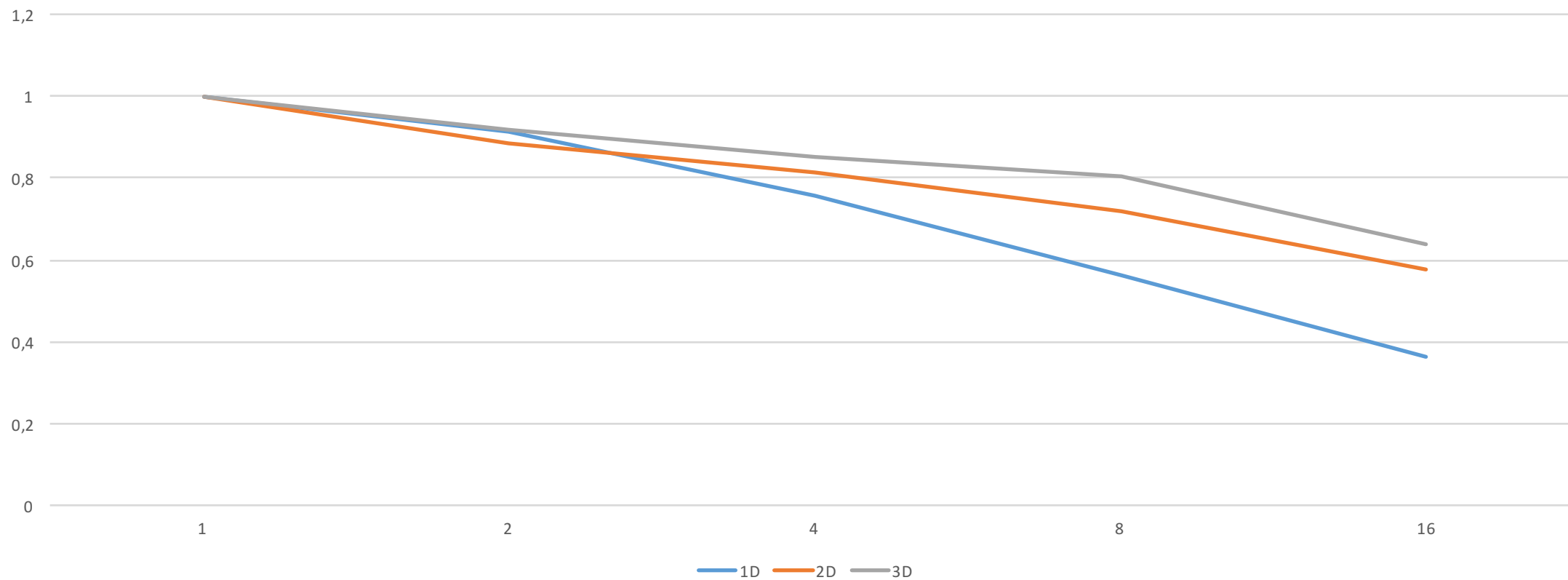
Параллельная версия, стало

- Будем ассоциировать потоки с блоками регулярной сетки.

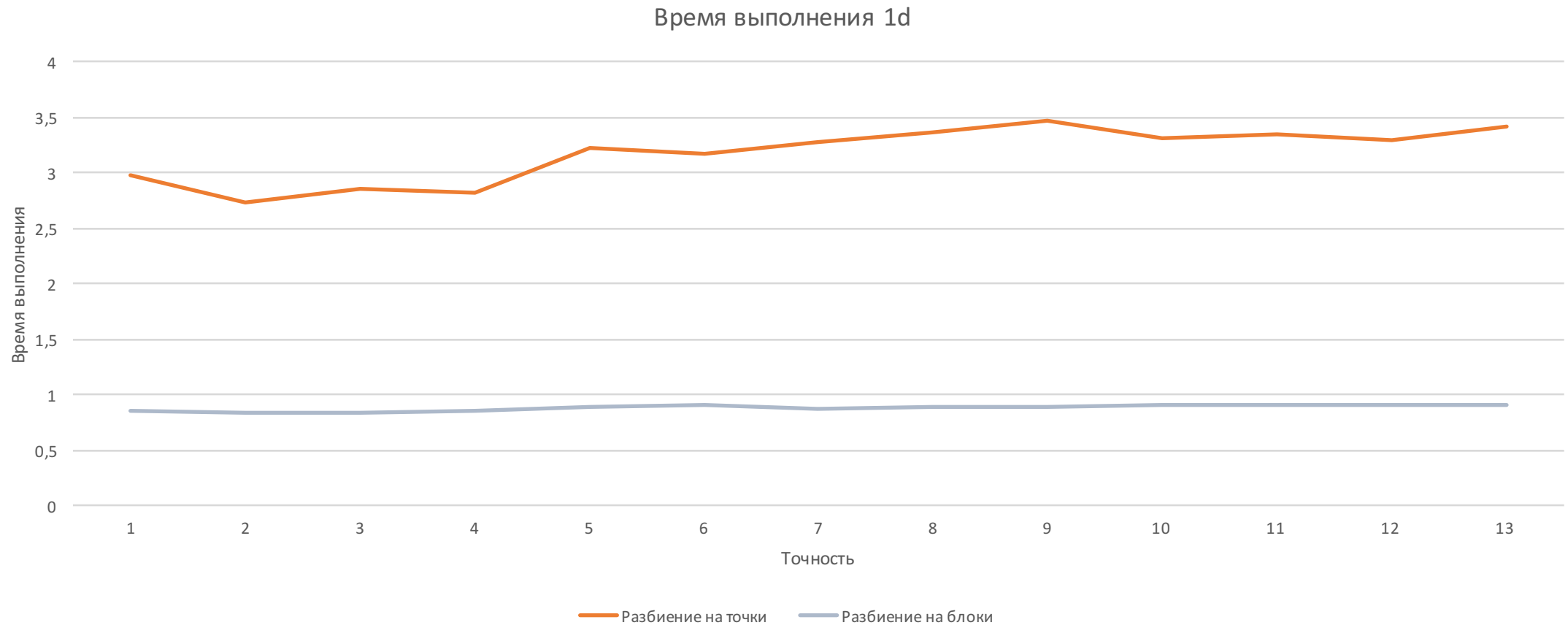


Параллельная версия, стало

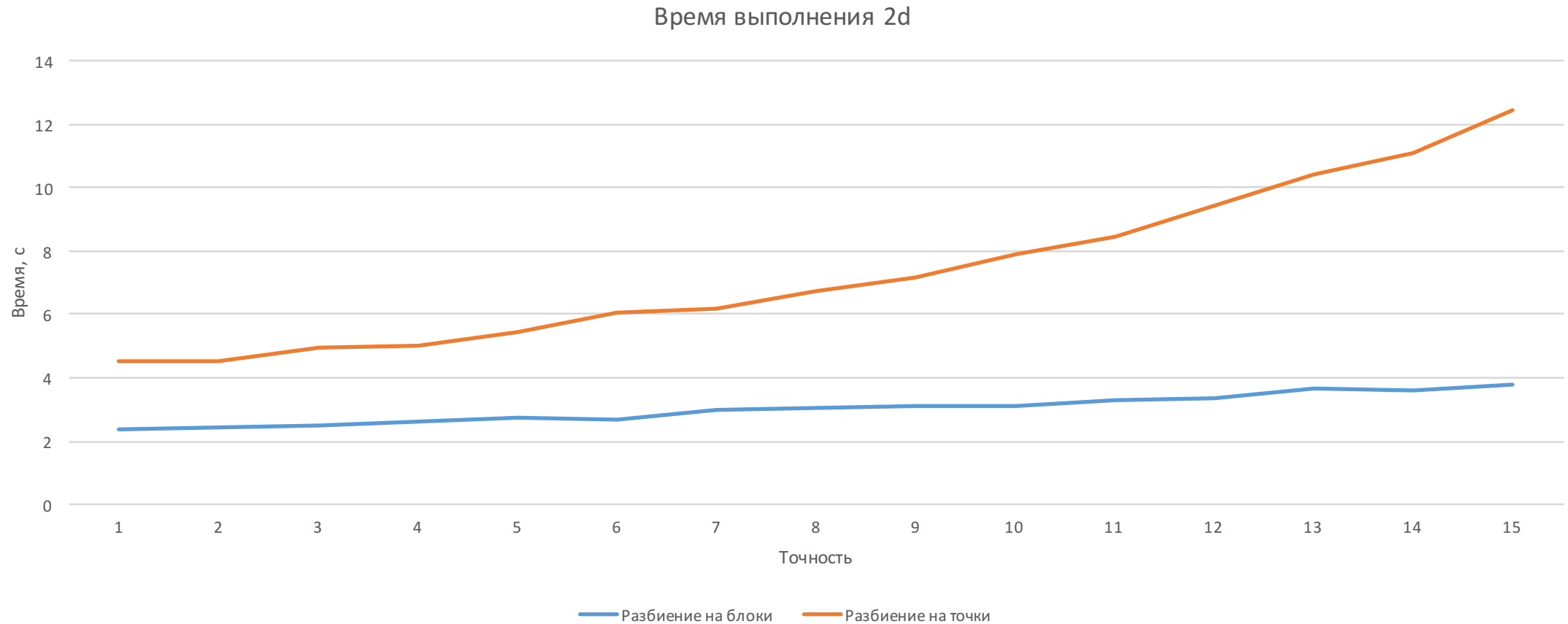
Эффективность распараллеливания преобразования с нерегулярной сетки на регулярную



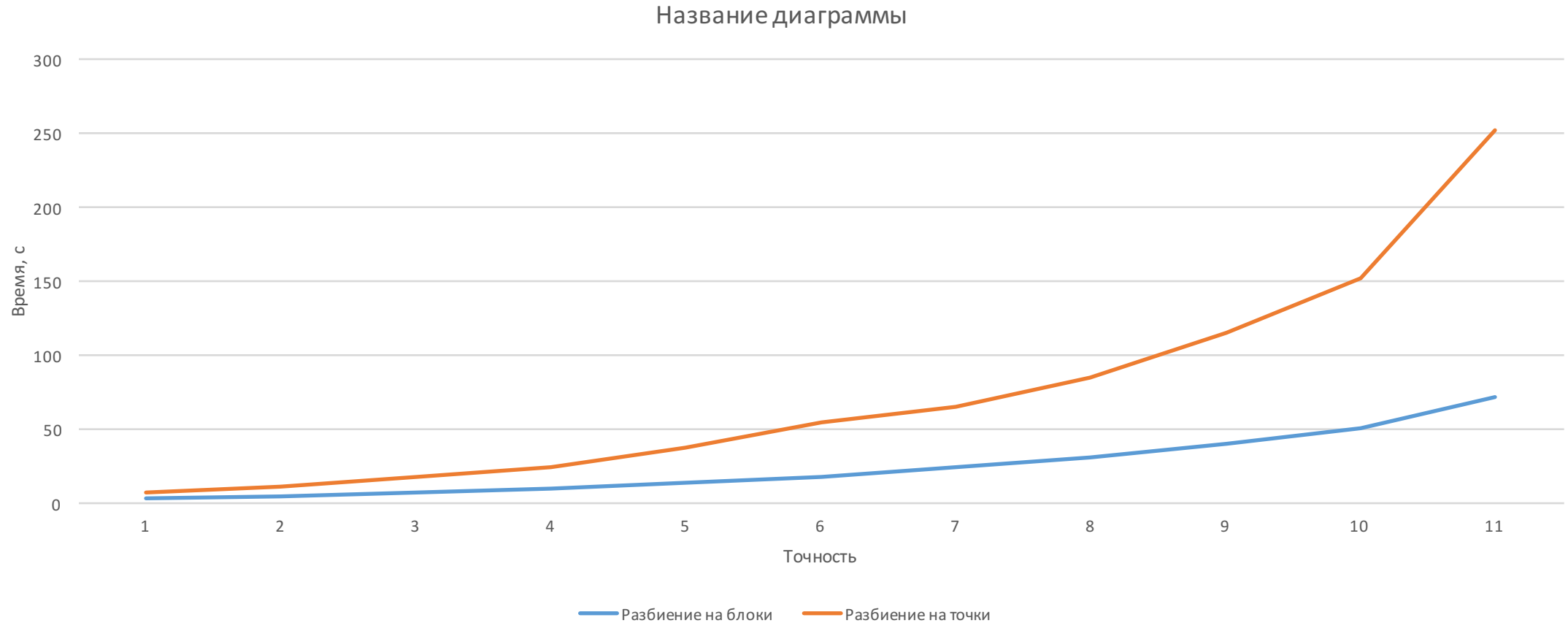
Сравнение времени выполнения преобразования для старой и новой версии



Сравнение времени выполнения преобразования для старой и новой версии



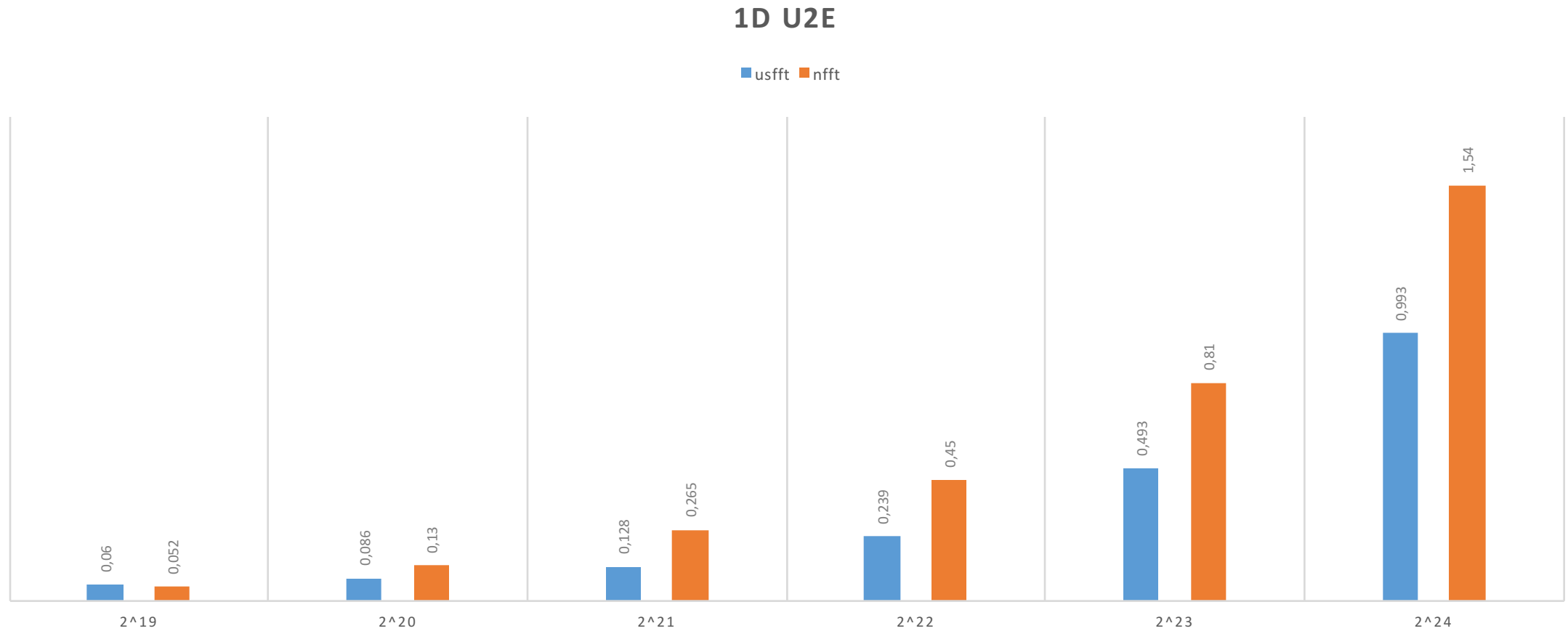
Сравнение времени выполнения преобразования для старой и новой версии



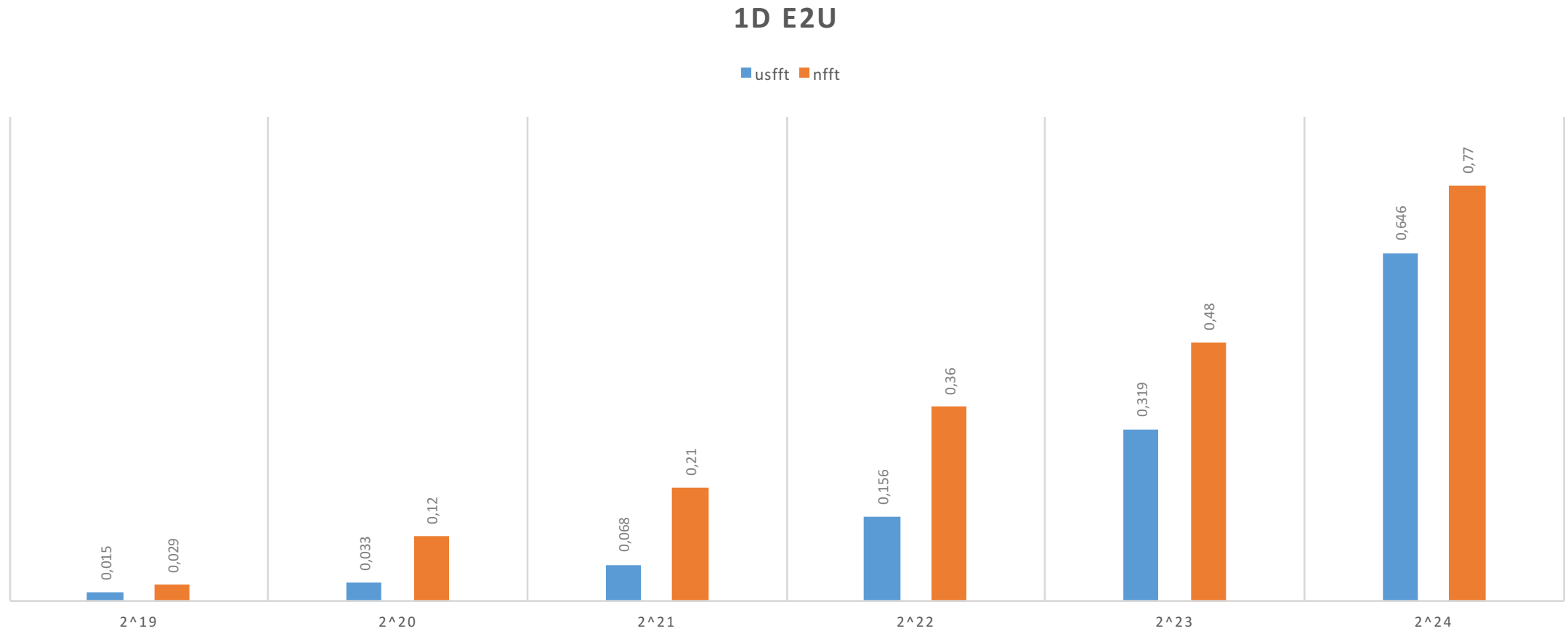
Сравнение с существующими аналогами

- Существует библиотека NFFT, которая реализует алгоритм БПФ на нерегулярных сетках

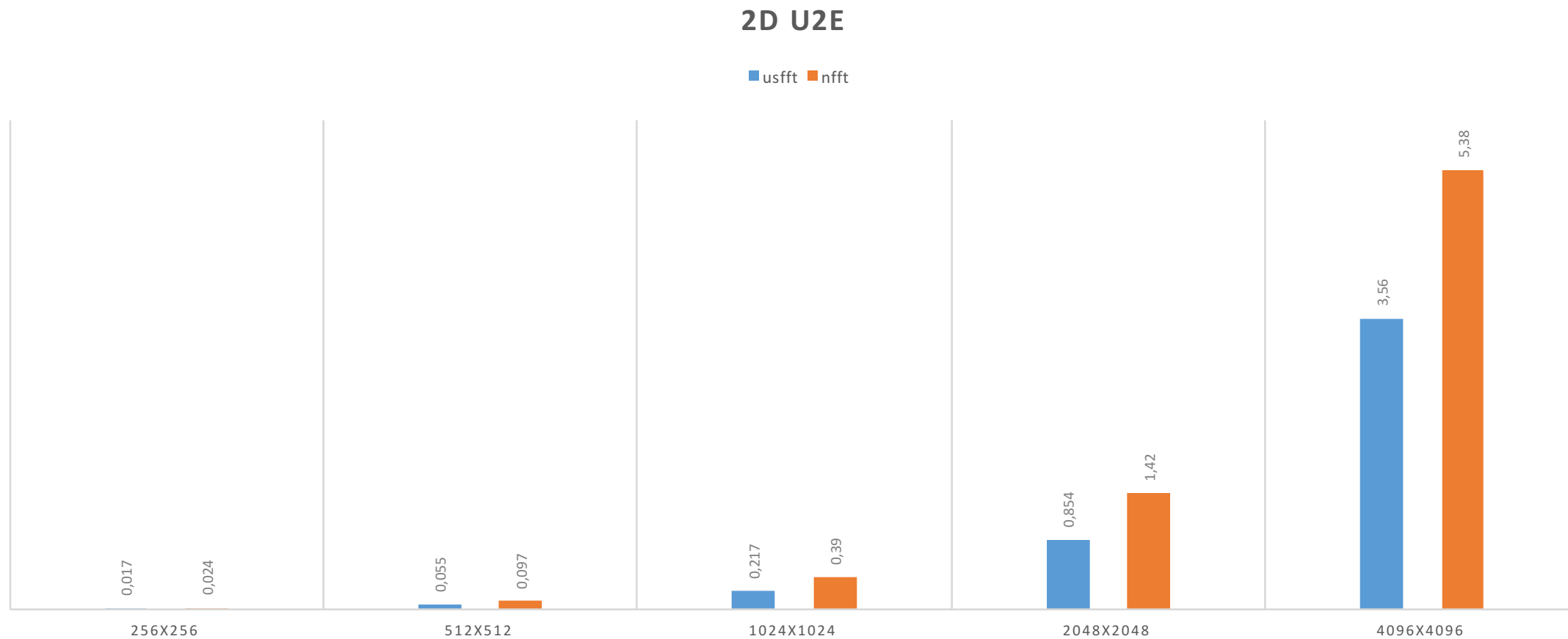
Сравнение с библиотекой NFFT. 1D



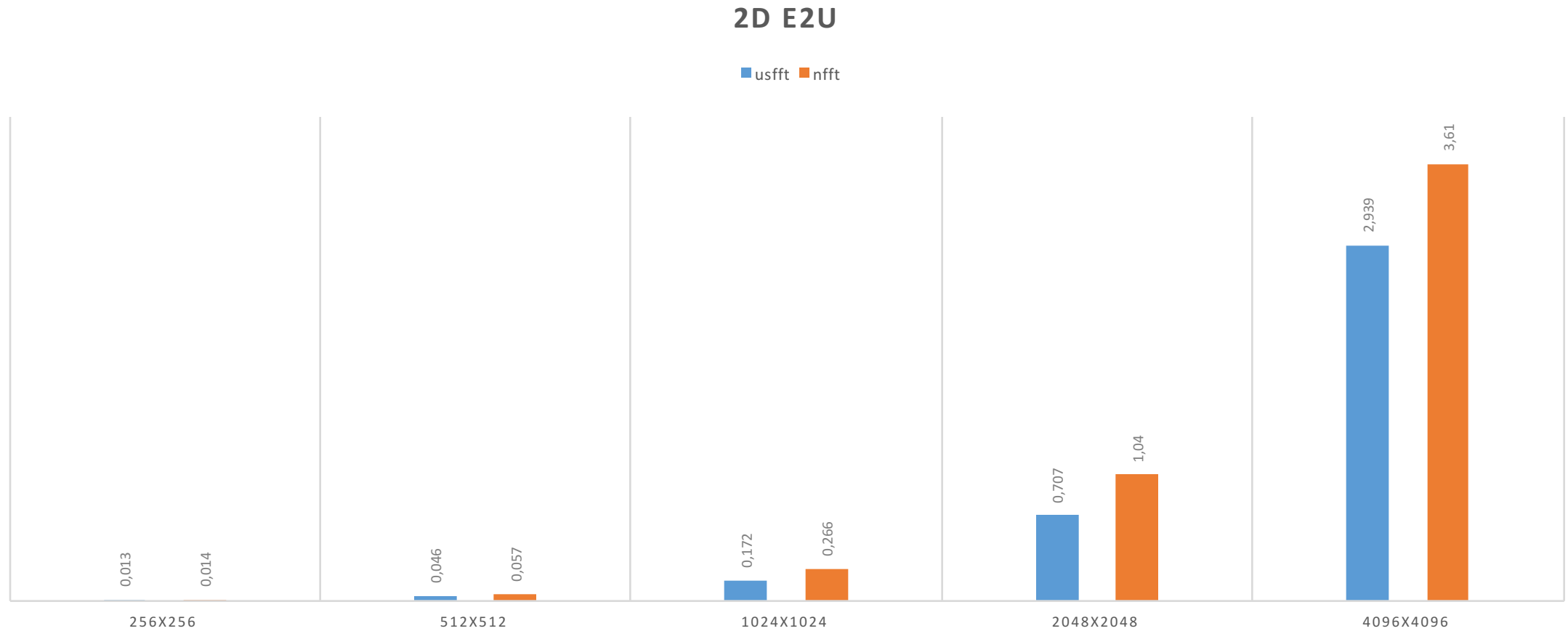
Сравнение с библиотекой NFFT. 1D



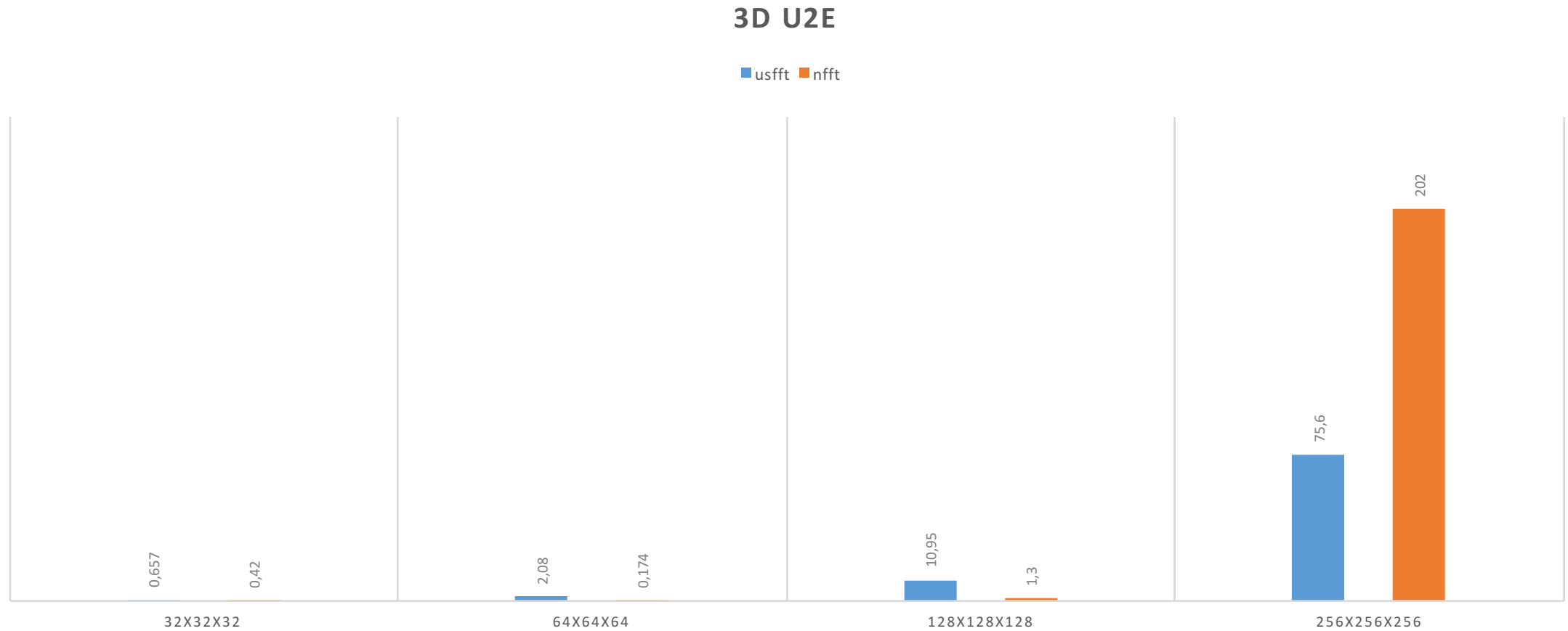
Сравнение с библиотекой NFFT. 2D



Сравнение с библиотекой NFFT. 2D



Сравнение с библиотекой NFFT. 3D



Сравнение с библиотекой NFFT. 3D

