

На правах рукописи

ПЛЯСУНОВ Александр Владимирович

Двухуровневые модели размещения
и ценообразования: вычислительная сложность
и методы решения

Специальность 05.13.17 — Теоретические основы
информатики

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Новосибирск – 2020

Работа выполнена в Учреждении Российской академии наук Институте математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения РАН

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук
С. С. Сссс

доктор физико-математических наук
А. В. Кккк

доктор физико-математических наук
М. М. Мммм

Ведущая организация: Учреждение Российской академии
наук
РАН

Защита состоится _____ месяц _____ год _____ г. в 15 час. 00 мин.
на заседании диссертационного совета при Институте
Сибирского отделения РАН по адресу: 630090 г. Новосибирск,
пр. Ак. Лаврентьева, 6.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Учреждения
Российской академии наук Институте

Автореферат разослан _____ месяц _____ год _____ г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
д.ф.-м.н.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Объектом исследования настоящей диссертации являются двухуровневые иерархические процессы размещения производства и ценообразования с учётом конкуренции, динамики, тех или иных условий равновесия. К наиболее типичным областям, в которых возникают подобные процессы, относятся стратегическое планирование, стандартизация и унификация технических средств, выбор хабов и топологии маршрутов, проблемы ценообразования, выбор оптимальной стратегии поведения на конкурентных рынках, формирование инвестиционной и налоговой политики в ресурсных регионах и др.

Предметом исследования являются двухуровневые математические модели размещения производства и ценообразования, математические методы исследования этих моделей, включая методы и подходы теории сложности, точные и приближенные алгоритмы их решения.

Актуальность темы

Исследование мотивировано сравнительно скромным объемом работ по математическому моделированию иерархических процессов размещения производства и ценообразования, теоретическому исследованию соответствующих моделей и их актуальностью для анализа широкого спектра производственных и экономических ситуаций, возникающих на практике [27, 28].

Процессы размещения производства и ценообразования обычно исследуются отдельно и независимо друг от друга [10, 11, 29, 30]. Основная причина этого связана с тем, что они относятся к разным горизонтам планирования. Процессы размещения относятся к долгосрочному планированию, а процессы ценообразования относятся к краткосрочному планированию. Как следствие, в большинстве случаев сначала выбирается размещение, а затем цены. Таким образом, разделение размещения и ценообразования при моделировании сужает возможности анализа исследуемой ситуации [31, 32]. Поэтому современные подходы к выбору эффективного механизма взаимодействия процессов размещения производства и ценообразования основываются на их совместном анализе в рамках одной модели [32–35].

В настоящее время в исследованиях экстремальных задач ос-

новные акценты переносятся на учёт конкуренции, динамики, иерархии, разного рода условий равновесия, обратные задачи оптимизации и неопределенность в исходных данных [36–45]. Однако в подавляющей части этих исследований рассматриваются задачи, в которых лишь одно лицо принимает решения. Последнее обстоятельство ограничивает применимость этих математических моделей для анализа двухуровневых или многоуровневых иерархических процессов, в которых последовательно принимают решения два и более игроков.

Ещё одна причина, ограничивающая исследование иерархических процессов, связана с отсутствием эффективных точных или приближенных алгоритмов решения двухуровневых оптимизационных задач. Поэтому при моделировании иерархических процессов исследователи вынуждены ограничиваться либо одноуровневыми задачами, в которых решение лидера считается известным, либо задачами, в которых лидер принимает решение за всех игроков.

Отличительной чертой исследуемых процессов является наличие иерархии среди лиц (игроков), принимающих решения последовательно и стремящихся достичь наилучшего результата в рамках своего уровня компетенции. В процессе математического моделирования подобных иерархических процессов используются средства, позволяющие адекватно представлять получаемые результаты при принятии решений игроками. Общий подход к решению этой проблемы связан с представлением иерархического процесса в виде системы вложенных оптимизационных моделей. Особенностью моделей такого типа является появление внутренних параметрических оптимизационных задач с ограничениями в виде теоретико-множественных включений. Каждое из подобных ограничений требует, чтобы определенная часть переменных многоуровневой задачи являлась оптимальным решением некоторой внутренней экстремальной задачи [46, 47].

Наличие таких ограничений радикально изменяет свойства экстремальных задач. Поэтому существующие точные и приближенные методы решения одноуровневых оптимизационных задач не удастся прямо перенести на двухуровневые постановки, и не видно каких-то очевидных способов добиться этого. При попытке перенести существующие схемы методов ветвей и границ, ветвей и

отсечений, декомпозиции и ряда других подходов [48], возникают трудности принципиального характера.

Как следствие, двухуровневые задачи имеют существенно более высокую вычислительную сложность. Даже проверка решения подобной задачи на допустимость, как правило, требует решения NP -трудной внутренней оптимизационной задачи [12, 14, 17, 18, 24]. Если оптимальное решение данной задачи не единственно, то появляются дополнительные проблемы, связанные с вычислением целевой функции верхнего уровня. Выбор разных оптимальных решений во внутренней задаче может приводить к разным значениям целевой функции верхнего уровня. Появляются нюансы в определении оптимального решения, которые приводят к появлению новых понятий оптимистического и пессимистического решений [1, 47]. Кроме того, существует проблема совместности ограничений верхнего уровня при выборе оптимальных решений на нижних уровнях. В пессимистичной постановке игрок на нижнем уровне может сознательно выбирать оптимальное решение, «ломающее» систему ограничений игрока на верхнем уровне. Подобная возможность приводит к необходимости дальнейшего уточнения понятий оптимистического и пессимистического решений [22, 49].

Аналогичная ситуация складывается с разработкой приближенных алгоритмов решения подобных математических моделей. С алгоритмической точки зрения и в этом случае природа трудностей лежит в той же области. Для методов, основанных на локальном поиске, основная проблема также связана с появлением внутренних оптимизационных задач, в связи с чем, за редким исключением, вычислительная сложность задачи отыскания локального экстремума для самых простых окрестностей оказывается неполиномиальной.

Для оценки вычислительной сложности оптимизационных задач обычно достаточно информации о их связях с первым уровнем полиномиальной иерархии и первым уровнем аппроксимационной иерархии [50]. Эти данные – единственная теоретическая информация, доступная для оценки эффективности точных алгоритмов и оценки качества и эффективности приближенных алгоритмов. Информация о положении в полиномиальной иерархии стандартной задачи распознавания, соответствующей оптимизационной задаче, позволяет оценить эффективность точного алгоритма решения оп-

тимизационной задачи. В свою очередь, информация о положении оптимизационной задачи в аппроксимационной иерархии позволяет оценить качество и эффективность приближенного алгоритма ее решения.

Исследования последних лет показывают, что с точки зрения теории вычислительной сложности двухуровневые задачи – существенно более сложный объект, чем их классические одноуровневые аналоги. Например, задача о $(r|p)$ -центроиде (конкурентная задача о p -медиане) [14, 17, 53] является $\sum_2^P$ -трудной в любом из вариантов: дискретном, на сети или евклидовой плоскости. Этот результат говорит о том, если $P \neq NP$, то данная задача может быть решена переборным алгоритмом, который время от времени должен обращаться к решению некоторой NP -полной задачи, и для нее не может существовать детерминированного или недетерминированного точного алгоритма с полиномиальным временем работы [50]. Аналогично, если известно, что оптимизационная задача является NPO -трудной относительно подходящей сводимости, сохраняющей аппроксимируемость, то нет никаких оснований для существования полиномиальных приближенных алгоритмов с хорошими оценками относительного отклонения приближенного решения от оптимального при условии, что $P \neq NP$ [50].

Известны довольно простые двухуровневые задачи, для оценки аппроксимируемости которых уже недостаточно первого уровня аппроксимационной иерархии. Поэтому, достраивая классическую аппроксимационную иерархию до второго уровня, мы получаем инструмент, позволяющий более тонко характеризировать аппроксимируемость двухуровневых задач. В качестве примера приведем конкурентные задачи размещения и ценообразования исследованные в [13], которые принадлежат классу $Poly-APX_2^P$. Также известно, что задачи планирования государственно-частного партнерства лежат в классе $\sum_2^P O \supset NPO$ (строгое включение следует из того, что данный класс задач является NPO -трудным, и в случае совпадения классов $\sum_2^P O$ и NPO следовало бы, что $P = NP$) [24].

Еще одно важное направление исследований связано с классической парадигмой теории вычислительной сложности, которая говорит о ситуации "в худшем случае" [50]. Иными словами, если мы

возьмем произвольный вход NP -трудной оптимизационной задачи, то на нем точному алгоритму не обязательно потребуется экспоненциальное число операций для нахождения оптимального решения. Точно так же, если мы возьмем произвольный вход плотно- PLS -трудной задачи локального поиска [54], то не обязательно, что алгоритму локального поиска потребуется экспоненциальное число шагов для отыскания локального оптимума. Аналогичная ситуация с NPO -трудными оптимизационными задачами. Совершенно не обязательно, что приближенный алгоритм решения выполнит на заданном входе экспоненциальное число шагов или оценка отклонения приближенного решения от оптимального окажется очень большой. В связи с этим следует также отметить, что существующая теория вычислительной сложности практически ничего не говорит о количестве плохих входов или их распределении. И это обстоятельство существенно повышает роль вычислительного эксперимента в итоговой оценке качества точных и приближенных алгоритмов, а также в разработке трудных входов для этих алгоритмов или наоборот легких входов [54]. Более того, современная вычислительная практика показывает, что приближенные алгоритмы, основанные на локальном поиске и метаэвристиках, позволяют получать приближенные решения весьма высокого качества для очень сложных с точки зрения теории задач. Однако точные алгоритмы в этом плане оказываются в худшей ситуации. Например, практика применения такого известного метода, как метод ветвей и границ, для решения NP -трудных задач показывает, что основную долю вычислительного времени основанные на этом методе алгоритмы тратят на проверку того, что текущий рекорд, являющийся оптимальным решением и найденный на достаточно ранней стадии его работы, действительно является оптимумом. По этой причине в последние годы появились исследования, целью которых является разработка гибридных алгоритмов, совмещающих лучшие качества метаэвристик и точных методов [9, 10, 17]. Поскольку отсутствуют подходы, позволяющие оценить долю "трудных" входов среди входов, имеющих ограниченную сверху и снизу длину, всегда есть надежда, что на реальных входах задачи достаточно большой размерности разрабатываемые гибридные алгоритмы могут оказаться, практически эффективными. Вышеизложенное можно рассматривать как гипотезу, которая поддается практической провер-

ке. Если в процессе вычислительного эксперимента время работы изучаемого алгоритма на входах, длины которых попадают в некоторый ограниченный интервал, оказывается ограниченным значением некоторого полинома от длины входа, то это обстоятельство может свидетельствовать бы в пользу данной гипотезы.

Таким образом, настоящая работа, направленная на создание и исследование математических моделей двухуровневых иерархических процессов размещения производства и ценообразования, на разработку эффективных математических и программных инструментов, обеспечивающих их анализ и решение, является актуальной.

Целью диссертационной работы является:

1. Построение математических моделей двухуровневых иерархических процессов размещения производства и ценообразования, учитывающих конкурентность, динамику и, если необходимо, условия равновесия.
2. Разработка математического аппарата для анализа и решения исследуемых задач, включая:
 - а). установление связей рассматриваемых задач с полиномиальной и аппроксимационной иерархиями;
 - б). разработка точных и приближенных алгоритмов для решения предложенных моделей, исследование качества алгоритмов: их трудоёмкость, эффективность, точность аппроксимации.
3. Разработка программ и проведение вычислительных экспериментов, позволяющих подтвердить эффективность предложенных подходов к решению исследуемых задач.

Методика исследований. В диссертации используются методы теории вычислительной сложности, методы Лагранжевых релаксаций, общей теории двойственности, разработанной автором декомпозиции двухуровневых задач путем разложения допустимой области на подмножества и декомпозиции этих задач на основе проекции на подходящее множество переменных. Кроме того, применяются оригинальные итерационные методы, в том числе и точные конечные методы декомпозиционного типа.

Основные результаты диссертации(Для каждого результата приведены ссылки на журнальные статьи автора)

1. Введены новые сложностные классы, расширяющие аппроксимационную иерархию, которые позволили выяснить вычислительную сложность и качество аппроксимации следующих задач двухуровневого программирования: конкурентного размещения и ценообразования и задач планирования государственно-частного партнёрства. В частности, задачи первого типа принадлежат новому классу $POLY-APX_2^P$, а задачи второго типа являются NPO -трудными относительно AP -сводимости и принадлежат новому классу $\Sigma_2^P O$. Установлена Σ_2^P -трудность этих задач.

2. Исследована сложность аппроксимации двухуровневых задач размещения и ценообразования с различными стратегиями ценообразования. Установлено, что эти задачи являются $Poly-APX$ -полными относительно AP -сводимости, то есть при выполнении гипотезы $P \neq NP$ для данных классов задач, не существует полиномиальных точных алгоритмов решения, а также не существует $FPTAS$ - и $PTAS$ -алгоритмов, полиномиальных приближенных алгоритмов с константной и логарифмической от длины записи исходных данных оценкой точности аппроксимации.

3. Предложен новый подход к моделированию двухуровневых конкурентных процессов при выборе хабов, топологии транспортных сетей и оптимального ценообразования. Показано, что существует равновесие Штакельберга как для кооперативного, так и некооперативного взаимодействия игроков. Более того, для лидера всегда существует решение, приносящее ему максимальную прибыль, независимо от того, соглашаются ли игроки придерживаться ценового равновесия по Штакельбергу или склонны к ценовой войне и поиску равновесия по Нэшу.

4. В общем виде решён вопрос о сводимости двухуровневых задач к многокритериальным задачам. Предложен подход, который позволяет при конструировании сводимости управлять сложностью представления множества допустимых решений и сложностью оптимизируемых критериев многокритериальной задачи. Получены конструктивные версии сводимостей для ряда классов двухуровневых задач, важных в практическом отношении.

5. Разработан новый точный метод решения двухуровневых задач размещения и ценообразования, основанный на идее гибридизации. Данным методом получены новые эффективные алгоритмические схемы:

- точный гибридный итерационный алгоритм, основанный на идеях декомпозиции и генерации отсечений для задачи о $(r|p)$ -центроиде;
- точные гибридные алгоритмы на основе декомпозиции, метода отсечений и метода поиска с запретами для двухуровневой задачи с фабричным ценообразованием;
- точный полиномиальный алгоритм решения для двухуровневой задачи линейного программирования с многовариантным ранцем на нижнем уровне.

6. Разработаны новые гибридные приближенные методы решения для следующих двухуровневых задач размещения и ценообразования:

- двухэтапные эвристики на основе локального поиска, генетической эвристики и методе спуска с чередующимися окрестностями для задач размещения и ценообразования;
- рандомизированные методы локального поиска для моделей конкурентного размещения и ценообразования;
- итерационные методы стохастического локального поиска, использующие плотные верхние границы на значение целевой функции лидера для моделей планирования государственно-частного партнёрства.

Научная новизна. Оригинальность и научная новизна полученных результатов состоит в следующем.

1. Разработан подход к математическому моделированию двухуровневых иерархических процессов размещения и ценообразования, учитывающий конкурентность, динамику и условия равновесия по Штакельбергу и Нэшу.

2. Рассмотрены новые постановки двухуровневых задач размещения с различными стратегиями ценообразования. Исследована их вычислительная и аппроксимационная сложность. Для задачи размещения с фабричным ценообразованием и медианным ограничением разработаны гибридные двухэтапные эвристики на осно-

ве генетического локального поиска. Для двухуровневой задачи с фабричным ценообразованием на основе метода декомпозиции разработаны гибридные точные и приближенные алгоритмы решения.

3. Предложены новые модели конкурентного размещения и ценообразования. В них раздел спроса реализуется на основе модели ценовой войны Бертрана. Максимальный доход каждого игрока задаётся невозрастающей функцией, монотонно зависящей от себестоимости обслуживания каждого рынка. Показано, что такие модели принадлежат второму уровню полиномиальной иерархии и второму уровню аппроксимационной иерархии. Предложены гибридные приближенные эвристики на основе локального поиска и альтернирующей эвристики. Рассмотрены модели, в которых монопольный раздел спроса дополняется возможностью раздела спроса любого потребителя в заданной пропорции, если это выгодно конкурентам. Исследована вычислительная сложность данного класса моделей и её частных случаев.

4. Для задачи о $(r|p)$ -центроиде разработан новый точный итерационный алгоритм на основе метода декомпозиции и метода отсечений. Рассмотрен новый класс моделей конкурентного ценообразования. Каждая модель из этого класса формулируется как трёхуровневая задача квадратичного программирования с целыми и булевыми переменными. Для моделей, в которых лидер и последователь используют равномерную и фабричную стратегии ценообразования, соответственно, предложен точный алгоритм решения декомпозиционного типа. Также для этого подкласса моделей разработан гибридный приближенный алгоритм, основанный на идеях локального поиска с чередующимися окрестностями и по координатного спуска.

5. На основе метода декомпозиции для двухуровневой задачи с линейными ограничениями и параметрической задачи о многовариантном рюкзаке на нижнем уровне разработан точный полиномиальный алгоритм. Для двухуровневых задач размещения с частичным внешним финансированием и ограничениями на объёмы производства предложено полиномиальное сведение к семейству задач частично целочисленного программирования. На основе этой сводимости, технике лагранжевых релаксаций и полиэдральной теории разработаны нижние и верхние оценки для оптимального значения целевой функции двухуровневой задачи.

6. Разработаны и исследованы новые двухуровневые модели планирования государственно-частного партнёрства. Показано, что все они являются Σ_2^P -трудными, NPO -трудными относительно AP-сводимости и принадлежат классу $\Sigma_2^P O$. Также доказано, что параметрическая задача инвестора любой этих моделей является NPO -полной относительно той же сводимости. Разработаны оригинальные итерационные алгоритмы для предложенных моделей, на основе которых проведен вычислительный эксперимент. Результаты моделирования позволяют говорить о практической значимости описанных выше моделей и дают возможность построить иерархию факторов, влияющих на эффективность такого взаимодействия государства и частного инвестора.

7. Предложен новый подход к моделированию двухуровневых конкурентных процессов при выборе хабов, топологии транспортных сетей и оптимального ценообразования. В качестве модели дискретного выбора потребителей используется мультиномиальная логистическая регрессия. Показано, что при фиксированных хабах и заданной топологии сетей в оптимальном решении лидера для каждой пары вершин сети существует единственная оптимальная маржа, а для задачи как в оптимистической, так и в пессимистической постановке существуют оптимальные решения. Последующее исследование сценария "ценовой войны" показало, что в каждой из постановок существует единственное ценовое равновесие Нэша. Для решения задачи разработан итеративный приближенный алгоритм на основе альтернирующей эвристики. Впервые исследовано влияние ценового регулирования на выбор оптимального набора хабов и оптимальной топологии транспортных сетей в конкурентной среде.

8. В общем виде решен открытый вопрос о сводимости двухуровневых задач к многокритериальным задачам. Предлагаемый подход позволяет при конструировании сводимости управлять сложностью представления множества допустимых решений и сложностью и числом оптимизируемых критериев векторной задачи. Получены конструктивные версии сводимостей для ряда классов двухуровневых задач, важных в практическом отношении.

Практическая и теоретическая ценность. Работа носит теоретический и экспериментальный характер. Полученные в ней

результаты позволяют лучше понять природу задач двухуровневого программирования, их сложность и границы возможностей детерминированных и недетерминированных полиномиальных алгоритмов. Разработанные методы реализованы в виде программ. Они показали свою эффективность и могут применяться при решении практических задач, а также при преподавании университетских курсов «Методы оптимизации» и «Теория принятия решений».

Апробация работы. Все разделы диссертации прошли апробацию на следующих конференциях в России и за рубежом:

- Российская конференция «Дискретный анализ и исследование операций», Новосибирск, 1996, 1998, 2000, 2002, 2004;
- Российская конференция «Дискретная оптимизация и исследование операций», Владивосток, 2007, Алтай, 2010, Новосибирск, 2013;
- Байкальская международная школа-семинар «Методы оптимизации и их приложения», Иркутск, 1995, 2001, 2005, 2008, 2011, 2014, 2017;
- Всероссийская конференция «Математическое программирование и приложения», Екатеринбург, 1999, 2001, 2007, 2011, 2015;
- Всероссийская конференция «Проблемы оптимизации и экономические приложения», Омск, 1997, 2003, 2006, 2009, 2012, 2015;
- Всероссийская конференция «Проблемы оптимизации и их приложения», Омск, 2018;
- Всероссийская конференция «Интеллектуализация обработки информации» (ИОИ) Пафос, Кипр, 2010, Будва, Черногория, 2012;
- Всероссийская конференция «Математические методы распознавания образов» (ММРО), Светлогорск, 2015;
- Международная конференция «Discrete Optimization and Operations Research (DOOR 2016)», Владивосток, 2016;
- Международный симпозиум по исследованию операций (OR), Германия, Брауншвайг, 1996, Йена, 1997, Карлсруэ 2006, Аугсбург, 2008;
- Конференция Европейского общества по исследованию операций (EURO), Прага, Чехия, 2007, Лиссабон, Португалия, 2010;
- Международный симпозиум по математическому программированию (ISMP), Берлин, Германия, 2012;

- Международная конференция по метаэвристикам (МЭС), Сингапур, 2013;
- Международная конференция «Optimization and Applications» (ОРТИМА), Петровац, Черногория, 2011, 2013, 2015, 2017;
- Международная конференция «Mathematical Optimization Theory and Operations Research (MOTOR 2019)», Екатеринбург, 2019.

Результаты диссертации докладывались на семинарах:

- «Математические модели принятия решений», Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск;
- «Дискретные экстремальные задачи», Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск;

Личный вклад. Диссертационная работа представляет единый цикл многолетних исследований автора, объединенных не только предметом, но и методами исследований. В совместных работах соискателю принадлежат основные идеи новых декомпозиционных методов решения двухуровневых задач, методы построения верхних и нижних оценок, способы исследования вычислительной сложности задач двухуровневого программирования. Отдельные элементы доказательств утверждений и теорем выполнены в соавторстве при непосредственном участии соискателя.

На защиту выносятся совокупность результатов по разработке и исследованию декомпозиционных методов и методов локального поиска для двухуровневых моделей размещения и ценообразования, результаты по их вычислительной сложности, а также конструкции сводимостей задач двухуровневого программирования к задачам многокритериальной оптимизации.

Публикации. По теме диссертации автором опубликована 41 работ, в том числе 26 статей в журналах из списка ВАК, 15 работ в трудах российских и международных конференций.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, шести глав и списка литературы (212 наименований). Объем диссертации — 267 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** дана общая характеристика проблемы, обоснована актуальность выбранной темы исследования, определены цели и задачи, сформулированы общие положения, выносимые на защиту, научная новизна и практическая значимость полученных результатов.

Первая глава диссертации посвящена двухуровневым задачам размещения и ценообразования. Математические модели размещения и/или ценообразования — большая и неотъемлемая часть исследования операций и комбинаторной оптимизации. Эта область исследований выделилась в самостоятельное направление в виде задач размещения производства (Location theory) в 70-80 годы прошлого столетия [9, 10, 106, 111, 169]. В России большой вклад в эти исследования внесли В. Черенин, В. Хачатуров, В. Трубин, С. Лебедев, а в Институте математики Сибирского отделения Академии наук — В. Береснев, Э. Гимади, В. Дементьев, Ю. Кочетов. Эти задачи важны не только с теоретической точки зрения, но и прежде всего с прикладной точки зрения. Соответствующие приложения возникают при размещении складов, предприятий, магазинов, хабов, узлов сетей связи и т.д.

Современные подходы к выбору эффективного механизма взаимодействия процессов размещения производства и ценообразования основываются на их совместном анализе в рамках одной модели [32–35]. Однако для оценки качества принимаемых решений необходимо уметь адекватно оценивать и реакцию рынка, в частности, потребителей на предлагаемый вариант размещения и ценообразования. С этой целью удобно моделировать весь процесс в виде задачи двухуровневого программирования [1, 47].

В данной главе рассматриваются три типа моделей. В разделе 1.1 приводятся результаты для самой простой задачи — задаче фабричного ценообразования. На верхнем уровне производитель выбирает цены на каждом из своих предприятий, выпускающих однородную продукцию. На нижнем уровне каждый из потребителей выбирает одно из предприятий, на котором транспортные затраты и затраты на приобретение продукции в сумме минимальны. Покупка совершается в том случае, когда это позволяет бюджет потребителя. Требуется определить такие цены на каждом предприятии, при которых доход производителя максимален.

Задача фабричного ценообразования относится, как и многие

другие интересные задачи комбинаторной оптимизации, к классу труднорешаемых задач.

Теорема 6 Если $NP \neq co-NP$, то задача $OPT(MP)$ является нетривиальной Δ_2^P задачей.

Её аппроксимационная сложность описывается следующей теоремой:

Теорема 7 Задача MP принадлежит классу **Log-APX**.

Для разработки точных и приближенных алгоритмов решения задачи MP предложена общая схема декомпозиции для двухуровневых задач. В качестве координирующей задачи используется одноуровневая постановка, в которой целевой функцией является целевая функция двухуровневой задачи, ограничения образованы ограничениями задач верхнего уровня и нижнего уровня, а также использовано дополнительное равенство на основе функции возмущения задачи нижнего уровня, параметризованной переменными верхнего уровня. Данное равенство гарантирует, что координирующая задача эквивалентна исходной двухуровневой задаче. Релаксированная координирующая задача получается при отбрасывании этого равенства. Наконец, в качестве подзадачи используется параметризованная функция возмущения двухуровневой задачи, которая возникает при проекции двухуровневой задачи на пространство подходящего множества переменных. Данная схема декомпозиции применима и для пессимистической постановки двухуровневой задачи булевого программирования.

На основе предложенного метода предлагается несколько точных и приближенных схем гибридных алгоритмов для задачи фабричного ценообразования. Приводятся результаты вычислительного эксперимента.

В разделе 1.2 для обобщения задачи MP — задачи размещения и фабричного ценообразования с медианным ограничением ($FLMP$) — исследованы ее связи с полиномиальной и аппроксимационной иерархиями.

Теорема 13 Если $NP \neq co-NP$, то задача OPT_{FLMP} является нетривиальной Δ_2^P задачей.

Теорема 14 Задача $FLMP$ принадлежит классу **Poly-APX**.

Для решения задачи $FLMP$ разработаны две двухуровневые метаэвристики: $LS + VND$ и $LS + Gen$. Приводится их сравнение с другими двухуровневыми эвристиками и методом ветвей и границ.

В разделе 1.3 рассматриваются задачи размещения и ценообразования с тремя стратегиями ценообразования: равномерным (LUP), фабричным (LMP) и дискриминационным (LDP). В этих постановках на верхнем уровне выбирается размещение предприятий и определяются цены на каждом из них. Нижний уровень моделирует реакцию потребителей на действия верхнего уровня. Исследованы связи данных задач с полиномиальной и аппроксимационной иерархиями.

Теорема 15 *Задачи LDP , LMP и LUP NP -трудны в сильном смысле.*

Теорема 16 *Задачи LDP , LMP и LUP являются $Poly-APX$ -полными относительно AP -сводимости.*

Из этих теорем следует, что при условии $P \neq NP$ для данных задач не может существовать полиномиальных точных или полиномиальных приближенных алгоритмов с лучшими оценками относительной погрешности допустимых решений от оптимальных, чем оценки ограниченные полиномом от длины входа.

Вторая глава диссертации посвящена исследованию двухуровневых задач конкурентного размещения производства и ценообразования.

В разделе 2.1 рассматривается задача о $(r|p)$ -центроиде на евклидовой плоскости. Показано, что соответствующая ей задача распознавания является Σ_2^P -полной. Более того, отсюда следует, что в случае евклидовых расстояний между клиентами и предприятиями данная оптимизационная задача остается Σ_2^P -трудной как в дискретной, так и в сетевой постановке.

В разделе 2.2 предлагается декомпозиционный точный метод, который является улучшенной версией точного итеративного метода, представленного в [17]. Новый метод использует переформулировку задачи о $(r|p)$ -центроиде в виде оптимизационной задачи с одной целевой функцией, предложенную в [55]. Эта переформулировка использует полиномиальное число переменных и экспоненциальное число ограничений, соответствующих всем возможным стратегиям последователя. Если почти все эти ограничения, кроме конечного числа, релаксировать, то оптимальное значение целевой функции релаксированной задачи будет верхней оценкой на оптимальное значение исходной задачи.

Предлагаемый далее метод итеративно пополняет семейство ограничений релаксированной задачи до тех пор, пока верхняя оценка не совпадет с нижней оценкой. На каждой итерации алгоритм для текущего семейства ограничений находит наилучшее решение за лидера для множества стратегий последователя, соответствующих данному семейству.

В разделе 2.3 рассматриваются два новых класса моделей конкурентного размещения производства и ценообразования в виде задач двухуровневого линейного булевого программирования.

Для моделей, в которых доход монополиста на любом из рынков задаётся монотонно не возрастающей функцией от себестоимости обслуживания, а рынки делятся между лидером и конкурентом на основе модели Бертрана, получены результаты, характеризующие сложность задачи. Следующие теоремы устанавливают связи моделей данного типа с полиномиальной и аппроксимационной иерархиями.

Теорема 20 *Задача конкурента является NP-трудной в сильном смысле.*

Теорема 21 *Задача CPLP является Σ_2^P -трудной.*

Теорема 22 *Задача CPLP принадлежит классу $Poly-APX_2^P$.*

Из теоремы 21 следует, что при условии $NP \neq co-NP$ для задачи CPLP не существует детерминированного алгоритма с NP-оракулом, находящего точное решение задачи за полиномиальное от длины входа время. Из теоремы 22 следует, что для задачи CPLP существует полиномиальный алгоритм, находящий приближенное решение с полиномиальной от длины входа оценкой точности, использующий оракул из класса NP. Из доказательства этого результата следует, что этот подход требует решения NP-трудной задачи конкурента, а это значительно сказывается на его трудоемкости. Поэтому далее рассматриваются иные способы поиска приближенных решений, основанные на идеях построения приближенных решений для Σ_2^P -трудной задачи о $(r|p)$ – центроиде [56]. Для задачи CPLP предложено два приближенных алгоритма решения, основанных на идеях альтернирующих эвристик и локального поиска. Приводятся результаты вычислительного эксперимента, показывающие возможность быстрого вычисления приближенных решений данной задачи.

Второй класс моделей, помимо раздела рынков на основе модели Бертрана и последующего применения монопольных цен, использует еще один механизм формирования цен, основанный на разделе спроса клиентов между игроками. Это случай, когда монополисту выгодно поделить спрос с конкурентом. Исследована вычислительная сложность данного класса моделей.

Теорема 23 *Задача конкурентного размещения и ценообразования с разделом спроса является $\sum_2^P$ -трудной.*

Третья глава посвящена исследованию задач двухуровневого программирования, в которых задача нижнего уровня является одним из вариантов параметрической задачи о рюкзаке.

В разделе 3.1 предлагается полиномиальное сведение двухуровневой задачи выбора ряда изделий с частичным внешним финансированием и ограничениями на объемы производства к семейству одноуровневых задач частично-целочисленного программирования.

Теорема 24 *Оптимальное решение задачи ВР может быть найдено при помощи решения семейства $\{BP_t\}_{t=1}^T$ задач частично-целочисленного программирования следующего вида: найти*

$$Z(t) = \min_{(x,w,y)} \sum_{i \in X} (f_i x_i + c_i w_i + \sum_{j \in J} h_{ij} y_{ij})$$

при ограничениях

$$\sum_{i \in X} y_{ij} = 1, j \in J \quad (D)$$

$$\sum_{j \in J} p_{ij} y_{ij} + w_i \leq V_i x_i, i \in X \quad (C)$$

$$\sum_{i \in X} \beta_i w_i = B \quad (K)$$

$$y_{ij} \leq x_i, i \in X, j \in J \quad (B)$$

$$0 \leq x_i \leq 1, 0 \leq y_{ij} \leq 1, w_i \geq 0, i \in X, j \in J \quad (N)$$

$$y_{ij} = 0, i < s(t), j \in J \quad (F_t)$$

$$w_i = 0, i > r(t)$$

$$x_i - \text{целые}, i \in X, \quad (I)$$

где

$$h_{ij} = d_{ij} + c_i p_{ij}.$$

При этом семейство $\{BP_t\}_{t=1}^T$ может быть построено за время, ограниченное полиномом от размерности задачи BP .

Данное сведение используется для нахождения нижних и верхних оценок на оптимальное значение целевой функции двухуровневой задачи. Проведено сравнение качества полученных нижних оценок.

Теорема 25 Для задачи BP выполняются соотношения

$$Z = Z^B = Z_B, \quad (1)$$

$$Z_D = Z_D^B = Z_{BD}, \quad (2)$$

$$Z_D = Z_{DK}^B = Z_{DKB}, \quad (3)$$

$$Z^I = Z_{DCK} = Z_{DC} = Z_{DK}, \quad (4)$$

$$Z^I = Z_{CB} = Z_{DCB} = Z_{CKB} = Z_{DCKB}, \quad (5)$$

$$Z_C^B = Z^{BI}. \quad (6)$$

Каждое из неравенств

$$Z^{BI} \leq Z^I, \quad (7)$$

$$Z^I \leq Z_C, \quad (8)$$

$$Z^I \leq Z_D, \quad (9)$$

$$Z_C \leq Z_D, \quad (10)$$

$$Z_D \leq Z_C. \quad (11)$$

является строгим ходя бы для одного входа задачи ВР.

Выделены классы совпадающих по величине, а также не сравнимых между собой оценок. Установлено, что величина относительного разрыва двойственности для двухуровневой задачи может быть сколь угодно близкой к единице. Приводится способ построения входных данных задачи с любой наперед заданной величиной разрыва двойственности. Предложен способ вычисления верхних границ для исследуемой задачи, что позволяет построить приближенный алгоритм решения задачи с апостериорной оценкой точности.

В разделе 3.2 в предположении невырожденности доказана полиномиальная разрешимость задачи двухуровневого линейного программирования с ограничениями общего вида на верхнем уровне, в которой задачей нижнего уровня является модифицированная задача о многовариантном ранце.

В четвертой главе исследуются двухуровневые модели планирования государственно-частного партнерства (ГЧП). Основная цель исследования – разработка экономико-математических моделей формирования эффективного механизма партнерства, основанных на теоретико-игровой модели Штакельберга, анализе связей этих постановок с полиномиальной и аппроксимационной иерархиями и разработке методов решения двухуровневых задач булевого программирования.

Еще одно из направлений исследования данной главы связано с весьма нетривиальным вопросом. Насколько оправданы такие двухуровневые постановки с точки зрения возможностей практического применения предлагаемого подхода? Установленная в работе [24] высокая вычислительная сложность предлагаемых математических моделей говорит о том, что для решения задач реаль-

ной размерности любым точным алгоритмом потребуются слишком большие вычислительные ресурсы, несмотря на все достижения в области разработки вычислительных систем. Можно ли в таком случае обойтись существенно более простыми одноуровневыми моделями? Насколько корректно с экономической точки зрения такие модели описывают процесс освоения минерально-сырьевой базы территории с неразвитой производственной инфраструктурой, и могут ли они быть использованы для поддержки процесса принятия управленческих решений в природно-ресурсной сфере? Эти вопросы также находятся в центре внимания данной главы, одной из целей которой является сравнительный анализ свойств решений двухуровневой и одноуровневой моделей формирования механизма ГЧП.

В разделе 4.1 приводятся математические постановки двухуровневых и одноуровневых моделей.

В 4.2 уточняются их связи с полиномиальной и аппроксимационной иерархиями.

Теорема 30 *Задачи PS^1 , PS^2 , PS^3 , PS^4 являются NPO-трудными относительно AP-сводимости.*

Теорема 31 *Задачи $PI^1(x, y)$, $PI^3(x, y)$, $PI^2(x, \bar{y})$, $PI^4(x, \bar{y}, \varphi)$ являются NPO-полными относительно AP-сводимости.*

Одна из целей данной главы — провести сравнительный анализ свойств решений тесно связанных между собой двухуровневой задачи PS^2 и одноуровневой задачи PST^2 . Далее приводятся результаты о аппроксимационной сложности последней задачи и ее аналогов.

Теорема 32 *Задачи PST^1 , PST^2 , PST^3 , PST^4 являются NPO-полными.*

Эти результаты определяют точное положение задач $PI^1(x, y)$, $PI^3(x, y)$, $PI^2(x, \bar{y})$, $PI^4(x, \bar{y}, \varphi)$ и PST^1 , PST^2 , PST^3 , PST^4 в аппроксимационной иерархии. Однако для задач PS^1 , PS^2 , PS^3 , PS^4 имеется лишь оценка снизу на их положение в данной иерархии. Следующее утверждение позволяет ограничить сверху положение этих двухуровневых задач в аппроксимационной иерархии. В нём используется базовый класс Σ_2^P О аппроксимационной иерархии второго уровня, являющийся классом оптимизационных задач, у которых соответствующая стандартная задача распознавания принадлежит классу Σ_2^P .

Теорема 33 Задачи $\mathcal{PS}^1$, $\mathcal{PS}^2$, $\mathcal{PS}^3$ и $\mathcal{PS}^4$ принадлежат классу $\Sigma_2^P O$.

Теорема 34 Задачи $\mathcal{PS}^1$, $\mathcal{PS}^2$, $\mathcal{PS}^3$ и $\mathcal{PS}^4$ являются Σ_P^2 -трудными.

Следствие 1 Стандартная задача распознавания для любой из задач $\mathcal{PS}^1$, $\mathcal{PS}^2$, $\mathcal{PS}^3$ и $\mathcal{PS}^4$ является Σ_2^P -полной задачей.

Следствие 2 Задачи $\mathcal{PS}^1$, $\mathcal{PS}^2$, $\mathcal{PS}^3$ и $\mathcal{PS}^4$ без льгот и инфраструктурных проектов сохраняет Σ_2^P -трудность даже в случае трехлетнего горизонта планирования, а соответствующие им стандартные задачи распознавания сохраняет Σ_2^P -полноту.

Следствие 3 Утверждения Теоремы 34 и Следствий 1 и 2 выполняются для задач $\mathcal{PS}^1$, $\mathcal{PS}^2$, $\mathcal{PS}^3$ и $\mathcal{PS}^4$ в пессимистической постановке.

В разделе 4.3 приводится гибридный алгоритм, основанный на методе локального поиска. В разделе 4.4 содержится описание специального модельного полигона, учитывающего природу информационной базы, порожденную спецификой моделируемого объекта. Раздел 4.5 посвящен анализу чувствительности решений моделей различного типа, а в заключительной части обсуждаются численные результаты и адекватность исходных предположений моделей сегодняшнему состоянию дел в сфере управления проектами ГЧП.

Пятая глава посвящена игровым моделям размещения хабов, которые относятся к одной из перспективных областей исследований в теории размещения со многими практическими приложениями [57]. Хабы служат средством сосредоточения и распределения, посредством которого потоки (например, пассажиров, фрахта, почтовых сообщений, данных) маршрутизируются между оговоренными местами истока и местами назначения (пары исток–сток). Сама концепция обеспечивает значительное сокращение количества связей, называемых *спицами*, необходимых для обеспечения того, чтобы все требования были удовлетворены. Другим преимуществом является так называемая экономия на масштабах, т. е. затраты на единицу потока будут уменьшаться между хабами, поскольку поток должен быть сконцентрирован на этих спицах. При таком подходе использование транспортных ресурсов оказывается намного более эффективным. Задача размещения хабов и выбора топологии сетей заключается в поиске оптимальных размещений для одного

или нескольких хабов относительно какой-либо целевой функции.

Раздел 5.1 описывает постановку и соответствующую двухуровневую математическую модель. Данная модель устроена так, что последователь может копировать сеть лидера, размещение хабов и повторить цены лидера. В этом случае каждый из них получит одинаковый доход. Если бы лидер знал об этой стратегии последователя и был бы уверен, что последний будет верен этому выбору, то они могли бы получить сколь угодно большой доход. В этом случае, как и в хорошо известной дилемме заключенного, неоптимальная стратегия является более выгодной, чем оптимальная.

В разделе 5.2 исследуется вопрос существования равновесия Штакельберга в общей задаче.

Теорема 36 *Для каждой пары исток–сток у лидера существует одна и та же оптимальная маржа для всех маршрутов, соединяющих данную пару.*

Теорема 37 *Если в задаче (5.1)–(5.8) у лидера и последователя выбраны хабы и определены топологии сетей, то в данной задаче существует единственное конечное оптимальное решение в терминах ценообразования.*

Теорема 38 *В задаче (5.1)–(5.8) существует оптимальное решение.*

В разделе 5.3 рассматривается другой игровой сценарий, связанный с ценовой конкуренцией. После выбора маршрутов игроками, т. е. после выбора хабов и топологии сетей, можно воспользоваться методами управления доходами для оперативного управления ценами. Изменение цен не требует значительных инвестиций или ресурсов, в отличие от того, что ожидается от перемещения любого из хабов. Поэтому естественно рассмотреть ситуацию, когда оба конкурента выбрали хабы и топологию сетей, определили цены, но теперь они хотят управлять ценами в стиле «ценовой войны» [58], в основе которой лежит модель Бертрана.

Теорема 39 *Если хабы и сети игроков фиксированы, то существует единственное равновесие Нэша в терминах цен.*

Таким образом возникает два игровых сценария. В первом игроки соглашаются с выбором цен в соответствии с ценовым равновесием по Штакельбергу, а во втором они переходят к ценовой войне и поиску ценового равновесия по Нэшу.

Эти два сценария (с наличием или без наличия обязательств

при выборе цен) могут привести к выбору разных множеств хабов и, соответственно, к выбору сетей с разными топологиями для соперников.

Теорема 40 *Для лидера всегда существует решение, приносящее ему максимальную прибыль, независимо от того, соглашаются ли игроки придерживаться ценового равновесия по Штакельбергу или склонны к ценовой войне и поиску равновесия по Нэшу.*

В шестой главе исследуется вопрос о сводимости задачи двухуровневого программирования общего вида к задаче многокритериальной (векторной) оптимизации, предлагается общий принцип построения таких сводимостей, а также рассматриваются частные случаи двухуровневых задач.

Основная цель данной главы — получить сводимость в общем виде, не требуя дополнительных свойств от оптимизационной задачи, т.е. от её целевой функции и ограничений. Формулировка идеи сводимости в общей форме позволяет использовать сводимость не только для задач линейного двухуровневого программирования, но также и для дискретных и нелинейных двухуровневых задач. Любая дополнительная информация о задаче может быть использована для модификации сводимости и уточнения вида векторной задачи. Кроме того, оцениваются возможности применения в построении нужных сводимостей таких стандартных инструментов теории экстремальных задач, как необходимые условия Куна—Таккера и теория двойственности в их разных вариантах и формах. Наконец, еще один из центральных аспектов работы заключается в том, чтобы не только получить сводимость, но и научиться управлять сложностью представления множества допустимых решений и сложностью оптимизируемых критериев векторной задачи.

В разделе 6.1 приводятся основные определения, необходимые для понимания результатов работы.

В разделе 6.2 приводится схема сводимости задачи двухуровневого программирования общего вида к задаче многокритериальной оптимизации. Идея предлагаемого подхода может быть описана следующим образом. В качестве допустимого множества векторной задачи рассмотрим допустимое множество двухуровневой задачи и определим на нем функцию критериев, совпадающую с целевой функцией исходной задачи двухуровневого программирования.

ния. Таким образом получим сведение задачи двухуровневой оптимизации к обычной задаче одноуровневой (однокритериальной) оптимизации. Далее, релаксируя последовательно допустимое множество векторной задачи посредством замены групп ограничений некоторой подходящей функцией критериев, будем получать сведения двухуровневой задачи к задачам векторной оптимизации с бóльшим числом критериев, но с более простым по структуре допустимым множеством.

Теорема 41 *Справедливы следующие равенства.*

1. $P^* = ND(P, \prec_1)$.
2. Если $P \neq \emptyset$, то $P^* = ND(\mathcal{F}^2, R_2)$.
3. Если $P^{1,2} \neq \emptyset$, то $P^* = ND(P^2, R_3)$.
4. Если для всякого $x \in P^{1,2}$ либо $x^2 \in \mathcal{F}^2(x^1)$, либо найдется $w \in P^{1,2}$ такой, что $w^1 = x^1$ и $f^2(w) < f^2(x)$, то $P^* = ND(P^{1,2}, R_1)$.

Теорема 41 устанавливает взаимно-однозначное соответствие между множеством оптимальных решений двухуровневой задачи общего вида и совокупностью векторов, недоминируемых в некотором множестве по подходящему бинарному отношению. Это дает способ построения сводимости задачи двухуровневого программирования к подходящей многокритериальной задаче.

Следующая теорема дает аппарат, который позволяет конструктивно управлять числом критериев в многокритериальной задаче.

Теорема 42 *Имеют место следующие соотношения:*

1. $y \in ND(P, \prec_1) \iff \Theta_0(y) \in ND(\Theta_0(P), \prec_{K_0})$,
2. $y \in ND(\mathcal{F}^2, R_2) \iff \Theta_2(y) \in ND(\Theta_2(\mathcal{F}^2), \prec_{K_2})$,
3. $y \in ND(P^2, R_3) \iff \Theta_3(y) \in ND(\Theta_3(P^2), \prec_{K_3})$.
4. Кроме того, если для всякого $x \in P^{1,2}$ либо $x^2 \in \mathcal{F}^2(x^1)$, либо найдется $w \in P^{1,2}$ такой, что $w^1 = x^1$ и $f^2(w) < f^2(x)$, то имеет место соотношение:

$$y \in ND(P^{1,2}, R_1) \iff \Theta_1(y) \in ND(\Theta_1(P^{1,2}), \prec_{K_1}).$$

В разделе 6.3 рассматриваются частные случаи сводимости для задач выпуклого и линейного двухуровневого программирования. Получен аналог теоремы 42 для выпуклых постановок, в котором в качестве меры нарушения экстремального ограничения двухуровневой задачи используются невязки условий Куна–Таккера. Для двухуровневой задачи с задачей линейного программирования на нижнем уровне на основе результатов раздела 6.2. предложен другой вариант сводимости. Он получен заменой условий Куна–Таккера теоремами двойственности линейного программирования с использованием структурных особенностей задач линейного программирования.

Теорема 45

$$P^* = \bigcup_{t: P \cap \Lambda_t \neq \emptyset} \Theta_2^{-1}(ND(\Theta_2(\Lambda_t), <_{K_2})).$$

Теорема 45 позволяет свести решение двухуровневой задачи *BPL* к решению не более чем p двухкритериальных задач с линейными ограничениями. Когда число базисных допустимых решений невелико, можно рассчитывать на достаточно эффективные точные или приближённые алгоритмы решения двухуровневой задачи.

Для двухуровневой задачи с линейной задачей о ранце на нижнем уровне показано, что она сводится к решению не более чем n_1 двухкритериальных задач с простыми линейными ограничениями, где n_1 – число переменных задачи нижнего уровня.

В разделе 6.4 обсуждается вариант сводимости для задачи двухуровневого программирования с дискретными переменными.

Основные результаты диссертации

1. Введены новые сложностные классы, расширяющие аппроксимационную иерархию, которые позволили выяснить вычислительную сложность и качество аппроксимации следующих задач двухуровневого программирования: задач конкурентного размещения и ценообразования, а также задач планирования государственно-частного партнёрства. В частности, задачи первого типа принадлежат новому классу $POLY-APX_2^P$, а задачи второго типа являются NPO -трудными относительно AP -сводимости и принадлежат новому классу $\Sigma_2^P O$. Установлена Σ_2^P -трудность этих задач.

2. Исследована сложность аппроксимации двухуровневых задач размещения и ценообразования с различными стратегиями ценообразования. Установлено, что эти задачи являются *Poly-APX*-полными относительно AP-сводимости, то есть при выполнении гипотезы $P \neq NP$ для данных классов задач не существует полиномиальных точных алгоритмов решения, а также не существует *FPTAS*- и *PTAS*-алгоритмов, полиномиальных приближенных алгоритмов с константной и логарифмической от длины записи исходных данных оценками точности аппроксимации.

3. Предложен новый подход к моделированию двухуровневых конкурентных процессов при выборе хабов, топологии транспортных сетей и оптимального ценообразования. Показано, что существует равновесие Штакельберга как для кооперативного, так и для некооперативного взаимодействия игроков. Более того, для лидера всегда существует решение, приносящее ему максимальную прибыль независимо от того, соглашаются ли игроки придерживаться ценового равновесия по Штакельбергу или склонны к ценовой войне и поиску равновесия по Нэшу.

4. В общем виде решён вопрос о сводимости двухуровневых задач к многокритериальным задачам. Предложен подход, который позволяет при конструировании сводимости управлять сложностью представления множества допустимых решений и сложностью оптимизируемых критериев многокритериальной задачи. Получены конструктивные версии сводимостей для ряда классов двухуровневых задач, важных в практическом отношении.

5. Разработан новый точный метод решения двухуровневых задач размещения и ценообразования, основанный на идее гибридизации. Данным методом получены новые эффективные алгоритмические схемы:

- точный гибридный итерационный алгоритм, основанный на идеях декомпозиции и генерации отсечений для задачи о $(r|p)$ -центроиде;

- точные гибридные алгоритмы на основе декомпозиции, метода отсечений и метода поиска с запретами для двухуровневой

задачи с фабричным ценообразованием;

– точный полиномиальный алгоритм решения для двухуровневой задачи линейного программирования с многовариантным ранцем на нижнем уровне.

6. Разработаны новые гибридные приближённые методы решения для следующих двухуровневых задач размещения и ценообразования:

– двухэтапные эвристики на основе локального поиска, генетической эвристики и метода спуска с чередующимися окрестностями для задач размещения и ценообразования;

– рандомизированные методы локального поиска для моделей конкурентного размещения и ценообразования;

– итерационные методы рандомизированного локального поиска, использующие плотные верхние границы значения целевой функции лидера для моделей планирования государственно-частного партнёрства.

Публикации автора

по теме диссертации в изданиях, рекомендованных ВАК

- [1] Кочетов Ю.А., Плясунов А.В. Полиномиально разрешимый класс задач двухуровневого линейного программирования. Дискретный анализ и исследование операций. Серия 2. 1997. Т. 1, № 2. С. 23–33.
- [2] Плясунов А.В. Полиномиально разрешимый класс задач двухуровневого нелинейного программирования. Дискретный анализ и исследование операций. Серия 2. 2000. Т. 7, № 2. С. 89–113.
- [3] Плясунов А.В. Задача двухуровневого линейного программирования с многовариантным ранцем на нижнем уровне // Дискретный анализ и исследование операций. Серия 2. 2003. Т. 10, № 1. С. 44–52.

- [4] Иваненко Д.С., Плясунов А.В. О Лагранжевых релаксациях для задачи выбора ряда изделий с частичным внешним финансированием и ограничениями на объемы производства // Дискретный анализ и исследование операций. Серия 2. 2004. Т. 11, № 2. С. 69–93.
- [5] Кочетов Ю.А., Пащенко М.Г., Плясунов А.В. О сложности локального поиска в задаче о p -медиане // Дискретный анализ и исследование операций. Серия 2. 2005. Т. 12, № 2. С. 44–71.
- [6] Иваненко Д.С., Плясунов А.В. О сводимости задачи двухуровневого программирования к задаче векторной оптимизации // Дискретный анализ и исследование операций. Серия 2. 2007. Т.14, № 1. С. 72–99.
- [7] Alekseeva E., Kochetov Yu., Plyasunov A. Complexity of local search for the p -median problem // European Journal of Operational Research. 2008. Vol. 191. P. 736–752.
- [8] Кононов А.В., Кочетов Ю.А., Плясунов А.В. Конкурентные модели размещения производства // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2009. Т. 49, № 6. С. 1037–1054.
- [9] Alekseeva E., Kochetova N., Kochetov Y., Plyasunov A. Heuristic and exact methods for the discrete $(r|p)$ -centroid problem // Lecture Notes in Computer Science. Springer, Heidelberg (EvoCOP). 2010, Vol. 6022. P. 11–22.
- [10] Плясунов А.В., Панин А.А. Задача ценообразования. Часть I. Точные и приближённые Алгоритмы решения // Дискретный анализ и исследование операций. 2012.Т. 19, № 5. С. 83–100.
- [11] Плясунов А.В., Панин А.А. Задача ценообразования. Часть II. Вычислительная сложность // Дискретный анализ и исследование операций. 2012.Т. 19, № 6. С. 56–71
- [12] Панин А.А., Пащенко М.Г., Плясунов А.В. Двухуровневые модели для дискретной задачи размещения производства и ценообразования // Автоматика и телемеханика. 2014. № 4. С. 153–169.

- [13] Панин А.А., Плясунов А.В. О сложности двухуровневых задач размещения и ценообразования // Дискретный анализ и исследование операций. 2014. Т. 21, № 5. С. 54–66.
- [14] Davydov I., Kochetov Yu., Plyasunov A. On the complexity of the (r|p)-centroid problem in the plane // TOP. 2014. Vol. 22(2). P. 614–623.
- [15] Кочетов Ю. А., Панин А. А., Плясунов А. В. Сравнение метаэвристик для решения двухуровневой задачи размещения предприятий и фабричного ценообразования // Дискретный анализ и исследование операций. 2015. Т. 22, № 3. С. 36–54.
- [16] Лавлинский С.М., Панин А.А., Плясунов А.В. Двухуровневая модель планирования государственно-частного партнерства // Автоматика и телемеханика. 2015. № 11. С. 89–103.
- [17] Alekseeva E., Kochetov Y., Plyasunov A. An exact method for the discrete (r|p)-centroid problem // Journal of Global Optimization. 2015. Vol. 63, Issue 3. P. 445–460.
- [18] Лавлинский С.М., Панин А.А., Плясунов А.В. Сравнение моделей планирования государственно-частного партнерства // Дискретный анализ и исследование операций. 2016. Т. 23, № 3. С. 35–60.
- [19] Čvokić D., Kochetov Yu., Plyasunov A. A leader-follower hub location problem under fixed markups // In: Kochetov Y., Khachay M., Beresnev V., Nurminski E., Pardalos P. (eds) Discrete Optimization and Operations Research. DOOR 2016. Lecture Notes in Computer Science. Springer, Cham. 2016, Vol. 9869. P. 331–344.
- [20] Kononov A., Panin A., Plyasunov A. A new model of competitive location and pricing with the uniform split of the demand // Communications in Computer and Information Science. 2018. Vol. 871. P. 16–28.
- [21] Lavlinskii S., Panin A., Plyasunov A. Public-private partnership models with tax incentives: numerical analysis of solutions //

Communications in Computer and Information Science. 2018. Vol. 871. P. 220–234.

- [22] Губарева А. В. Панин А. А., Плясунов А. В., Сом Л. В. О трехуровневой задаче конкурентного ценообразования с равномерной и фабричной ценовыми стратегиями // Дискретный анализ и исследование операций. 2019. Т. 26, № 1. С. 55–73.
- [23] Кононов А. В. Панин А. А., Плясунов А. В. Двухуровневая модель конкурентного размещения и ценообразования с неравномерным разделом спроса // Дискретный анализ и исследование операций. 2019. Т. 26, № 3. С. 27–45.
- [24] Лавлинский С.М., Панин А.А., Плясунов А.В. Модели Штакельберга в территориальном планировании // Автоматика и телемеханика. 2019. № 2. С. 111–124.
- [25] Čvokić D., Kochetov Yu., Plyasunov A. and Savić A. A (r|p)hub-centroid problem under the price war // Lecture Notes in Computer Science. 2019. Vol. 11548. P. 126–139.
- [26] Lavlinskii S., Panin A., Plyasunov A. Stackelberg model and public-private partnerships in the natural resources sector of Russia // Lecture Notes in Computer Science. 2019. Vol. 11548. P. 201–215.

Цитированная литература

- [27] Береснев В. Л. Дискретные задачи размещения и полиномы от булевых переменных. Новосибирск: Издательство Института математики, 2005. 408 с.
- [28] Береснев В. Л., Гимади Э. Х., Дементьев В. Т. Экстремальные задачи стандартизации. Новосибирск: Наука, 1978. 335 с.
- [29] Eiselt, H.A., Marianov, V. Foundations of location analysis. New York: Springer, 2011. 510 p.
- [30] Vives, X. Oligopoly pricing: old ideas and new tools. Cambridge: MIT Press, 1999.

- [31] Hanjoul P., Hansen P., Peeters D. and Thisse J-F. Uncapacitated plant location under alternative spatial price policies // *Management Science*. 1990. Vol. 36, Issue 1. P. 41–57.
- [32] Aboolian R., Berman O. and Krass D. Optimizing pricing and location decisions for competitive service facilities charging uniform price // *Journal of the Operational Research Society*. 2008. Vol. 59. P. 1506–1519.
- [33] Aboolian R., Berman O., Krass D. Competitive facility location model with concave demand // *European Journal of Operational Research*. 2007. Vol. 181. P. 598–619.
- [34] Dasci A., Laporte G. Location and pricing decisions of a multistore monopoly in a spatial market // *Journal of Region Science*. 2004. Vol. 44. P. 489–515.
- [35] Serra D., ReVelle C. Competitive locations and pricing on networks // *Geographical Analysis*. 1999. Vol. 31. P. 109–129.
- [36] Eiselt H.A., Laporte G. Sequential location problems // *European Journal of Operational Research*. 1996. Vol. 96. P. 217–242.
- [37] Eiselt H.A., Laporte G., Thisse J.-F. Competitive location models: a framework and bibliography // *Transportation Science*. 1993. Vol. 27. P. 44–54.
- [38] Plastria F. Sequential location problems // *European Journal of Operational Research*. 2001. Vol. 129. P. 461–470.
- [39] Hay D.A. Sequential entry and entry-detering strategies in spatial competition // *Oxford Economic Papers New Series*. 1976. Vol. 28, No. 2. P. 240–257.
- [40] Prescott E.C., Vissher M. Sequential location among firms with foresight // *The Bell Journal of Economics*. 1977. Vol. 8. P. 378–393.
- [41] von Stackelberg H. *Marktform und Gleichgewicht*. Vienna: Springer, 1934. 138 P.

- [42] Kress D., Pesch E. Sequential competitive location on networks // European Journal of Operational Research. 2012. Vol. 217. P. 483–499.
- [43] Garcia M.D., Fernandez P., Pelegrin B. On price competition in location-price models with spatially separated markets // TOP. 2004. Vol. 12. P. 351–374.
- [44] Snyder L.V. Facility location under uncertainty: a review // Journal IIE Transactions. 2006. Vol. 38. P. 547–564.
- [45] Pang J.-S. Three modeling paradigms in mathematical programming // Mathematical Programming. 2010. Vol. 125. P. 297–323.
- [46] Bard J.F. Practical bilevel optimization: algorithms and applications. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1998. 476 P.
- [47] Dempe S.J. Foundations of bilevel programming. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002. 481 P.
- [48] Moore J.T., Bard J.F. The mixed integer linear bilevel programming problem // Operations Research. 1990. Vol. 38(5). P. 911–921.
- [49] Иваненко Д.С., Плясунов А. В. О сводимости задачи двухуровневого программирования к задаче векторной оптимизации // Труды ИВМиМГ СО РАН. Сер. Информатика. Новосибирск, 2005. Вып. 5. С. 132–143.
- [50] Ausiello G., Crescenzi P., Gambosi G., Kann V., Marchetti-Spaccamela A., Protasi M. Complexity and approximation: combinatorial optimization problems and their approximability properties. Berlin: Springer–Verlag, 1999. 524 P.
- [51] Hotelling H. Stability in competition // The Economic Journal. 1929. Vol. 39. P. 41–57.
- [52] Nisan N., Roughgarden T., Tardos É., Vazirani V. (Eds.). Algorithmic game theory. Cambridge University Press. 2007. 778 P.

- [53] Noltermeier H., Spoerhose J., Wirth H.C. Multiple voting location and single voting location on trees // European Journal of Operational Research. 2007. V. 181. P. 654–667.
- [54] Kochetov Yu., Ivanenko D. Computationally difficult instances for the uncapacitated facility location problem. In: T. Ibaraki et al. (eds.). Metaheuristics: progress as real solvers. Springer. 2005. P. 351–367.
- [55] Roboredo M.C., Pessoa A.A. A branch-and-cut algorithm for the discrete $(r|p)$ -centroid problem // European Journal of Operational Research. 2013. Vol. 224. P. 101–109.
- [56] Kochetov Y.A., Davydov I.A., Carrizosa E. A local search heuristic for the $(r|p)$ -centroid problem in the plane // Computers & Operations Research. 2014. Vol. 52, Part B. P. 334–340.
- [57] Hekmatfar M., Pishvaei M. Hub location problem // In: Zanjirani R., Hekmatfar M (eds.). Facility location. Physica-Verlag HD, Heidelberg. 2009. P. 243–270.
- [58] Serra D, ReVelle Ch. Competitive location and pricing on networks// Geographical Analysis. 1999. Vol. 31. P. 109–129.

Плясунов Александр Владимирович

**Двухуровневые модели размещения
и ценообразования: вычислительная сложность
и методы решения**

Автореферат диссертации
на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Подписано в печать . . . Формат 60x84 1/16.
Усл. печ. л. 1,7. Уч.-изд. л. 2,0. Тираж 120 экз. Заказ № 114.

Отпечатано в ООО "Омега Принт"
пр. Ак. Лаврентьева, 6, 630090 Новосибирск