ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОЧЕЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ В ЗАДАЧАХ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА

НЕУСТРОЕВА ЛЮБОВЬ ВЛАДИМИРОВНА
Югорский государственный университет

Аннотация

Данная работа посвящена исследованию обратных задач об определении точечных источников в математических моделях тепломассопереноса с использованием точечных условий переопределения. Основное внимание уделено моделям основанным на параболических уравнениях второго порядка, возникающим при описании процессов конвенции-диффузии, фильтрации, тепло- и массопереноса и в самых разных других областях.

Первая часть результатов - это асимптотические представления функций Грина эллиптических краевых задач с параметром. Соответствующее эллиптическое уравнение имеет вид

$$L = L_0u + \lambda u = \delta(x - x_0), \quad x \in G \subset \mathbb{R}^n,\ n = 1, 2, 3, \tag{1}$$

где $L_0u = -\Delta u + \sum_{i=1}^{n} a_i u_{x_i} + a_0u$ в случае $n = 2, 3$ и $L_0u = -a(x)u_{xx} + b(x)u_x + c(x)u$ в случае $n = 1$. Краевые условия записываются в виде

$$Bu|_\Gamma = 0,\ \Gamma = \partial G,\ n = 1, 2, 3, \tag{2}$$

где $Bu = u$ или $Bu = \frac{\partial u}{\partial \nu} + \sigma(x)u$, ν – единичная внешняя нормаль к Γ и δ — дельта-функция Дирака. Область G совпадает с $\mathbb{R}^n$, полупространством $\mathbb{R}^n_+$, или областью в $\mathbb{R}^n$ ($n = 1, 2, 3$) с компактной границей $\Gamma \in C^2$. Предполагается, что $\lambda \in \mathbb{C}$ и $|arg\,\lambda| \leq \pi - \delta_0$, $\delta_0 \in (0, \pi)$.

Основные результаты работы связаны вопросом об определении вместе с решением правой части специального вида в уравнении

$$u_t + L_0u = \sum_{i=1}^{m} N_i(t)\delta(x - x_i) + f_0(t, x) = F(t, x), \tag{3}$$

где $(x, t) \in Q = (0, T) \times G$, область G при $n = 2, 3$ совпадает с пространством $\mathbb{R}^n$, полупространством $\mathbb{R}^n_+$, или областью в $\mathbb{R}^n$ ($n = 1, 2, 3$) с компактной границей $\Gamma \in C^2$. В случае $n = 1$ $G = (a, b)$ ($-\infty \leq a < b \leq \infty$). Уравнение (3) дополняется краевыми и начальными условиями

$$Bu|_S = g, \quad u|_{t=0} = u_0(x), \quad S = (0, T) \times \Gamma, \tag{4}$$

где либо $Bu = \frac{\partial u}{\partial \nu} + \sigma u$, либо $Bu = u$ (ν единичная внешняя нормаль к Γ). Заданы также условия переопределения

$$u(y_j, t) = \psi_j(t),\ j = 1, 2, \ldots, s. \tag{5}$$

В самой общей постановке задача состоит в нахождении решения u уравнения (3), неизвестных точек $\{x_i\}$, числа m, и функций $\{N_i(t)\}$ по начально-краевыми условиями (4) и условиями переопределения (5).

Получены теоремы существования, исследованы вопросы единственности решений.