

Разработка численных методов
и алгоритмов расчета
волновых сейсмических полей
в средах
с локальными осложняющими
факторами

Лисица Вадим Викторович

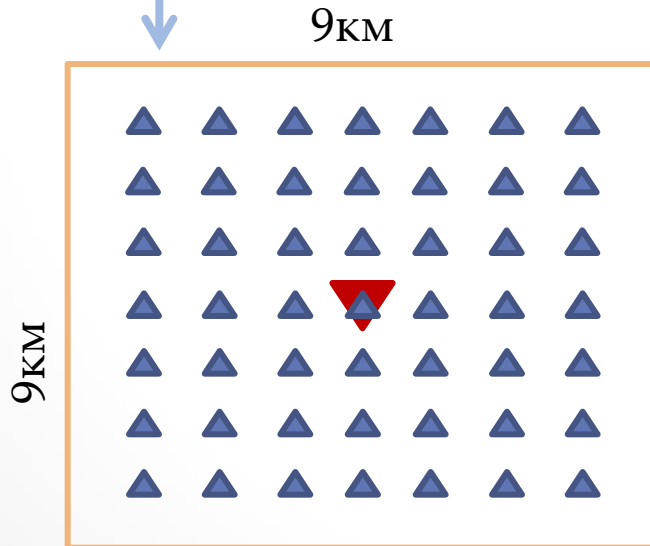
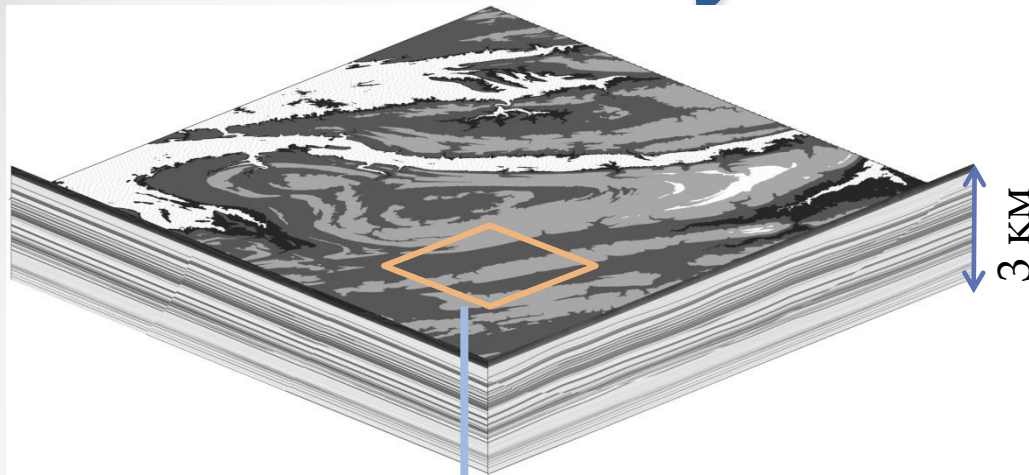
Диссертация на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук
по специальности 05.13.18 –

Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Объект исследования

Объект исследования - численные методы и алгоритмы на предмет их комплексирования для расчета волновых сейсмических полей с учетом локальных осложняющих факторов среды (скоплений мелкомасштабных неоднородностей, анизотропных формаций, вязкоупругих включений, топографии свободной поверхности).

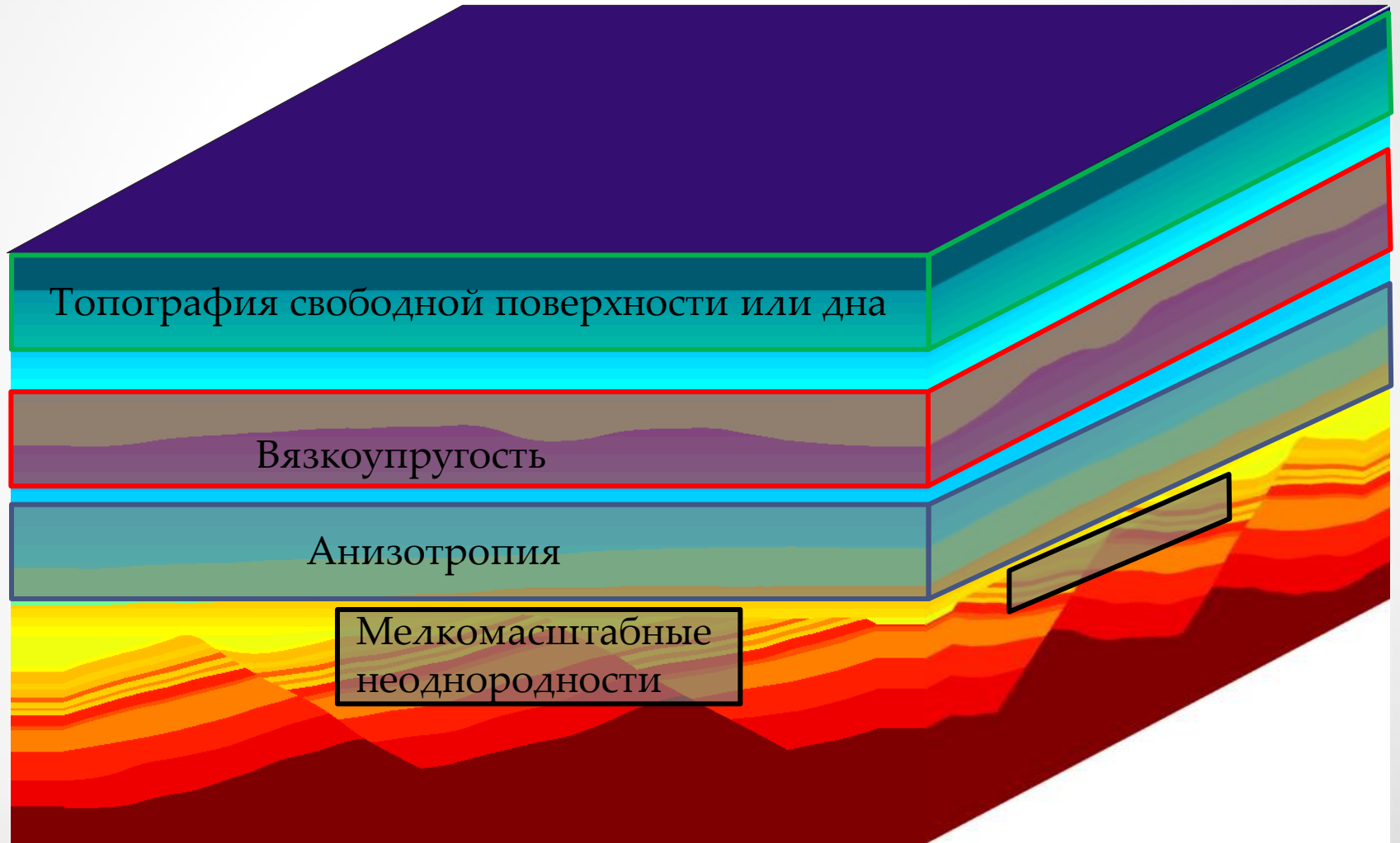
Актуальность



Анизотропия + вязкоупругость

Шаг сетки	6.25 м
Число точек	10^9
RAM/одну задачу	0.5 Тб
Машинное время	$5 \cdot 10^3$ ядро-ч
Число источников	$4 \cdot 10^4$
Общее время	$2 \cdot 10^8$ ядро-ч

Гибридные алгоритмы



Научные задачи

1. На основе **локального измельчения сеток** для конечно-разностных схем разработать численный метод и алгоритмы расчета волновых сейсмических полей в средах со **скоплениями мелкомасштабных неоднородностей** (с системами каверн и трещин).
2. Комбинированием **схемы Лебедева и стандартной схемы на сдвинутых сетках** разработать конечно-разностный метод и алгоритм расчета волновых сейсмических полей в **средах с анизотропными формациями**.
3. Разработать конечно-разностный алгоритм моделирования волновых процессов в средах с **вязкоупругими включениями** на основе **комбинирования обобщенной стандартной линейной модели твердого тела и модели идеально упругой среды**.
4. Комбинированием **разрывного метода Галеркина и метода конечных разностей** разработать метод расчета волновых сейсмических полей в моделях **с резкоконтрастными границами со сложной геометрией**.

Содержание

- Мелкомасштабные неоднородности
- Анизотропные включения
- Среды с поглощением
- Аппроксимация резкоконтрастных границ со сложной геометрией

Содержание

- Мелкомасштабные неоднородности
 - Стандартная схема на сдвинутых сетках
 - Локальное измельчение сеток:
- Анизотропные включения
- Среды с поглощением
- Аппроксимация резкоконтрастных границ со сложной геометрией

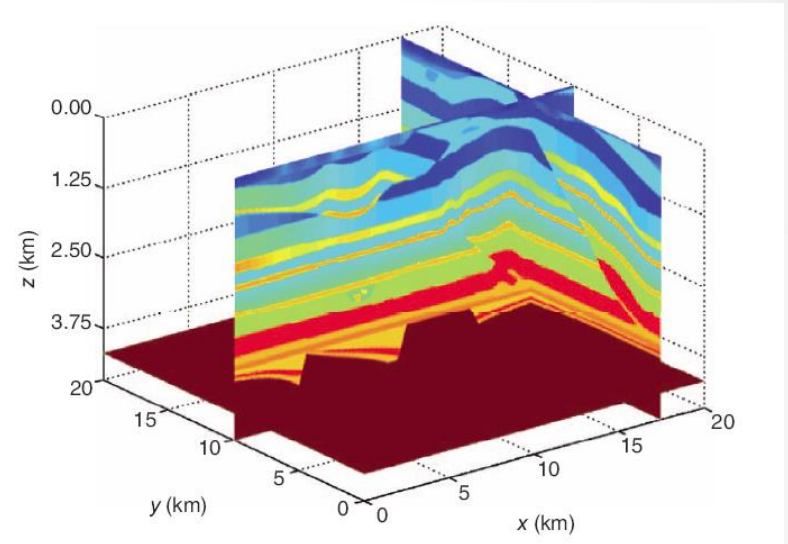
Постановка задачи

В полупространстве $z > 0$, определена система уравнений динамической теории упругости

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot \sigma,$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{1}{2} (\nabla u + \nabla u^T),$$

$$\sigma = C \varepsilon$$



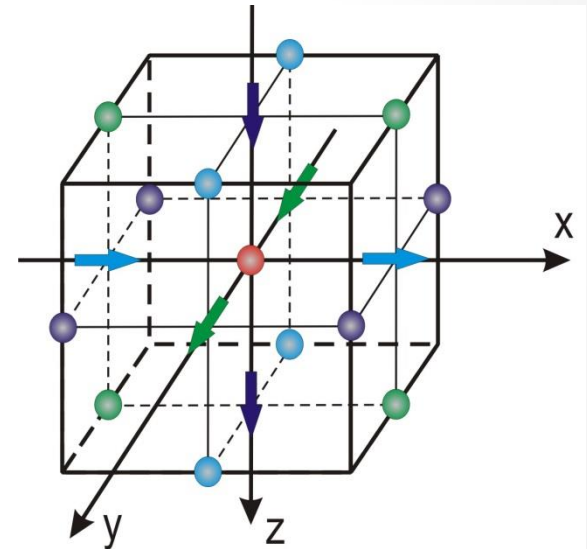
Начальные условия – нулевые.

Граничные условия – свободной поверхности при $z=0$ и условия предельного поглощения на бесконечности (аппроксимируется введением идеально согласованных слоев или PML).

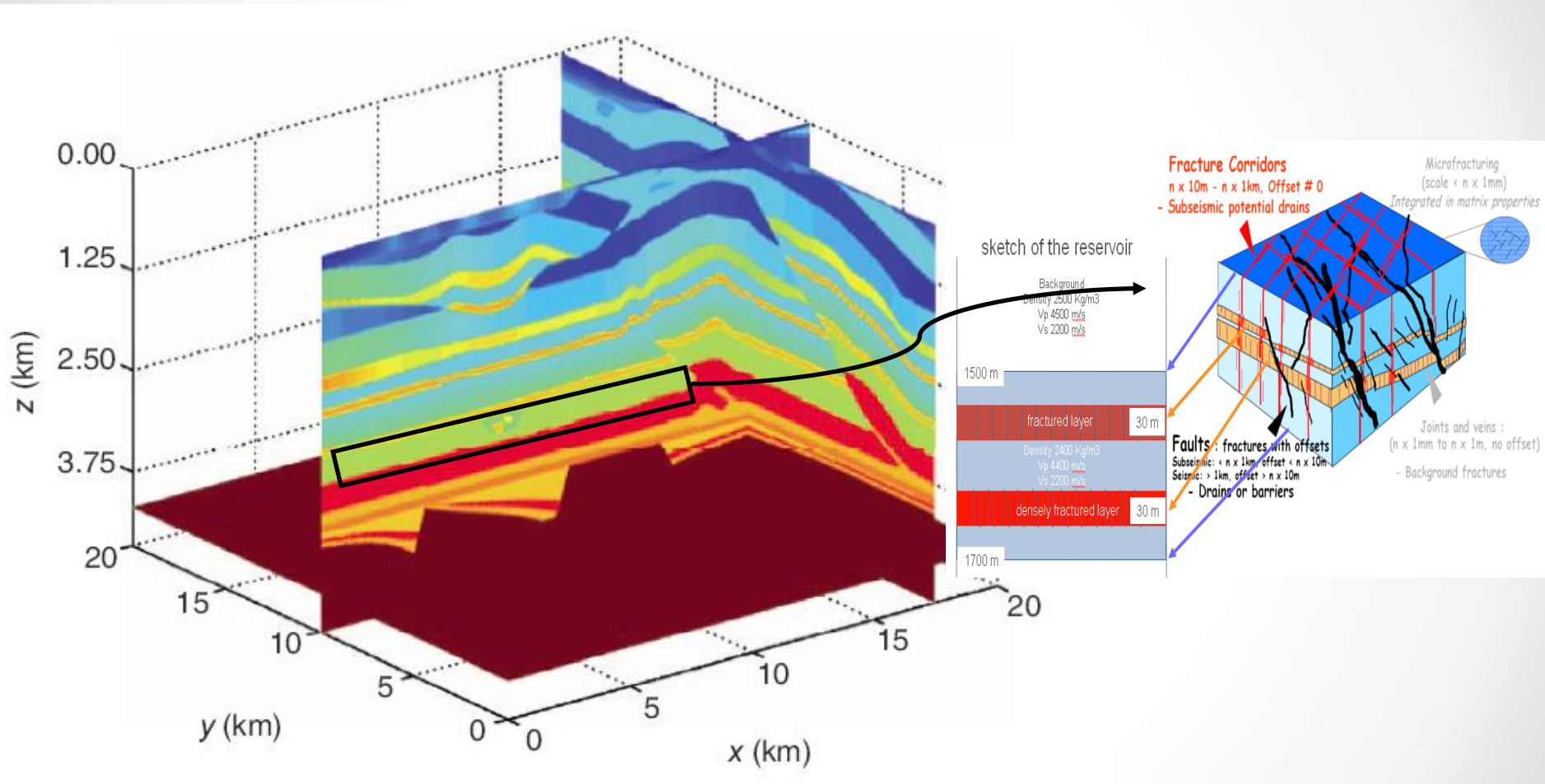
Конечно-разностная аппроксимация

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot \sigma, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{1}{2} (\nabla u + \nabla u^T), \quad \sigma = C \varepsilon$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} \end{pmatrix}$$

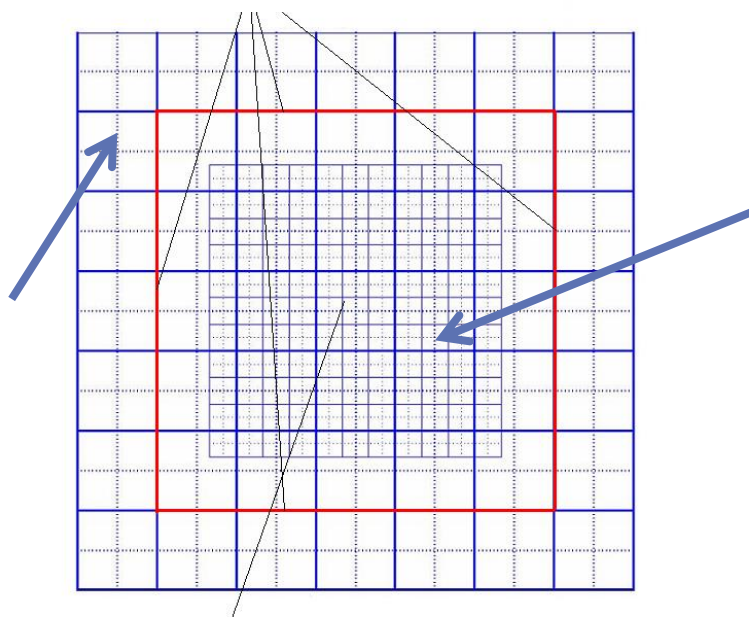


Мелкомасштабные неоднородности



Локальное измельчение сеток

Сетка с шагом, сравнимым с длиной волны – 1 – 5 м.



В ограниченной подобласти.

Сетка с шагом, достаточным для дискретизации неоднородностей – 0.01 – 0.1 м

Параболические задачи:

- Кнауб Л. В., Лаевский Ю. М., Новиков Е. А. 2007, Лаевский Ю. М., Банушкина П. В. 2000;

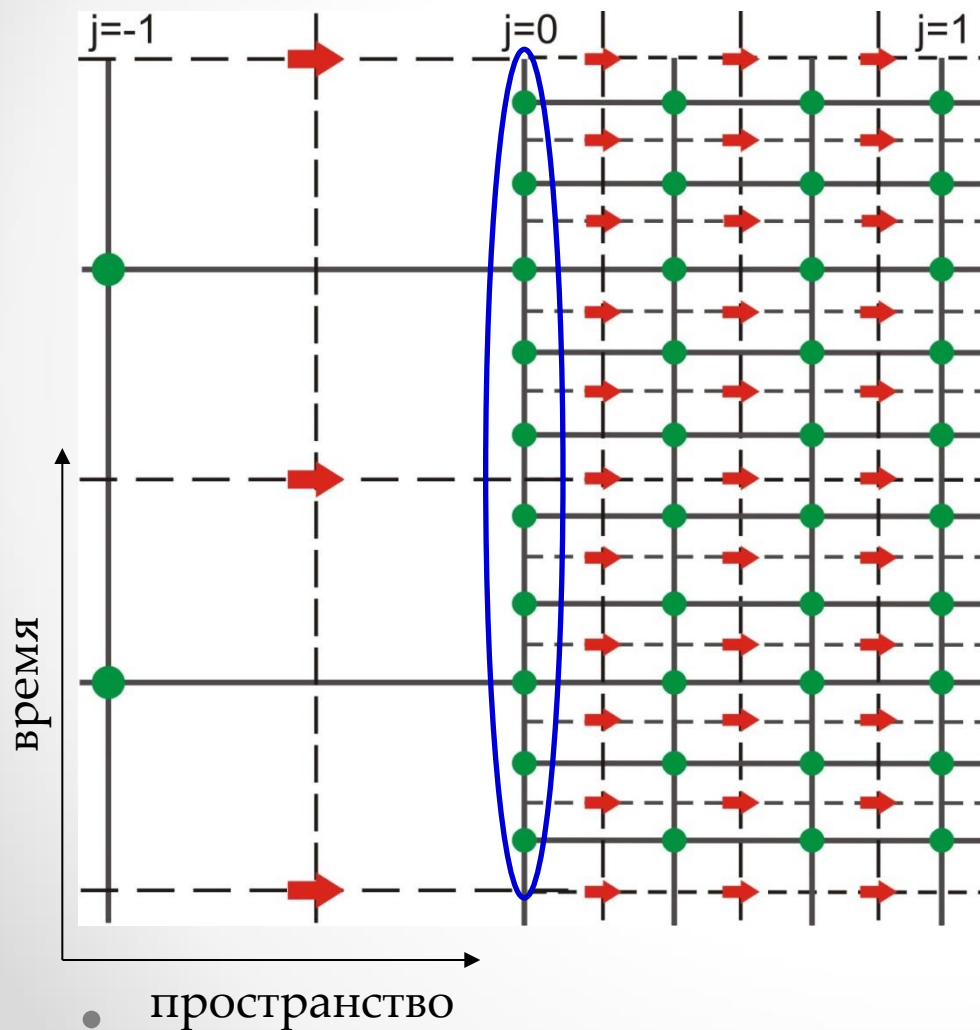
Гиперболические задачи:

- Метод конечных объемов: M. Berger et al. 1984, 1985, 1998; Calhoun D. A., Helzel C., LeVeque R. J. 2008.

- Метод конечных разностей: P. Joly, F. Collino et al. 1998, 2003, 2005; J. Berenger 2006, 2009, 2011;

- Разрывный метод Галеркина: M. Dumser, M. Kaser et al. 2007; M. Grote, J. Diaz et al. 2007, 2009, 2010;

Измельчение сеток



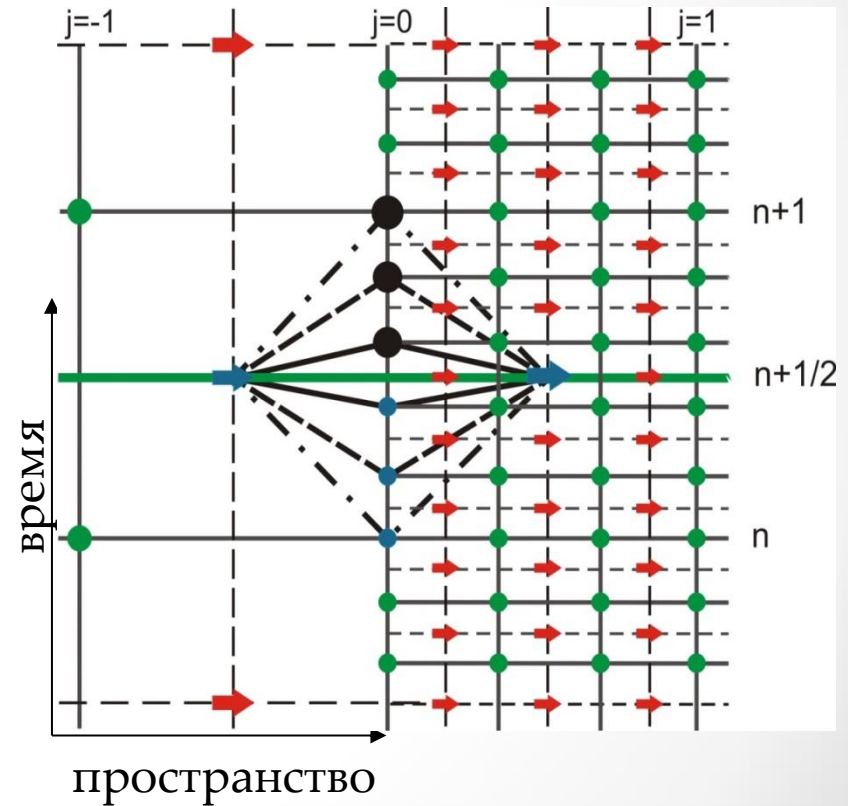
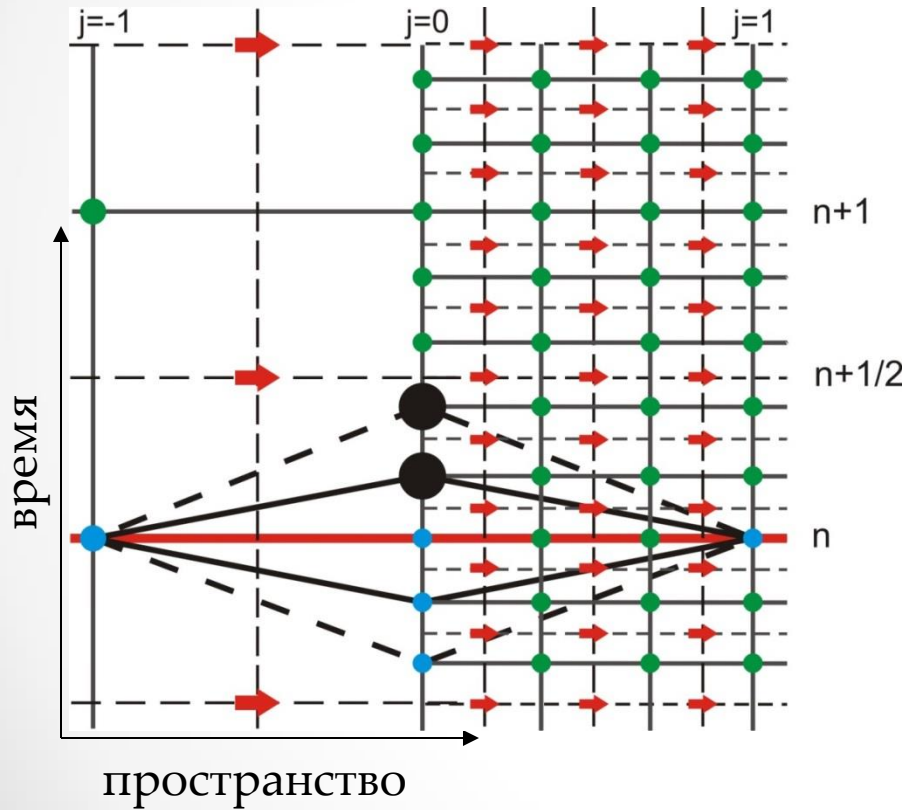
$$\frac{p_j^n - p_j^{n-1}}{\tau} = \frac{u_{j+1/2}^{n-1/2} - u_{j-1/2}^{n-1/2}}{h},$$

$$\frac{u_{j+1/2}^{n+1/2} - u_{j+1/2}^{n-1/2}}{\tau} = \frac{p_{j+1}^n - p_j^n}{h}$$

Измельчение шага по времени

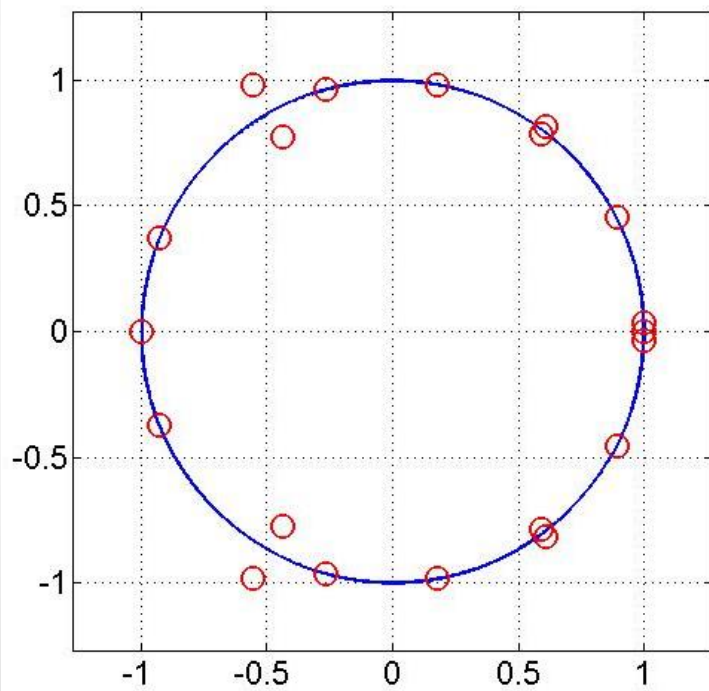
$$\frac{p_0^{n+k/K} - 2p_0^n + p_0^{n-k/K}}{(\tau k / K)^2} = \frac{p_1^n - 2p_0^n + p_{-1}^n}{(h)^2}$$

$$\frac{p_0^{n+1/2+(2k+1)/2K} - p_0^{n+1/2-(2k+1)/2K}}{(2k+1)\tau / K} = \frac{u_{1/2}^{n+1/2} - u_{-1/2}^{n+1/2}}{h}$$

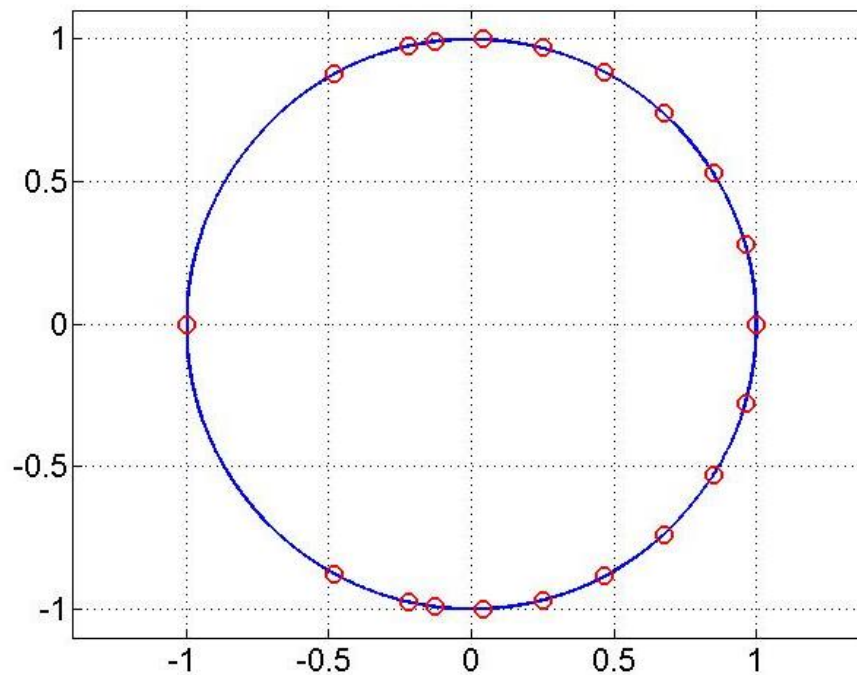


Устойчивость

Одновременное измельчение

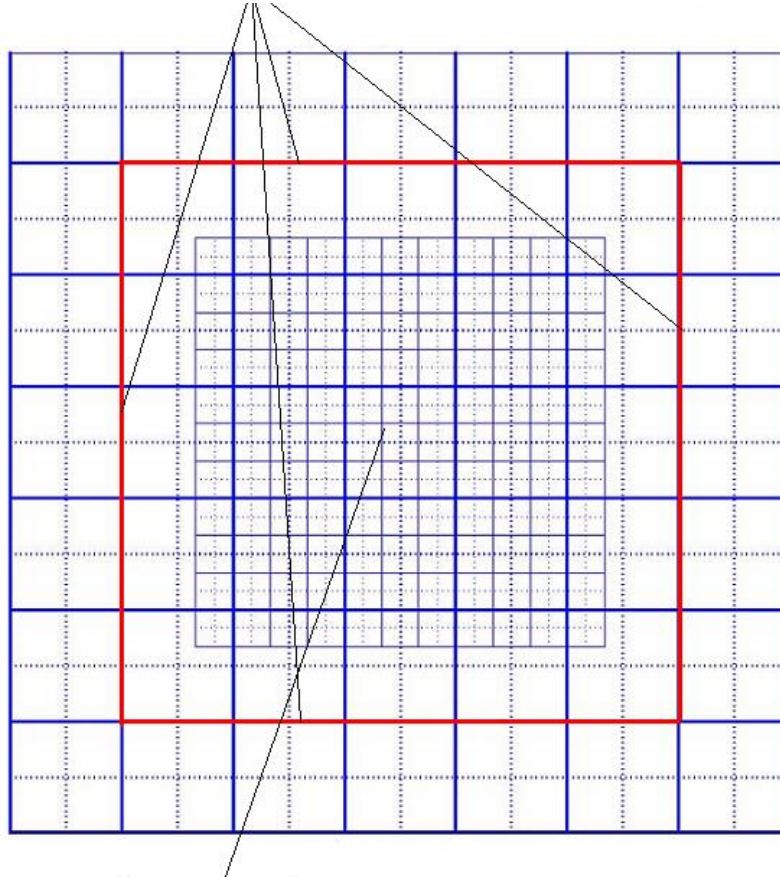


Измельчение шага по времени



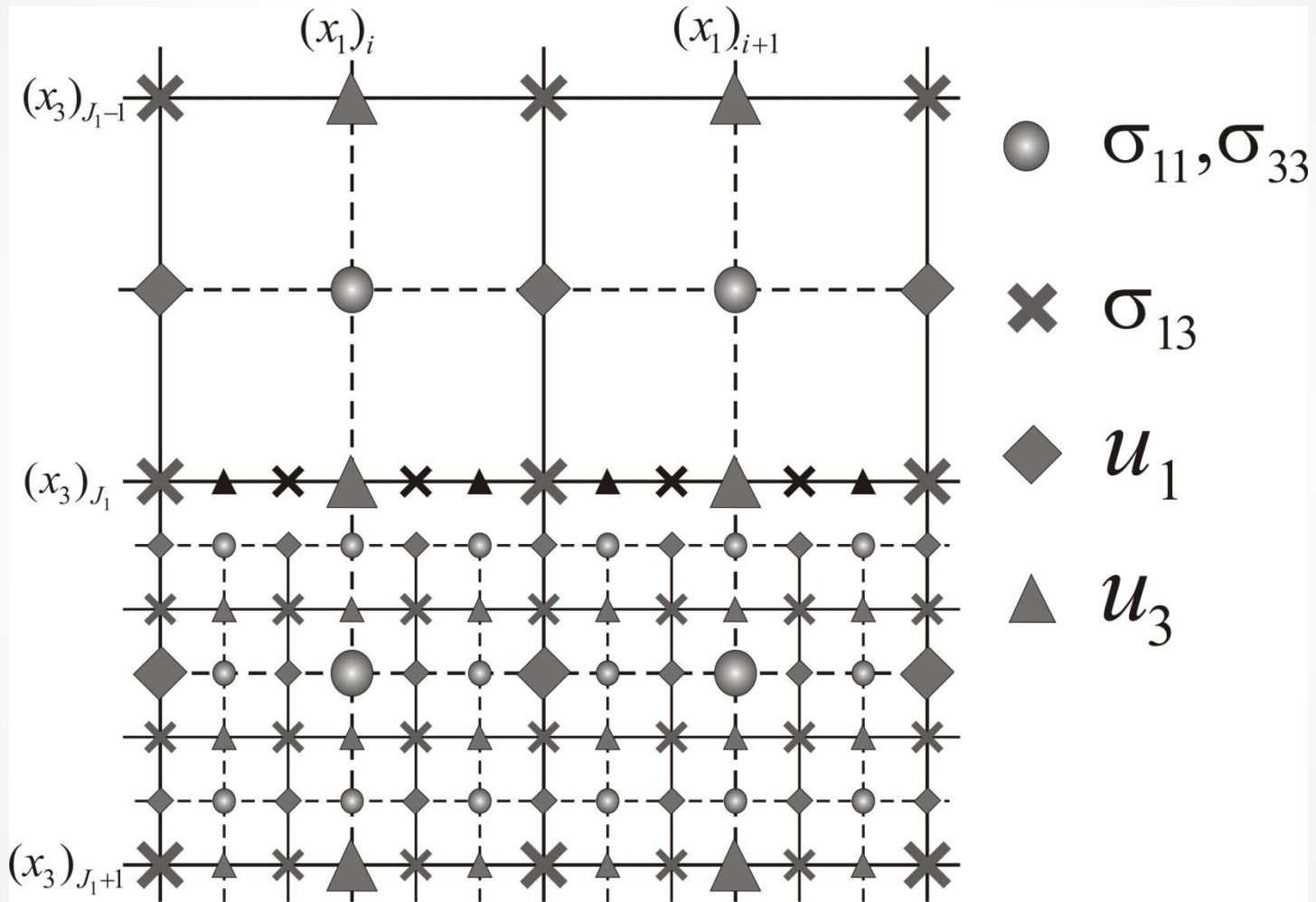
Локальное измельчение сеток

Измельчение шага по времени

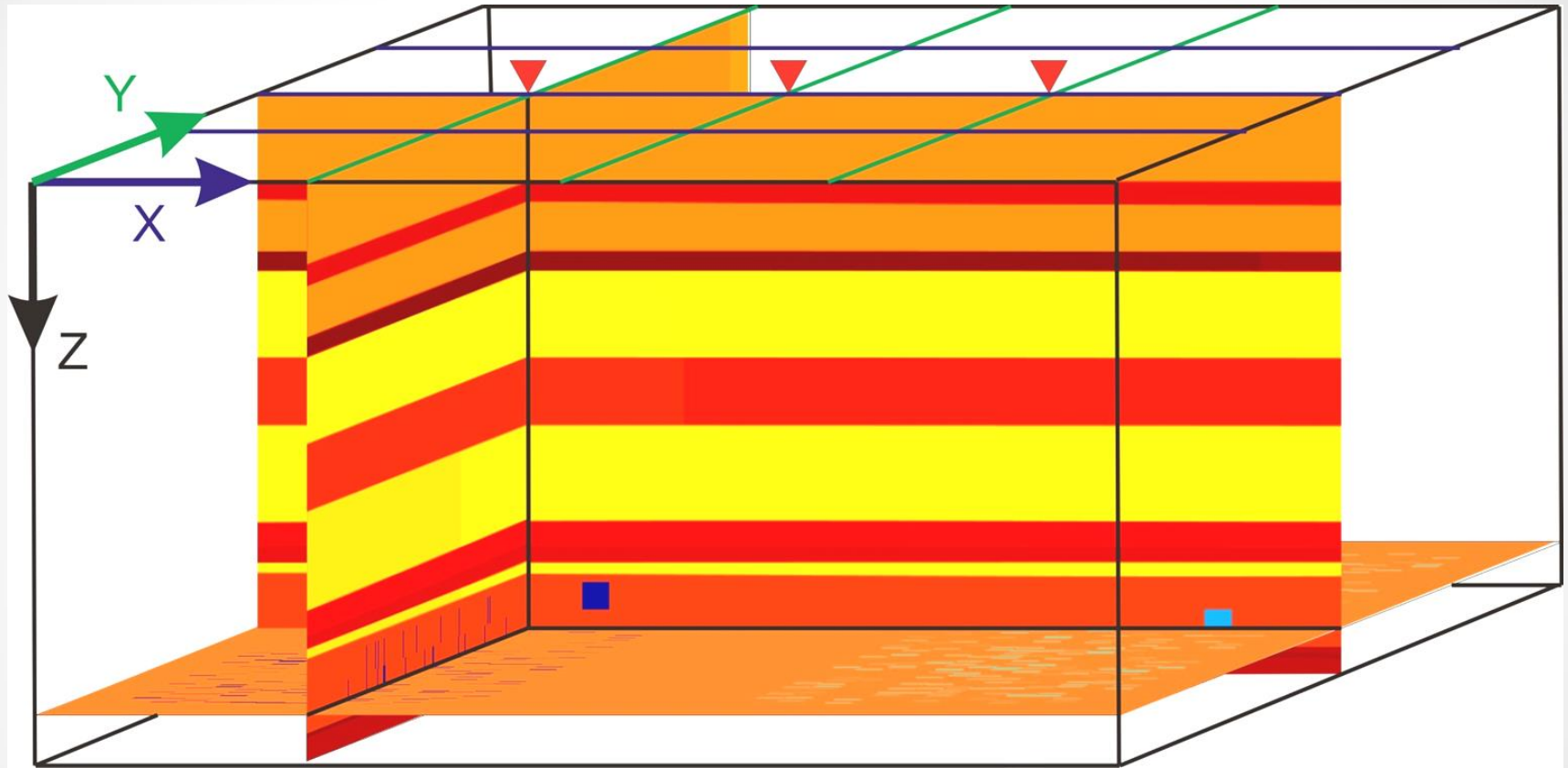


Измельчение шага по пространству

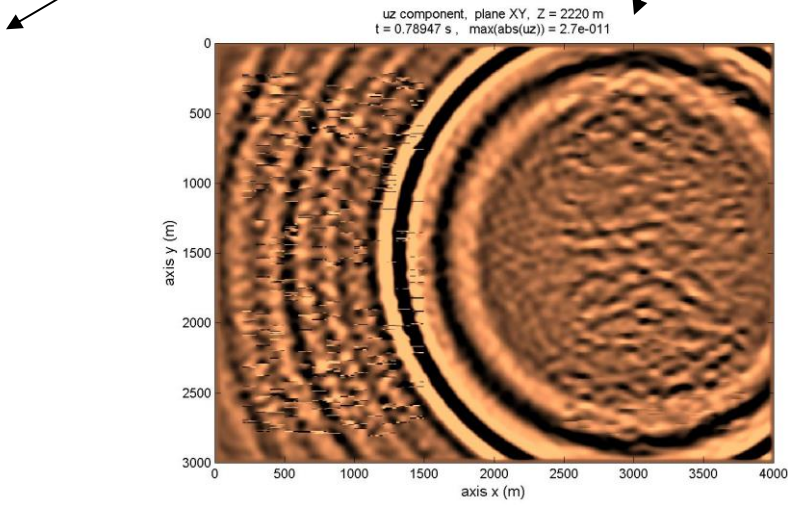
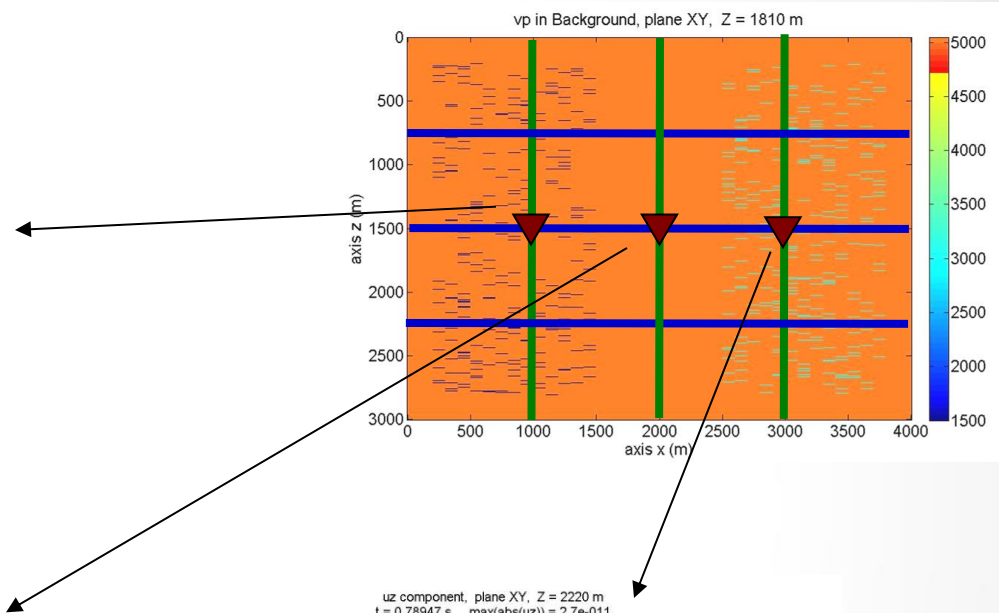
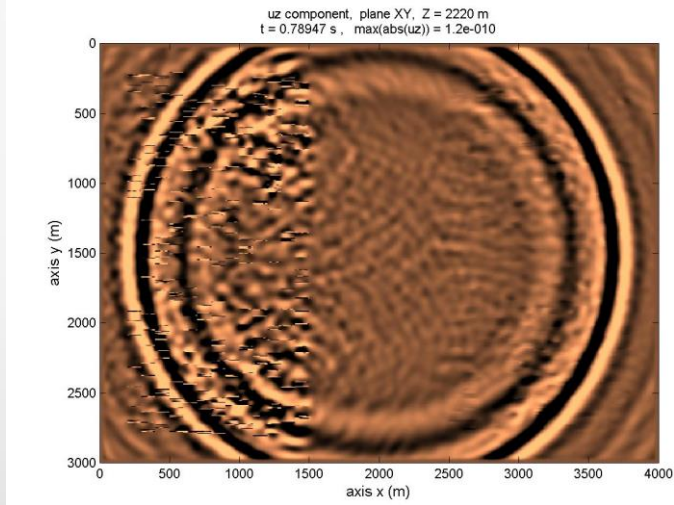
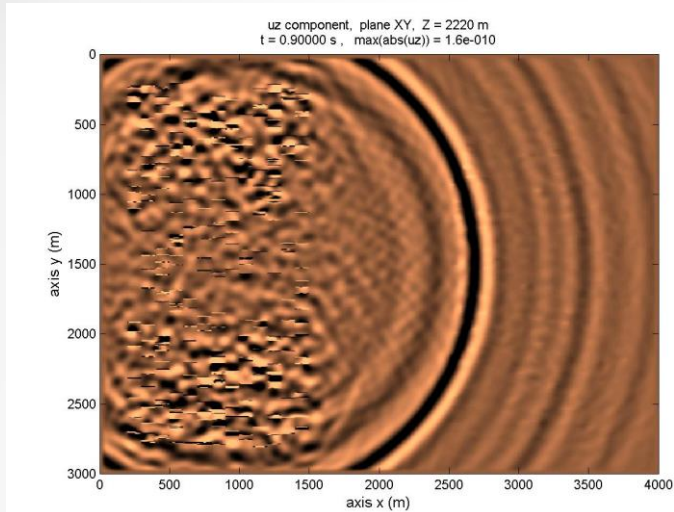
Измельчение шага по пространству



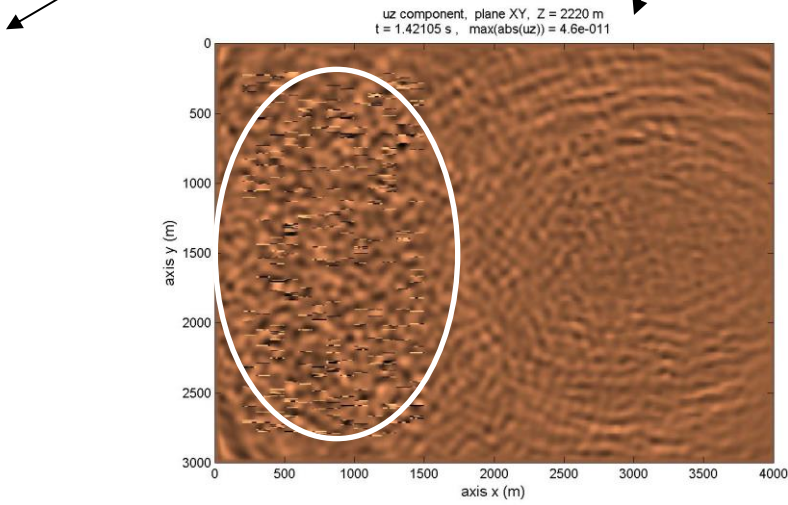
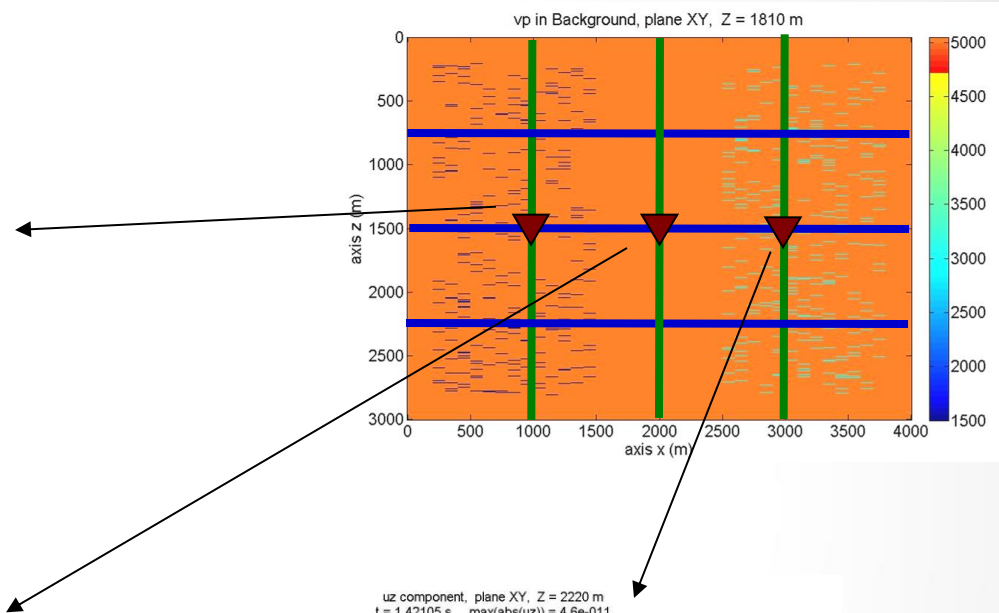
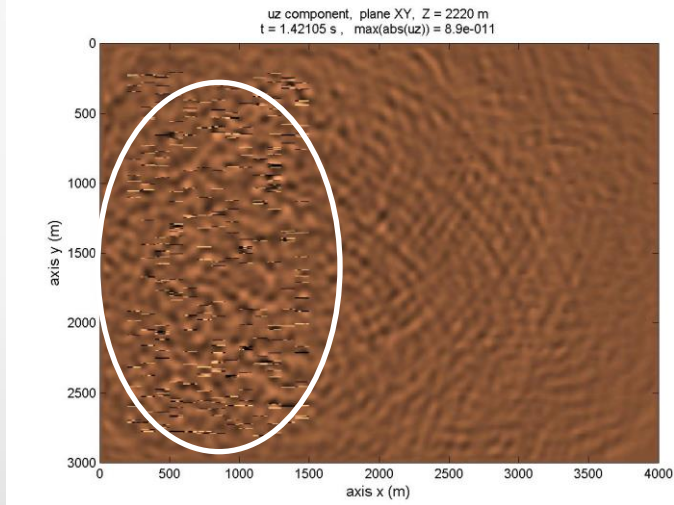
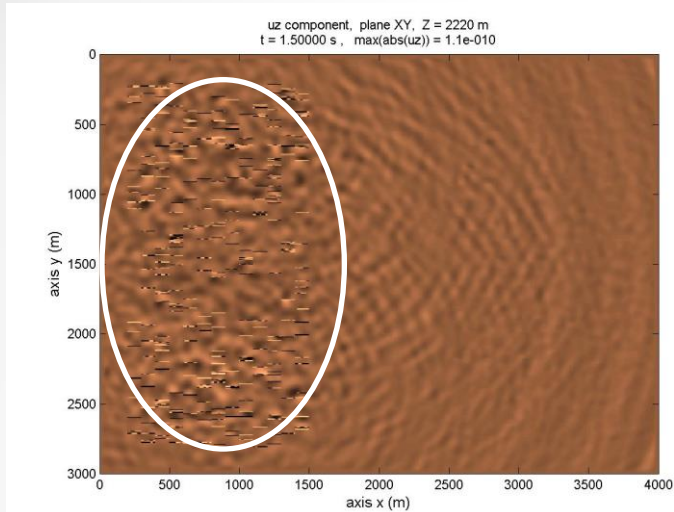
Проявление флюидонасыщения



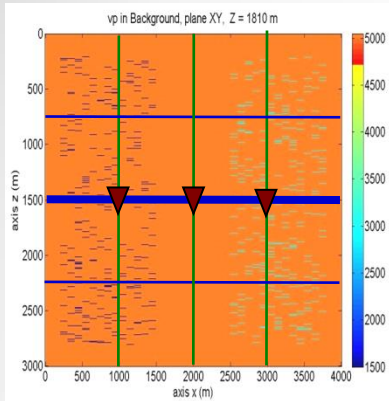
Вертикальная компонента поля



Вертикальная компонента поля



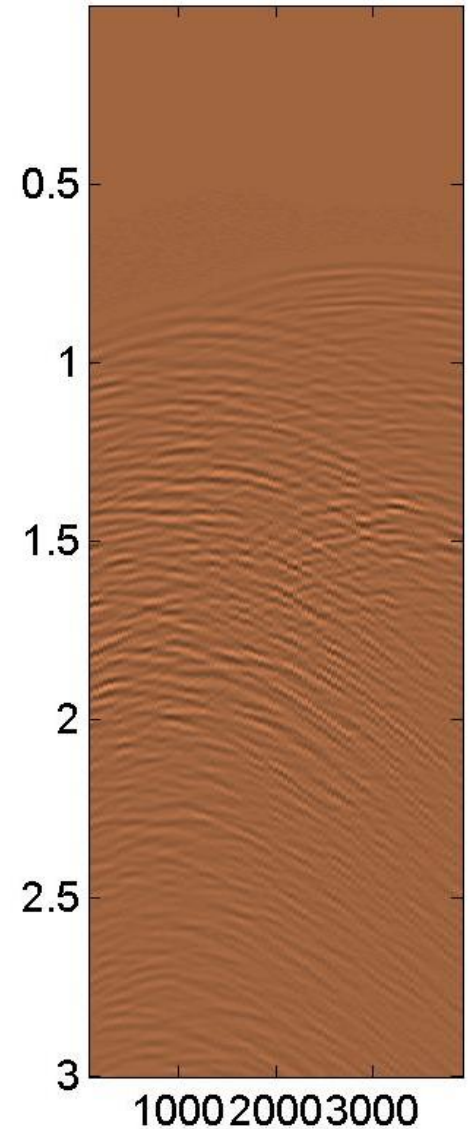
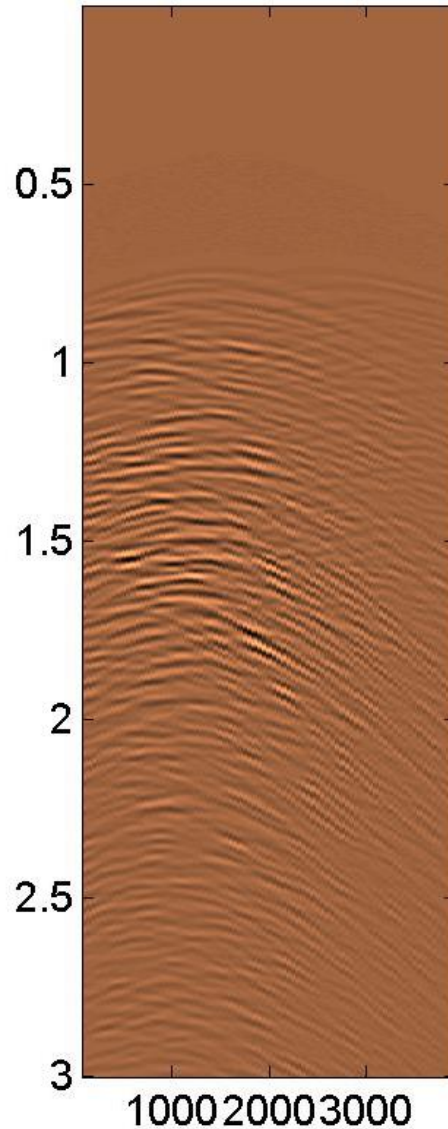
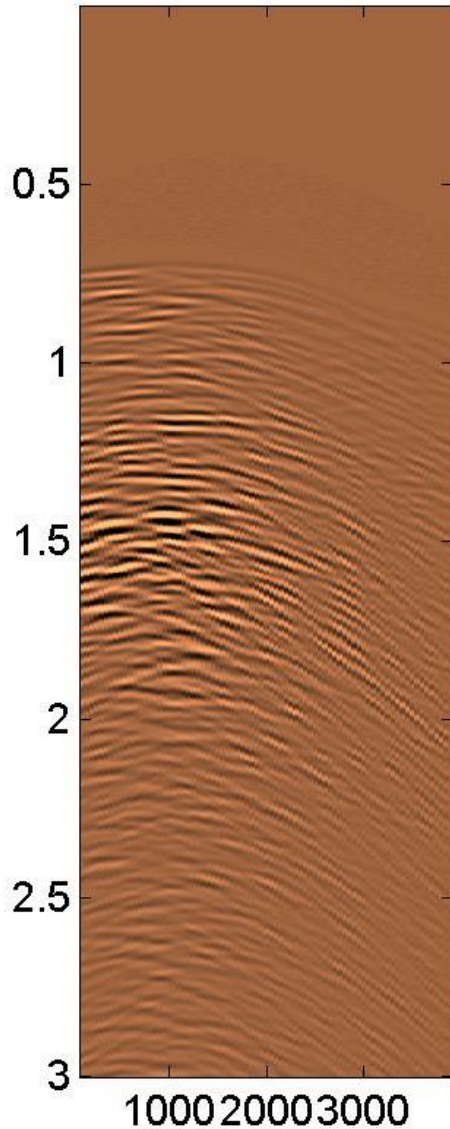
Разность сейсмограмм



$Y=1500$ m. $x_s=1000$ m.

$Y=1500$ m. $x_s=2000$ m.

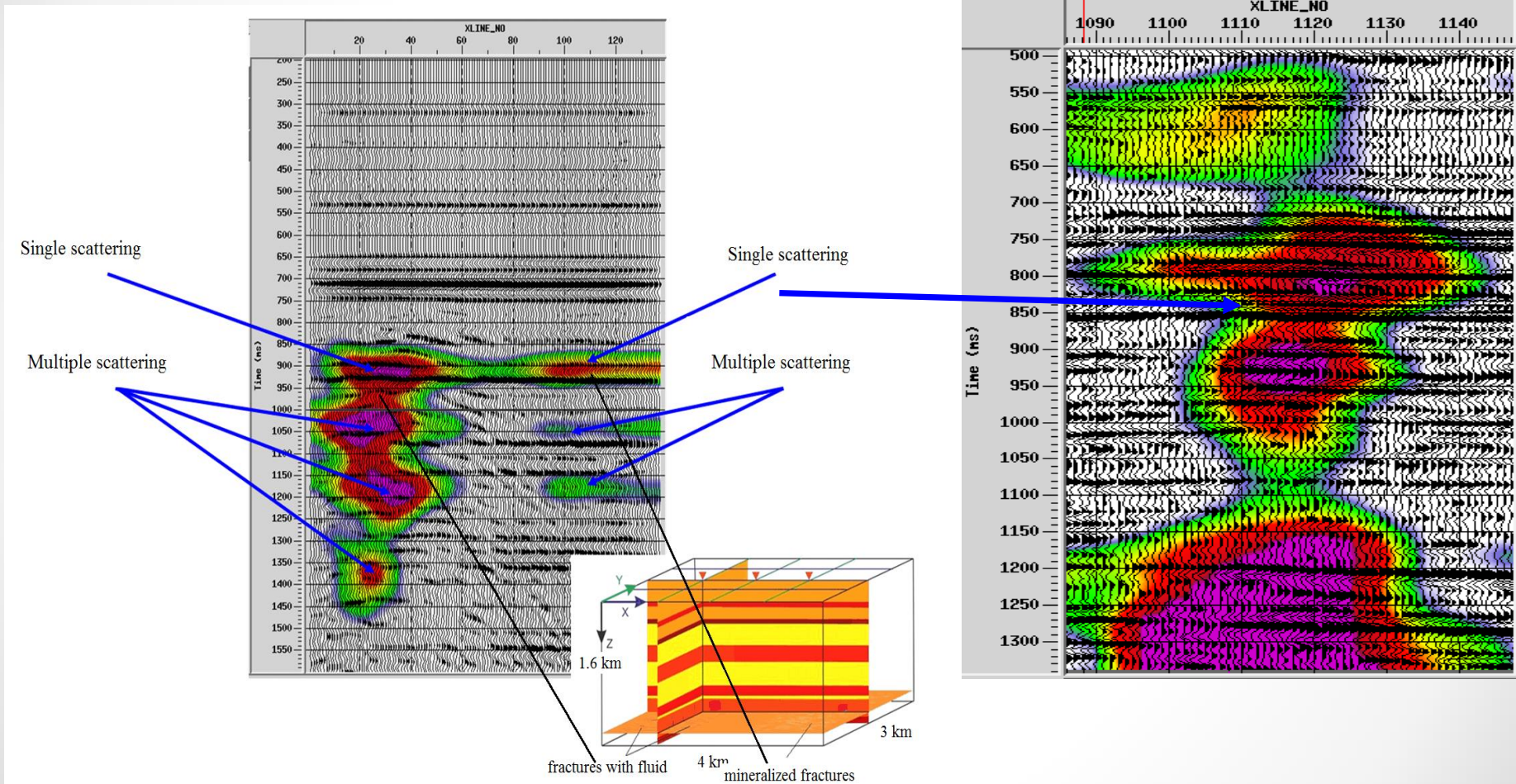
$Y=1500$ m. $x_s=3000$ m.



Многократное рассеяние

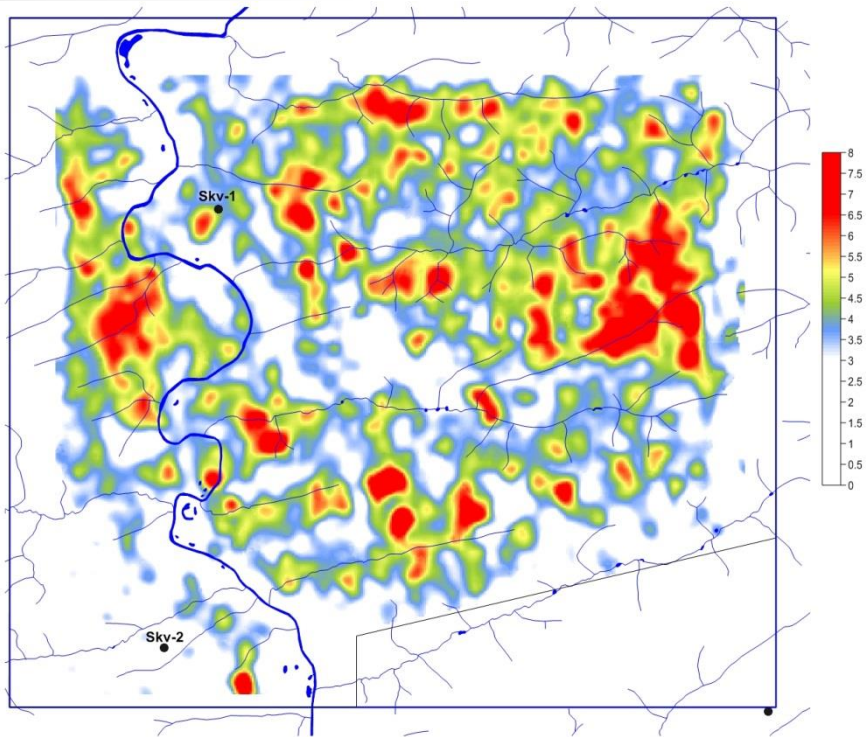
Модельные данные

Полевые данные

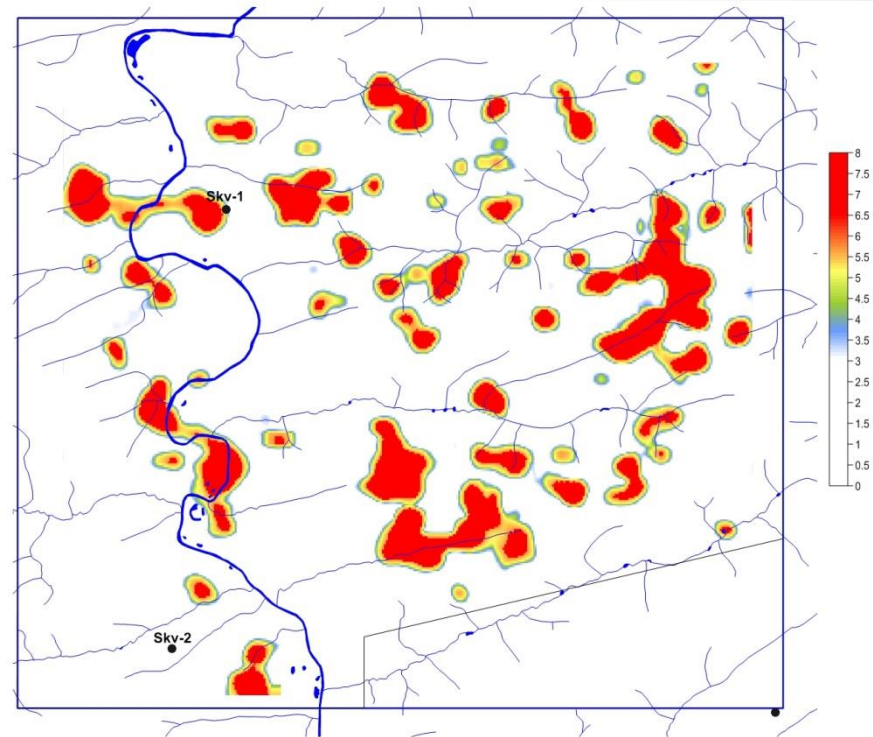


Многократное рассеяние

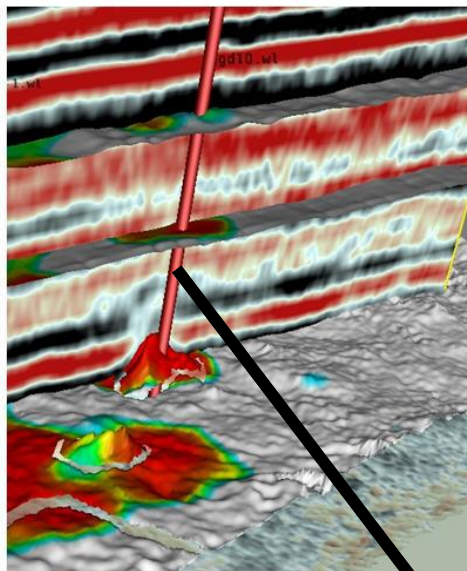
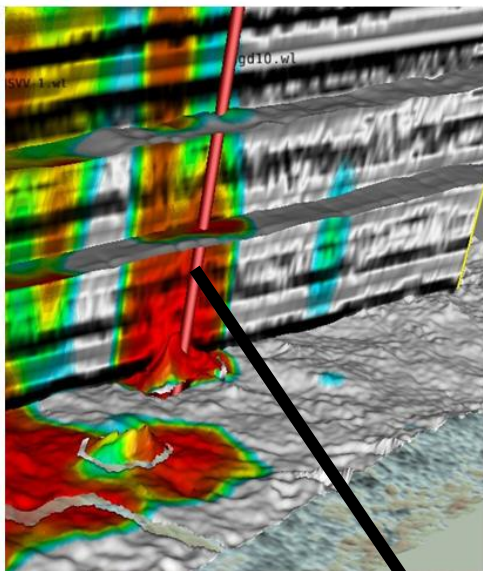
Интенсивность рассеянной
компоненты



Анализ многократного рассеяния



Образцы керны



Результаты

- **Конечно-разностный метод и алгоритмы** расчета волновых сейсмических полей в разномасштабных средах, основанные на **локальном пространственно-временном измельчении шагов** сетки, для численного моделирования процесса рассеяния сейсмической энергии на скоплениях **неоднородностей субсейсмического масштаба** (коридоры трещиноватости, скопления каверн).
- Выгодным отличием предложенного метода является:
 - проведение **измельчения сеток по пространству и по времени на разных поверхностях**, что обеспечивает устойчивость;
 - применение **техники вложенных шаблонов** для расчета решения при измельчении сеток по времени, что позволяет избежать интерполяции, обеспечивает малость нефизичных отражений от границы раздела сеток (порядка 0.001 от амплитуды падающей волны) и стремление этих отражений к нулю со вторым порядком;
 - применение **преобразования Фурье с фильтрацией высоких частот** как для пролонгации, так и для сужения решения при измельчении пространственных шагов сетки обеспечивает устойчивость решения и низкий уровень нефизичных отражений (порядка 0.001 от амплитуды падающей волны).

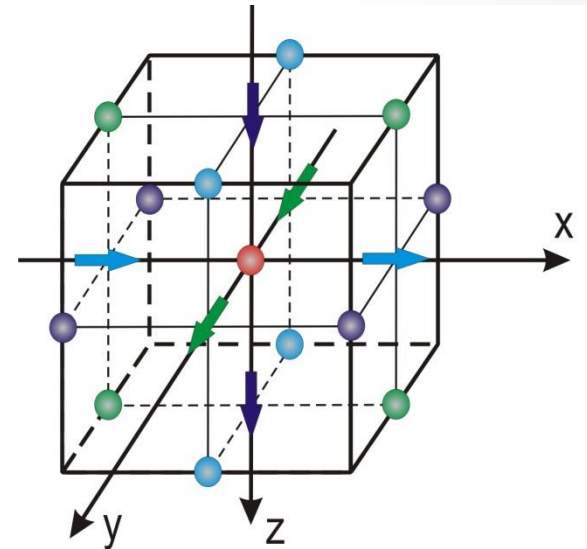
Содержание

- Мелкомасштабные неоднородности
- **Анизотропные включения**
 - схема Лебедева
 - слабоотражающие граничные условия – MPML
 - комбинирование схемы Лебедева и стандартной схемы на сдвинутых сетках
- Среды с поглощением
- Аппроксимация резкоконтрастных границ со сложной геометрией

Уравнения упругости

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot \sigma, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{1}{2} (\nabla u + \nabla u^T), \quad \sigma = C \varepsilon$$

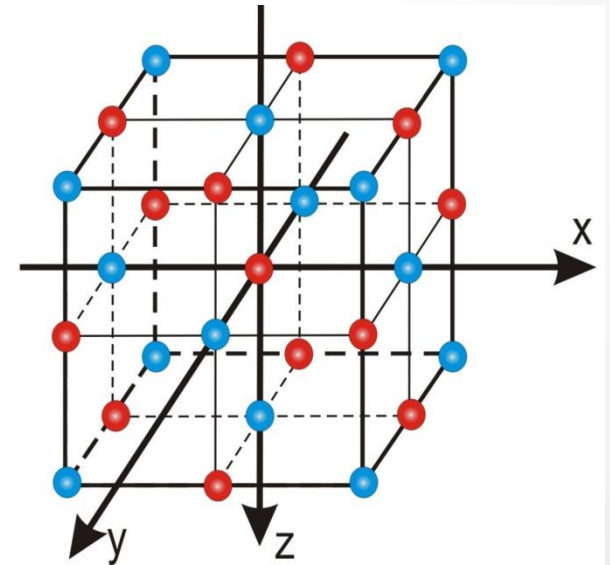
$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} \end{pmatrix}$$



Анизотропная упругая среда

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot \sigma, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{1}{2} (\nabla u + \nabla u^T), \quad \sigma = C \varepsilon$$

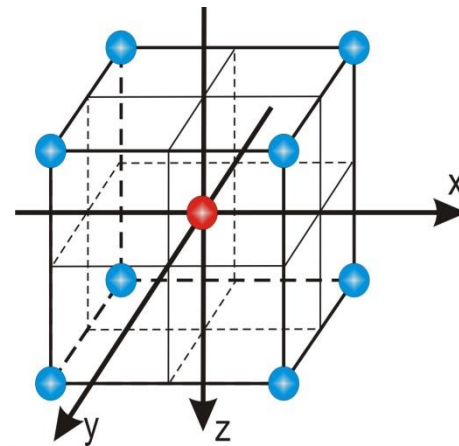
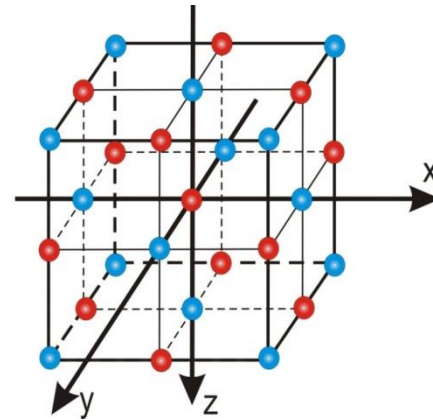
$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{14} & c_{24} & c_{34} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{15} & c_{25} & c_{35} & c_{45} & c_{55} & c_{56} \\ c_{16} & c_{26} & c_{36} & c_{46} & c_{56} & c_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} \end{pmatrix}$$



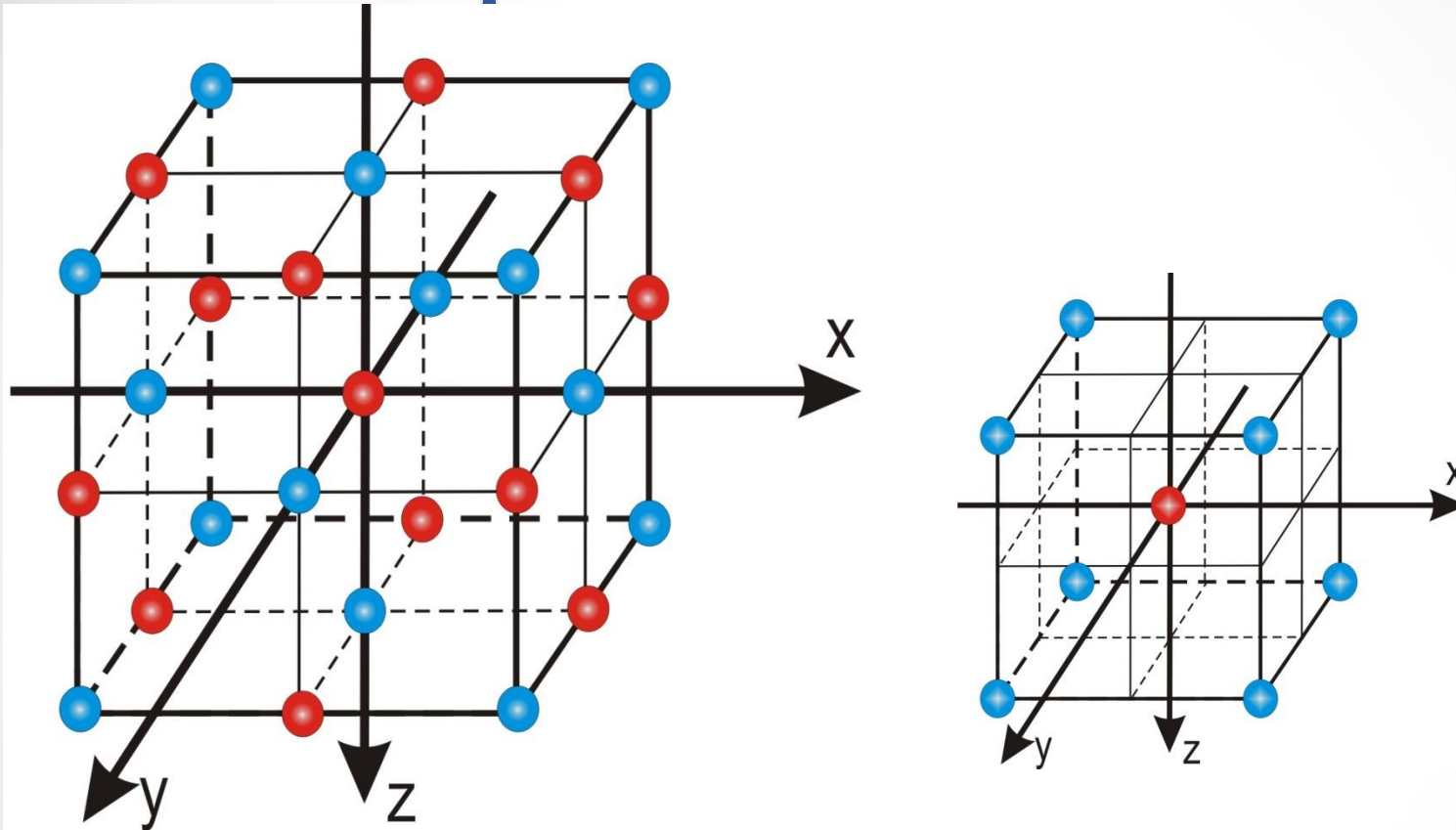
Анизотропная упругая среда

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot \sigma, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{1}{2} (\nabla u + \nabla u^T), \quad \sigma = C \varepsilon$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{14} & c_{24} & c_{34} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{15} & c_{25} & c_{35} & c_{45} & c_{55} & c_{56} \\ c_{16} & c_{26} & c_{36} & c_{46} & c_{56} & c_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} \end{pmatrix}$$



Сравнение схем



Соотношение на число точек на длину волны

$$\sqrt{2}N^L \leq N^R \leq \sqrt{3}N^L$$

Ограничение расчетной области

M-PML – комплексная замена переменных:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - A_1 \frac{\partial u}{\partial x_1} - A_2 \frac{\partial u}{\partial x_2} = 0 \quad + \quad \frac{d}{dx_1} = \left(1 + \frac{d_1}{i\omega}\right) \frac{d}{dx_1}, \quad \frac{d}{dx_2} = \left(1 + \frac{d_2}{i\omega}\right) \frac{d}{dx_2},$$

$$d_1 = d_1(x_1) > 0, \quad d_2 = \beta d_1(x_1), \quad \beta \in [0,1].$$

M-PML во временной области:

$$\frac{\partial u^1}{\partial t} + d_1 u^1 - A_1 \frac{\partial u}{\partial x_1} = 0,$$

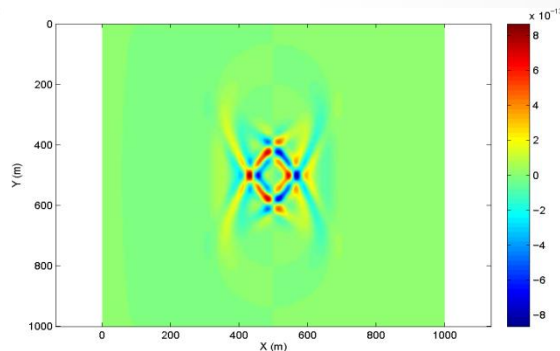
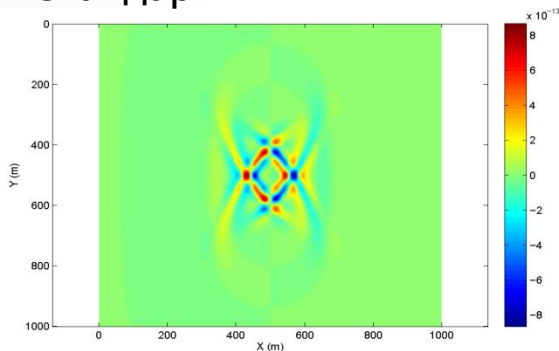
$$\frac{\partial u^2}{\partial t} + d_2 u^2 - A_2 \frac{\partial u}{\partial x_2} = 0,$$

$$u^1 + u^2 = u.$$

Численный эксперимент

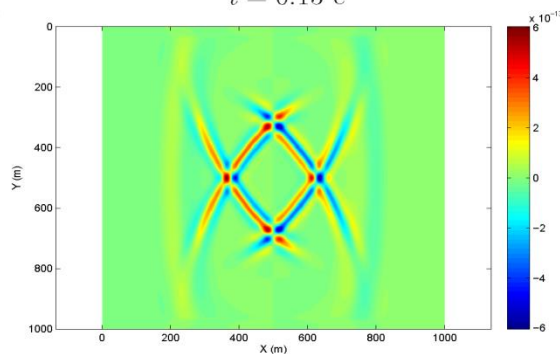
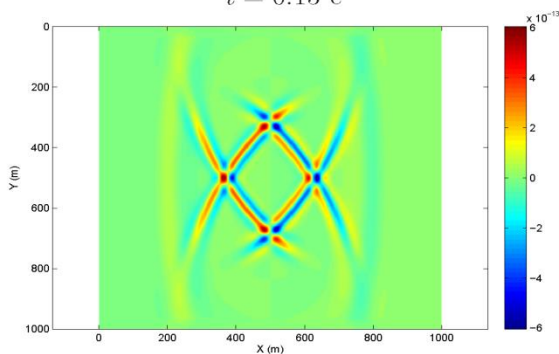
Стандартный PML

M-PML



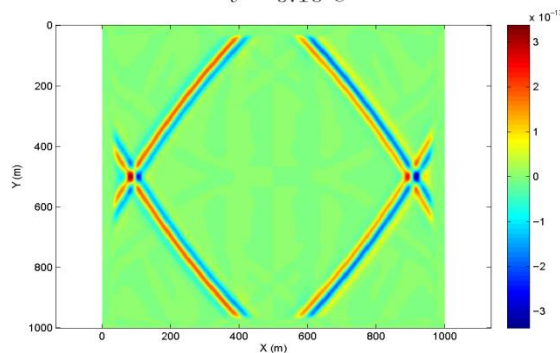
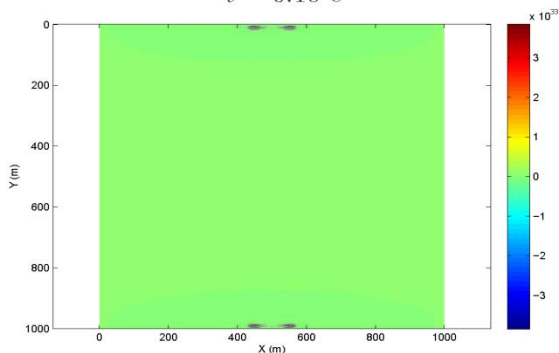
$t = 0.13 c$

$t = 0.13 c$



$t = 0.16 c$

$t = 0.16 c$



$t = 0.3 c$

$t = 0.3 c$

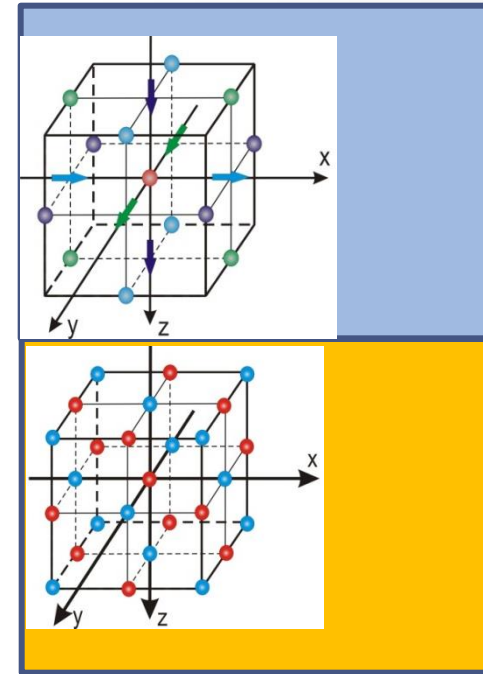
$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = 0.15$$

Комбинирование схем, постановка задачи

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{14} & c_{24} & c_{34} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{15} & c_{25} & c_{35} & c_{45} & c_{55} & c_{56} \\ c_{16} & c_{26} & c_{36} & c_{46} & c_{56} & c_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} \end{pmatrix}$$

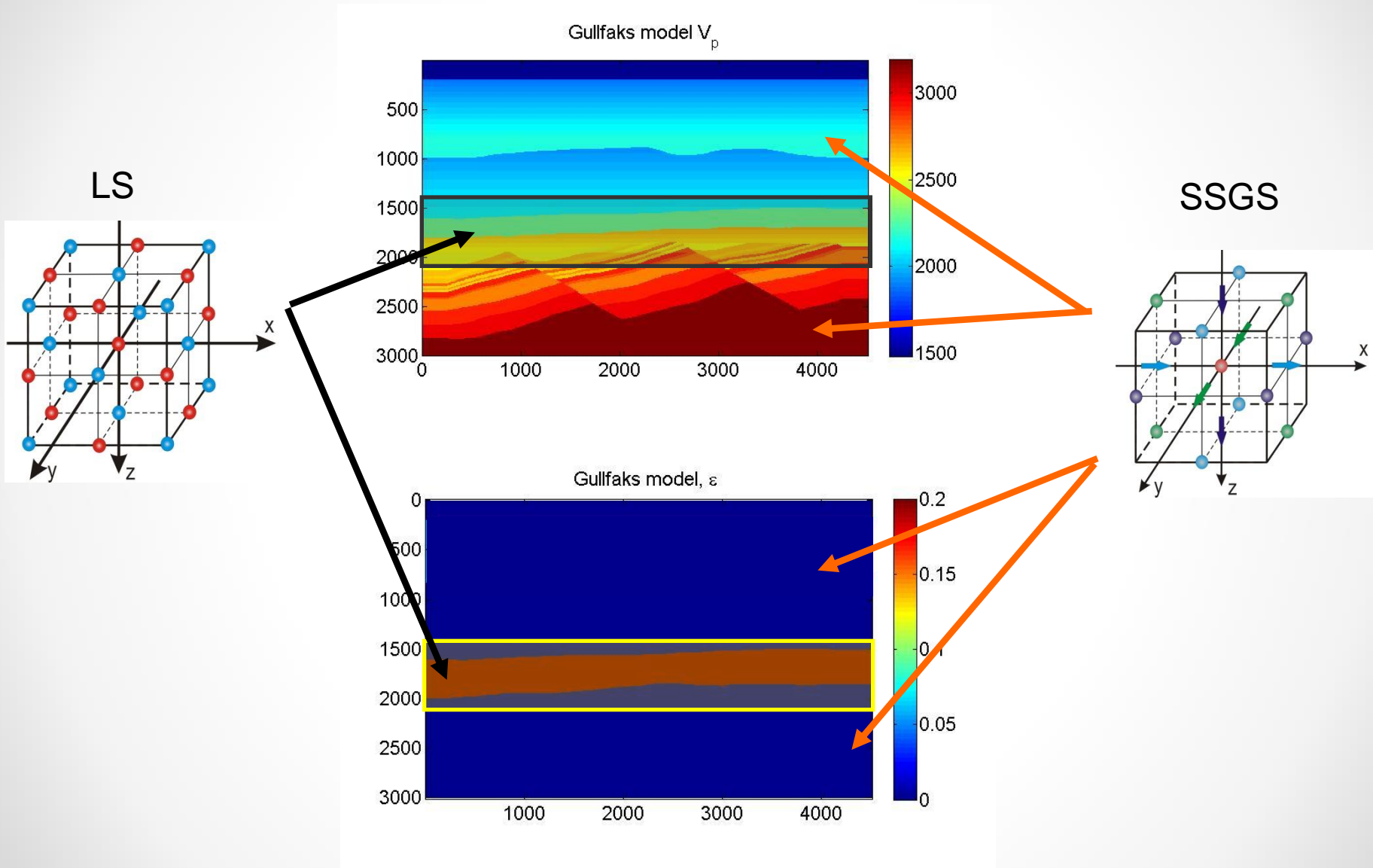
При $z < 0$ модель
среды – изотропная

При $z > 0$ модель
среды –
анизотропная



Разработать метод расчета решения волновых полей, такой, что при $z < 0$ применяется стандартная схема на сдвинутых сетках, а при $z > 0$ – схема Лебедева

Комбинирование схем, постановка задачи



Нефизические моды

Уравнения теории упругости

$$\left[\begin{pmatrix} \rho I & 0 \\ 0 & S \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial t} - \begin{pmatrix} 0 & B_x \\ B_x^* & 0 \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} - \begin{pmatrix} 0 & B_z \\ B_z^* & 0 \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial z} \right] \begin{pmatrix} u \\ \sigma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ f \end{pmatrix}$$

Дифф. приближение для схемы Лебедева


$$\left[\begin{pmatrix} \rho I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial t} - \begin{pmatrix} 0 & 0 & B_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B_x \\ B_x^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_x^* & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & B_z \\ 0 & 0 & B_z & 0 \\ 0 & B_z^* & 0 & 0 \\ B_z^* & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial z} \right] \begin{pmatrix} u^1 \\ u^2 \\ \sigma^1 \\ \sigma^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ f^1 \\ f^2 \end{pmatrix}$$


Нефизичные моды

Упругость

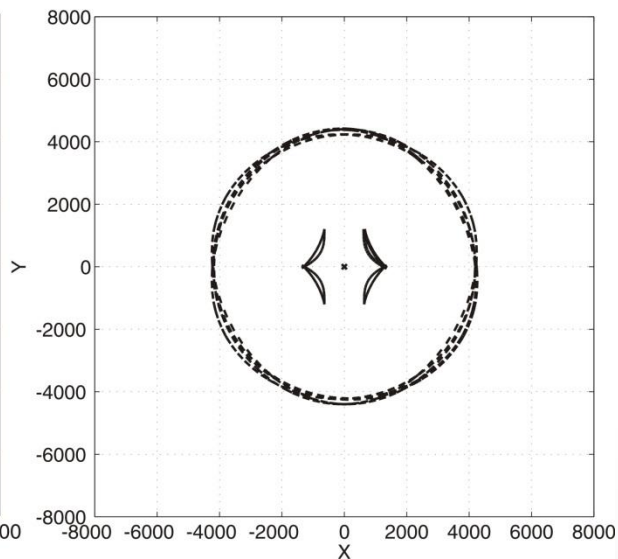
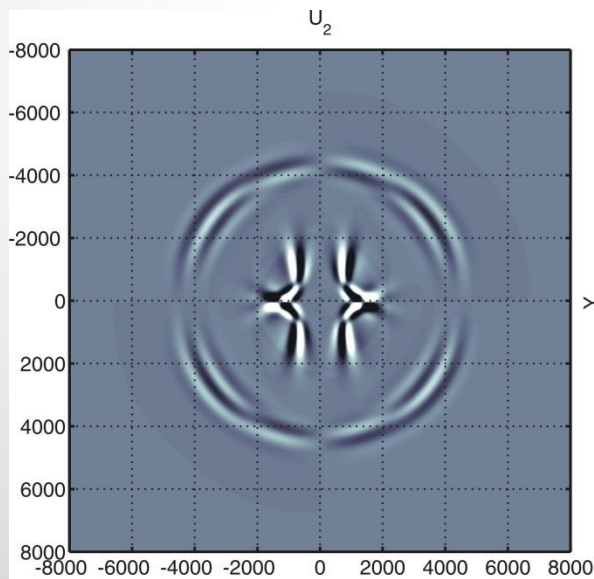
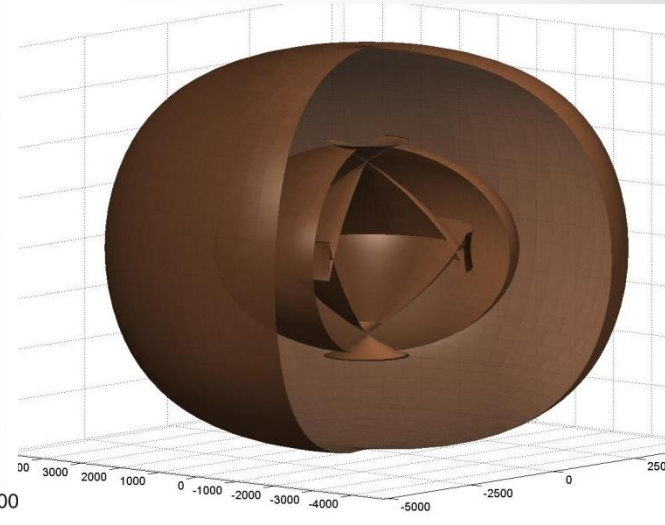
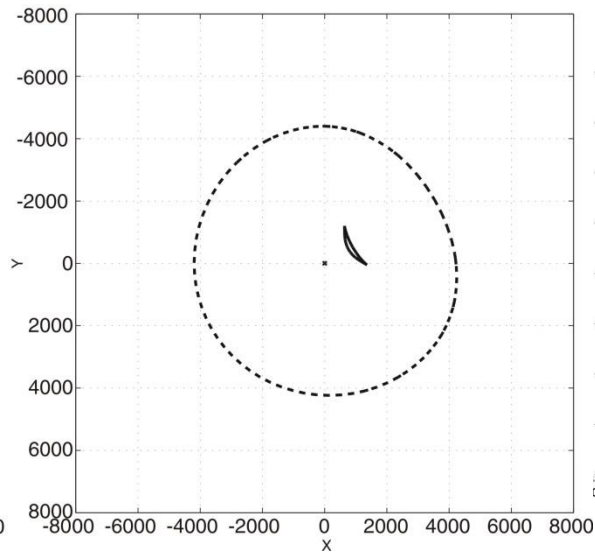
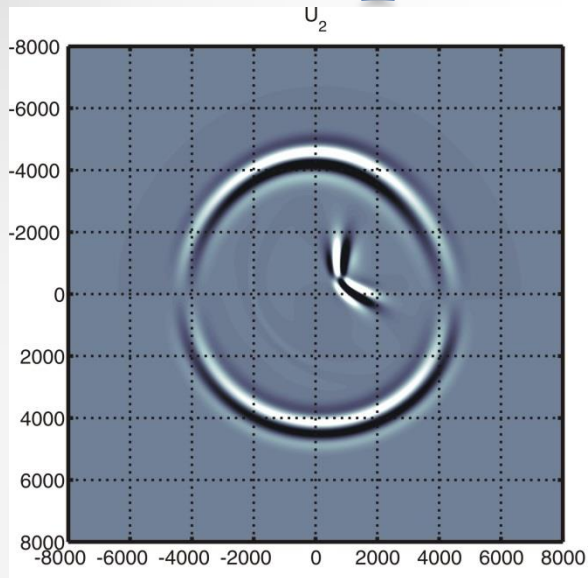
$$\left[\begin{pmatrix} \rho I & 0 \\ 0 & S \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial t} - \begin{pmatrix} 0 & B_x \\ B_x^* & 0 \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} - \begin{pmatrix} 0 & B_z \\ B_z^* & 0 \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial z} \right] \begin{pmatrix} u^V \\ \sigma^V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Расщепление системы, аппроксимируемой схемой Лебедева

$$\left[\begin{pmatrix} \rho I & 0 \\ 0 & S \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial t} - \begin{pmatrix} 0 & B_x \\ B_x^* & 0 \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} - \begin{pmatrix} 0 & B_z \\ B_z^* & 0 \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial z} \right] \begin{pmatrix} u^+ \\ \sigma^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$


$$\left[\begin{pmatrix} \rho I & 0 \\ 0 & S \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial t} - \begin{pmatrix} 0 & B_x \\ B_x^* & 0 \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} + \begin{pmatrix} 0 & B_z \\ B_z^* & 0 \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial z} \right] \begin{pmatrix} u^- \\ \sigma^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$


Нефизичные моды 3D

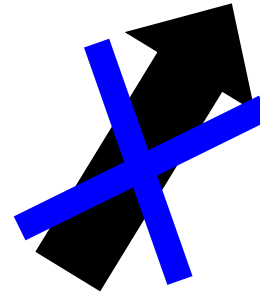


Условия согласования

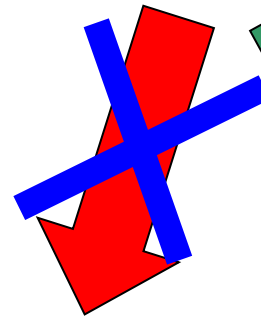
Падающая волна



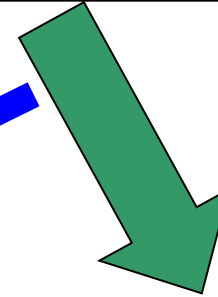
Отраженная волна



Проходящая волна -
нефизичная мода

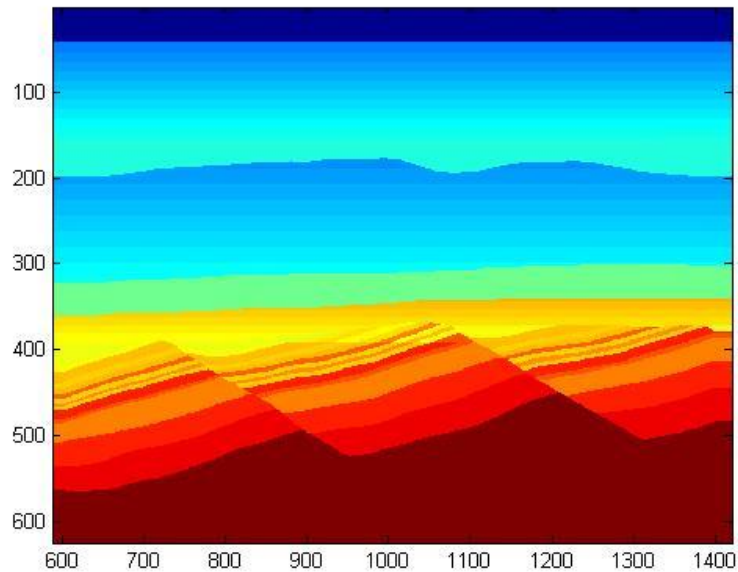


Проходящая волна –
физичная мода

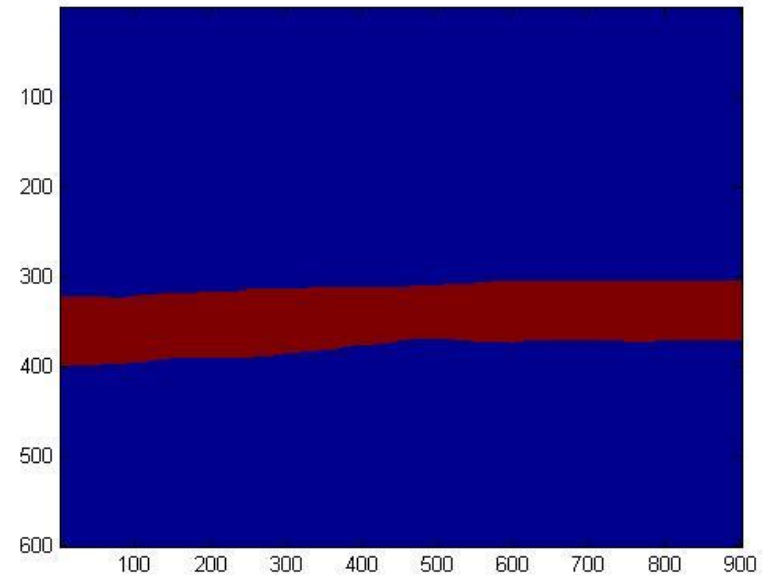


Численный эксперимент

Скорость продольной волны



Параметр Томпсона



Численный эксперимент

Комбинированная схема

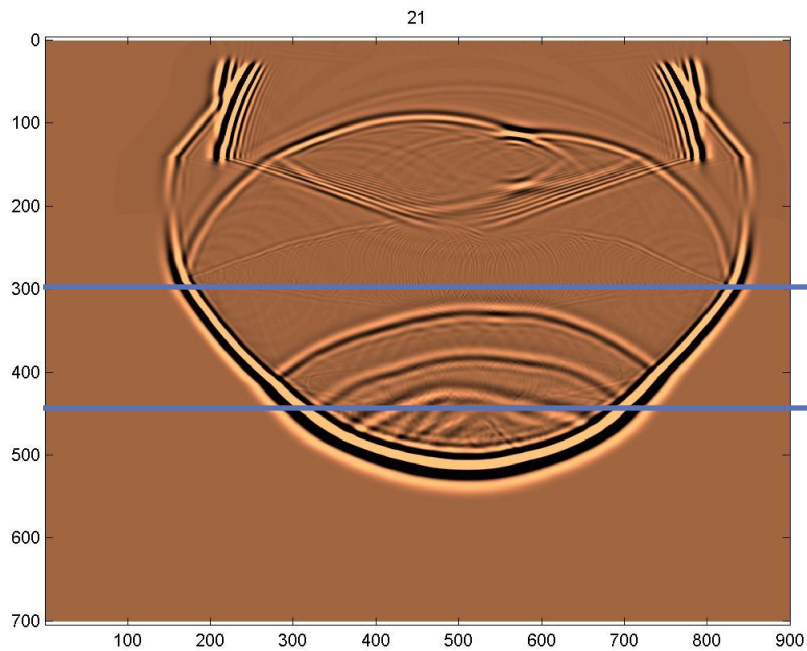
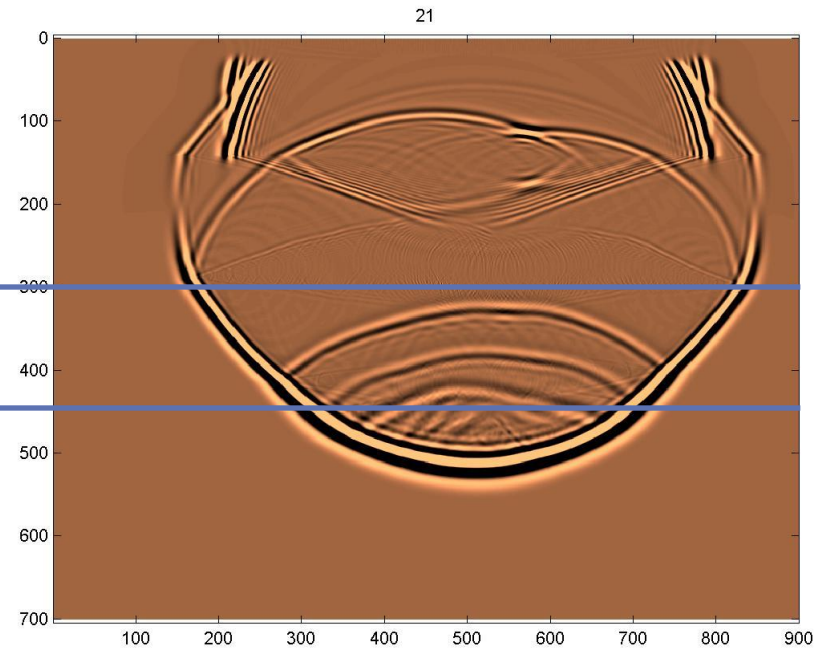
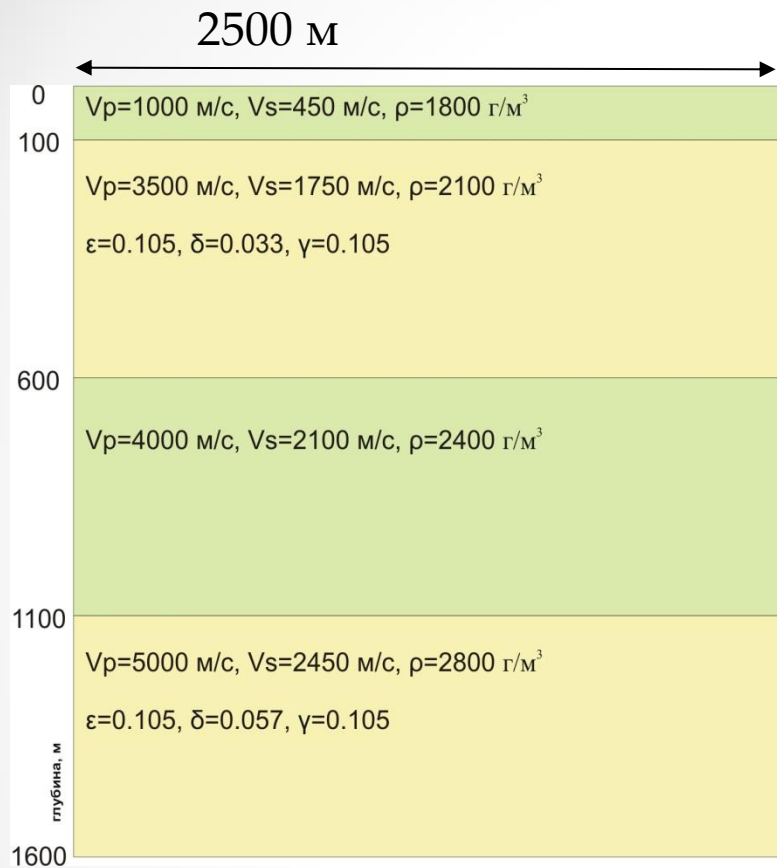


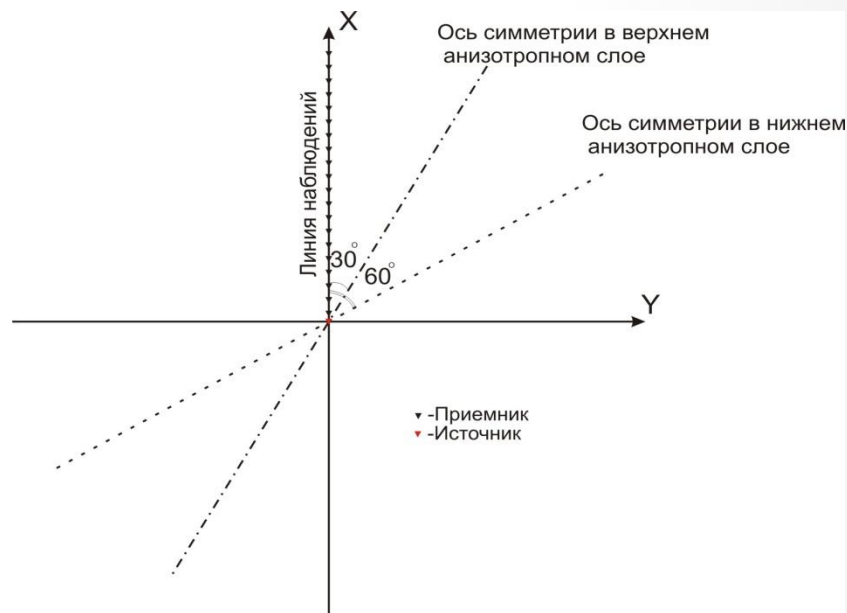
Схема Лебедева



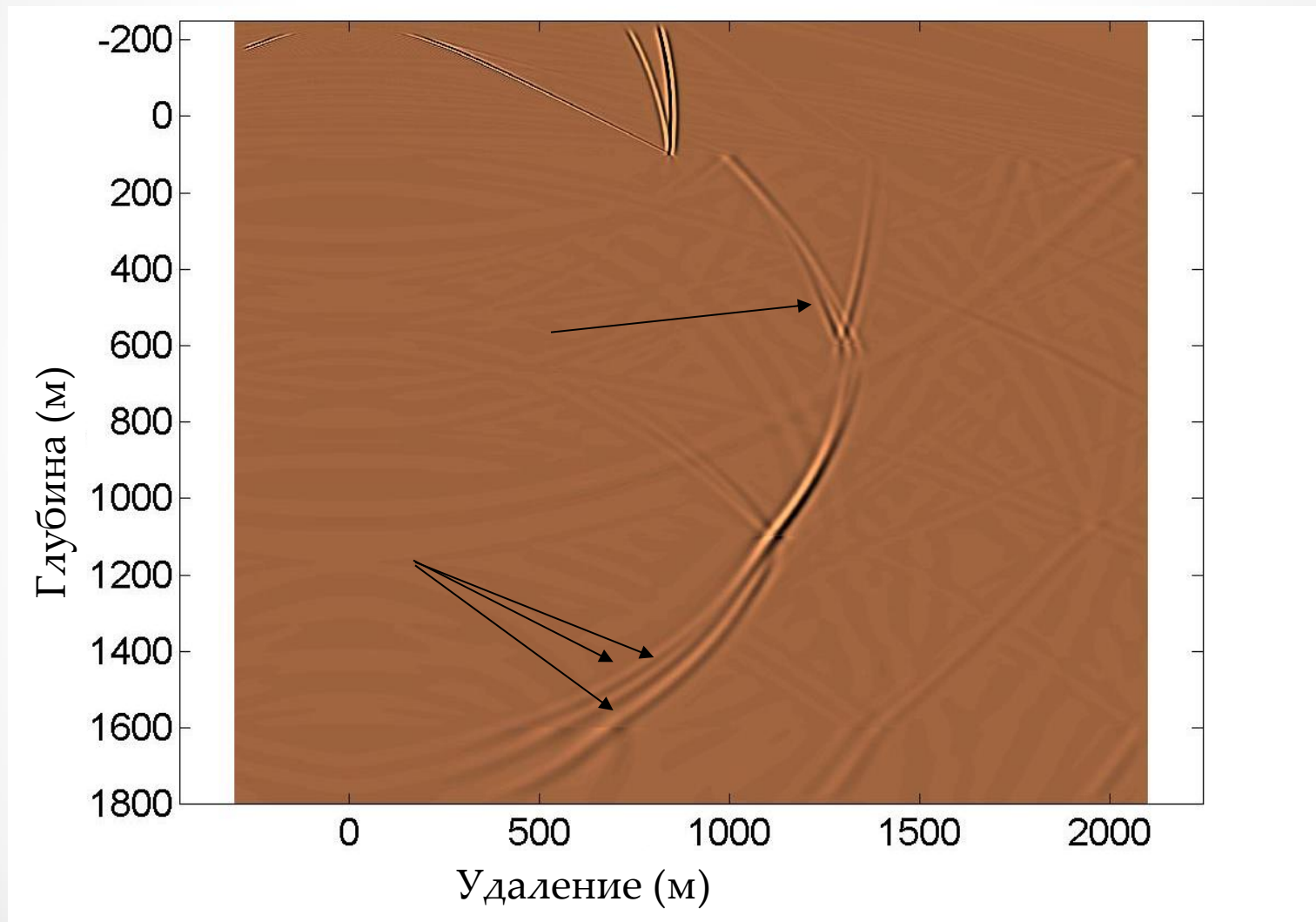
Упрощенная модель Юрубчено-Тохомской зоны



Модель - горизонтально-слоистая среда с двумя трансверсально-изотропными слоями, направления осей симметрии в которых горизонтальны и составляют с осью X углы 30° и 60° .

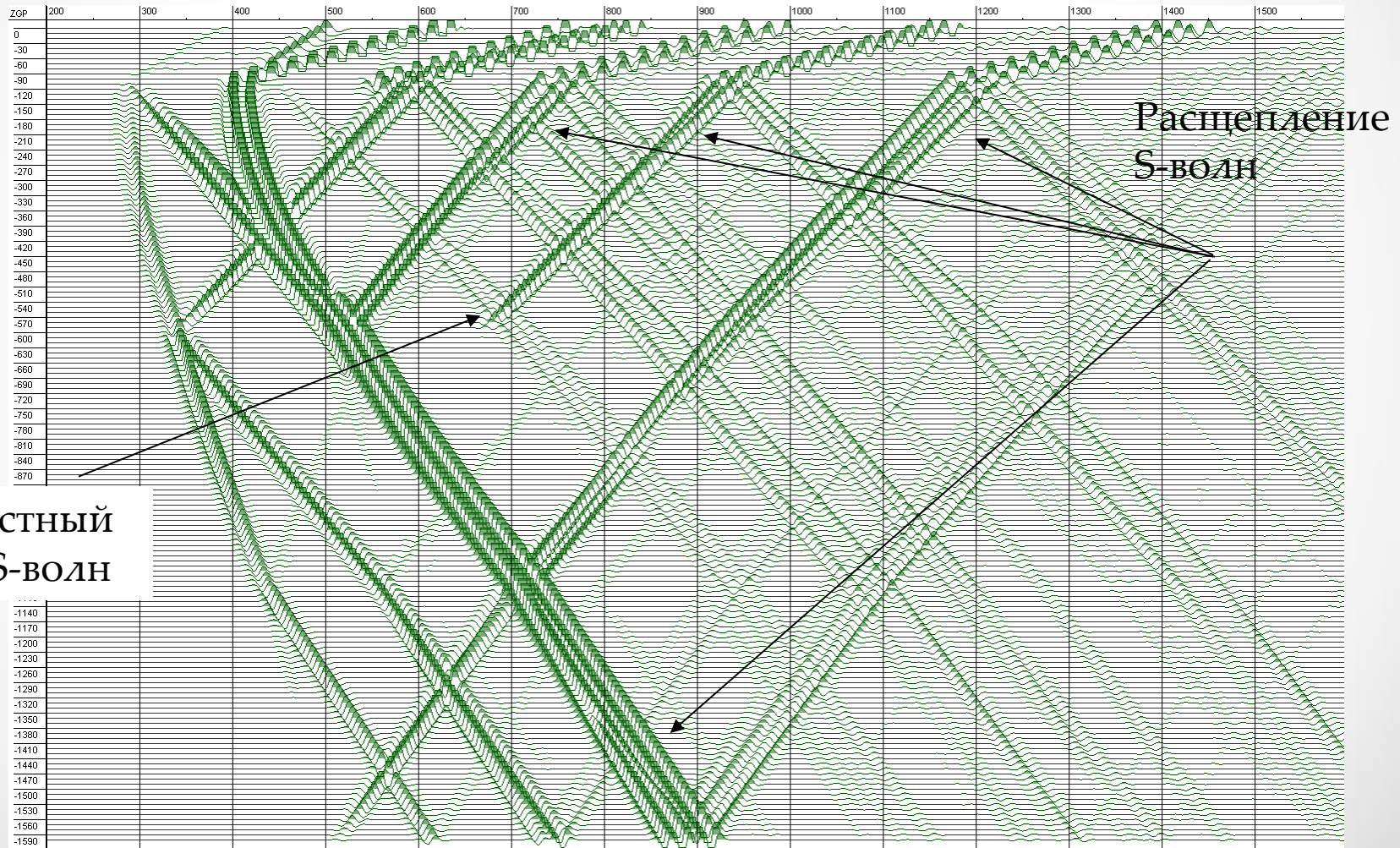


Упрощенная модель Юрубчено-Тохомской зоны



Упрощенная модель Юрубчено-Тохомской зоны,

сейсмограмма ВСП



Расщепление
S-волн

Контрастный
обмен S-волн

Результаты

- **Конечно-разностный метод и алгоритмы** расчета волновых сейсмических полей в моделях **среды с анизотропными включениями**, основанные на локальном применении схемы Лебедева с оптимальным выбором параметров идеально согласованного слоя

К особенностям метода относятся:

- комбинирование конечно-разностных схем на основе требования высокого порядка сходимости коэффициентов нефизичных отражений к нулю, что обеспечивает малость этих отражений;
- использование многоосного идеально-согласованного слоя с оптимальным стабилизирующим параметром, для обеспечения минимальности нефизичных отражений от границ расчетной области для заданной анизотропной модели;
- применение модификаций коэффициентов схемы, основанных на методе осреднения анизотропных тонкослоистых пропластков, обеспечивает второй порядок сходимости численного решения для моделей сред с резкоконтрастными границами.

Содержание

- Мелкомасштабные неоднородности
- Анизотропные включения
- Среды с поглощением
 - особенности аппроксимации
 - параллельная реализация гибридного алгоритма
- Аппроксимация резкоконтрастных границ со сложной геометрией

Теория упругости

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot \sigma, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{1}{2} (\nabla u + \nabla u^T), \quad \sigma = C * \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}.$$

Идеально
упругая среда

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = C \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}$$

Вязкоупругая

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = C_1 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \sum_{l=1}^L r^l,$$

$$\tau_{\sigma,l} \frac{\partial r^l}{\partial t} = -C_2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - r^l$$

Построение GSLS

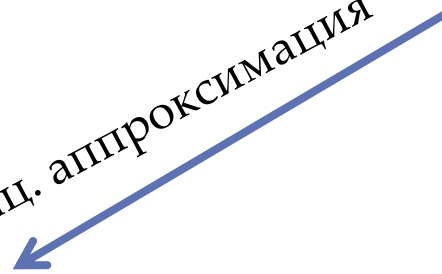
$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = C * \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}$$

Преобразование
Фурье



$$\sigma(\omega) = C(\omega) * \varepsilon(\omega)$$

Рац. аппроксимация



$$\sigma(\omega) = \sum_{l=1}^L \frac{\omega \tau_{\sigma,l} \tau}{1 + \omega^2 \tau_{\sigma,l}^2} \varepsilon(\omega)$$

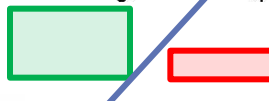
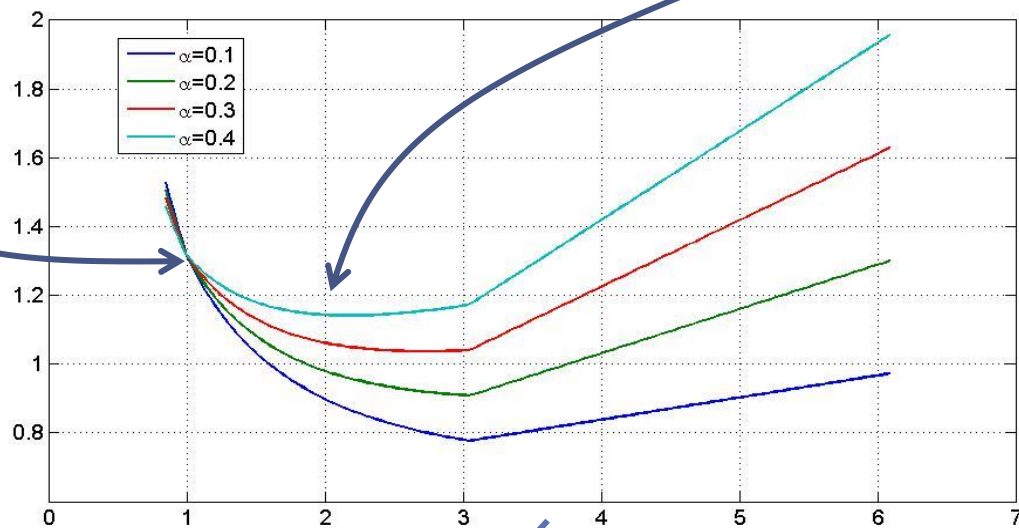
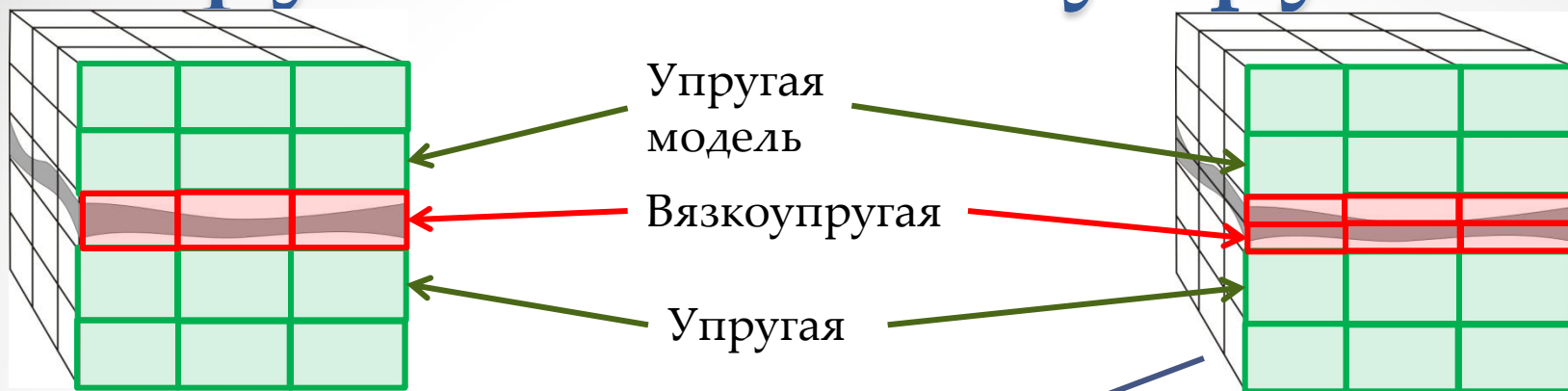
Обр. пр. Фурье



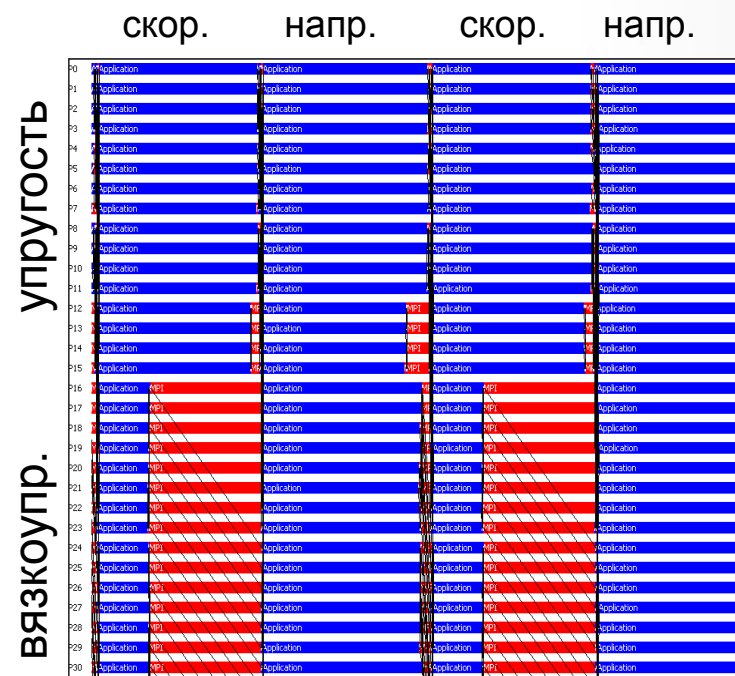
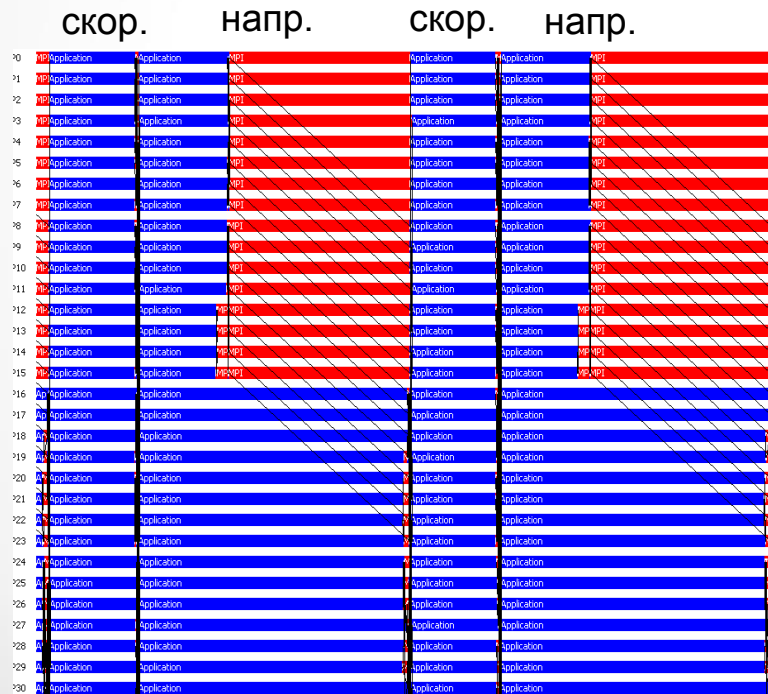
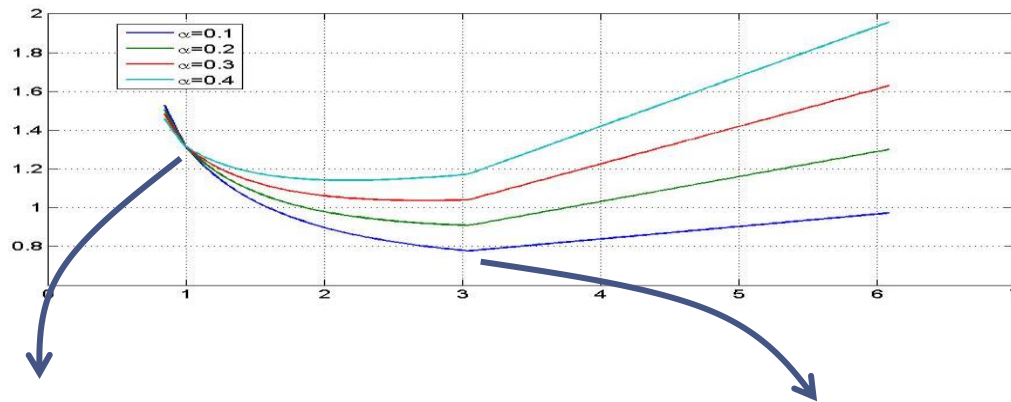
$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = C_1 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \sum_{l=1}^L r^l,$$

$$\tau_{\sigma,l} \frac{\partial r^l}{\partial t} = -C_2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - r^l$$

Упругость + вязкоупругость

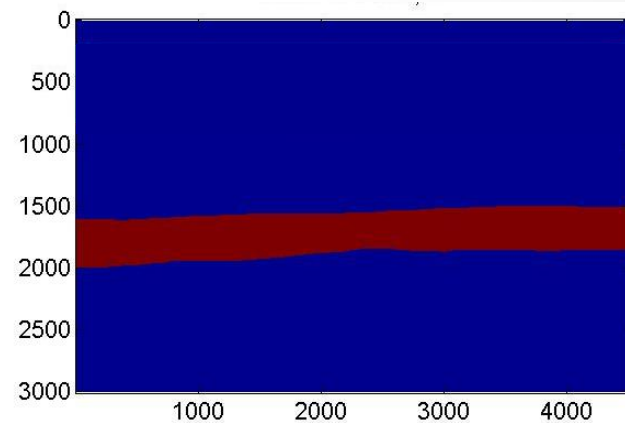
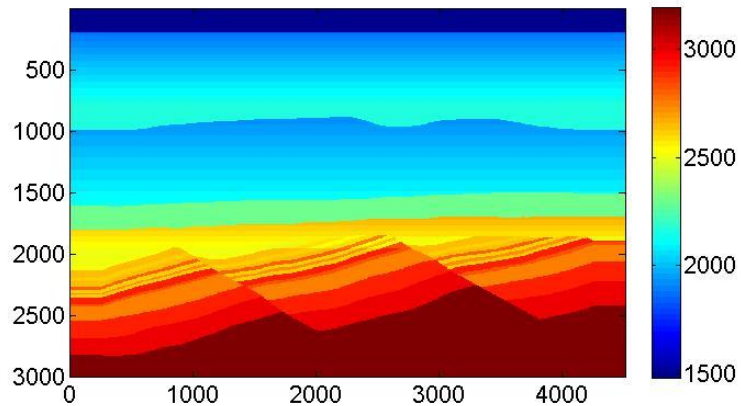


Упругость + вязкоупругость

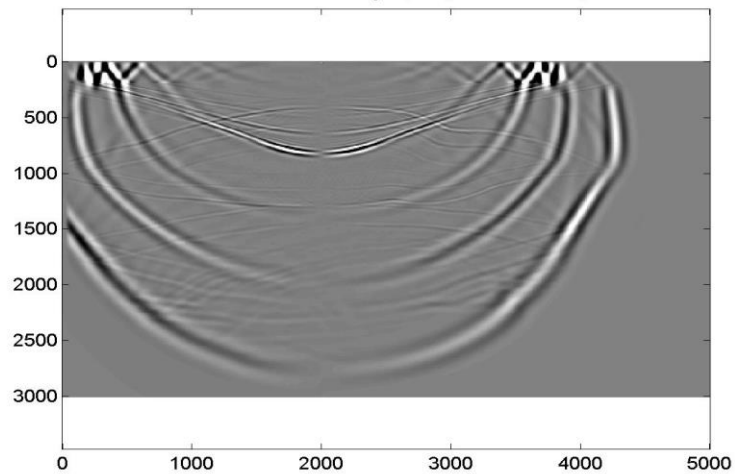


Численный эксперимент

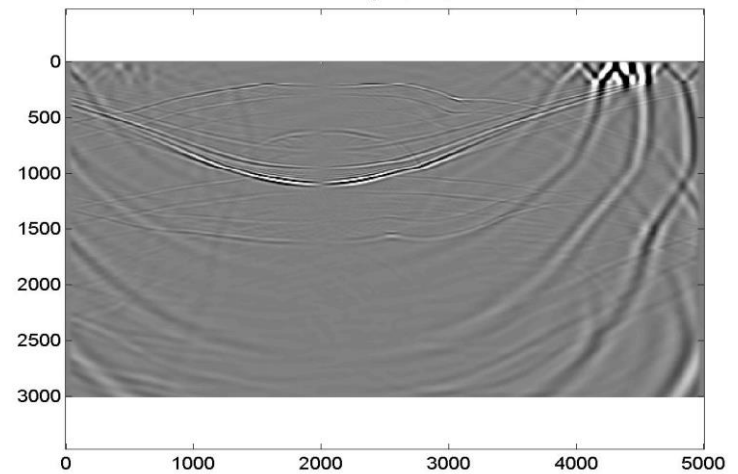
Gulfaks model V_p



Gulfaks with viscoelastic layer, U_x , 2-4 scheme, $t=1.25$ s



Gulfaks with viscoelastic layer, U_x , 2-4 scheme, $t=1.75$ s



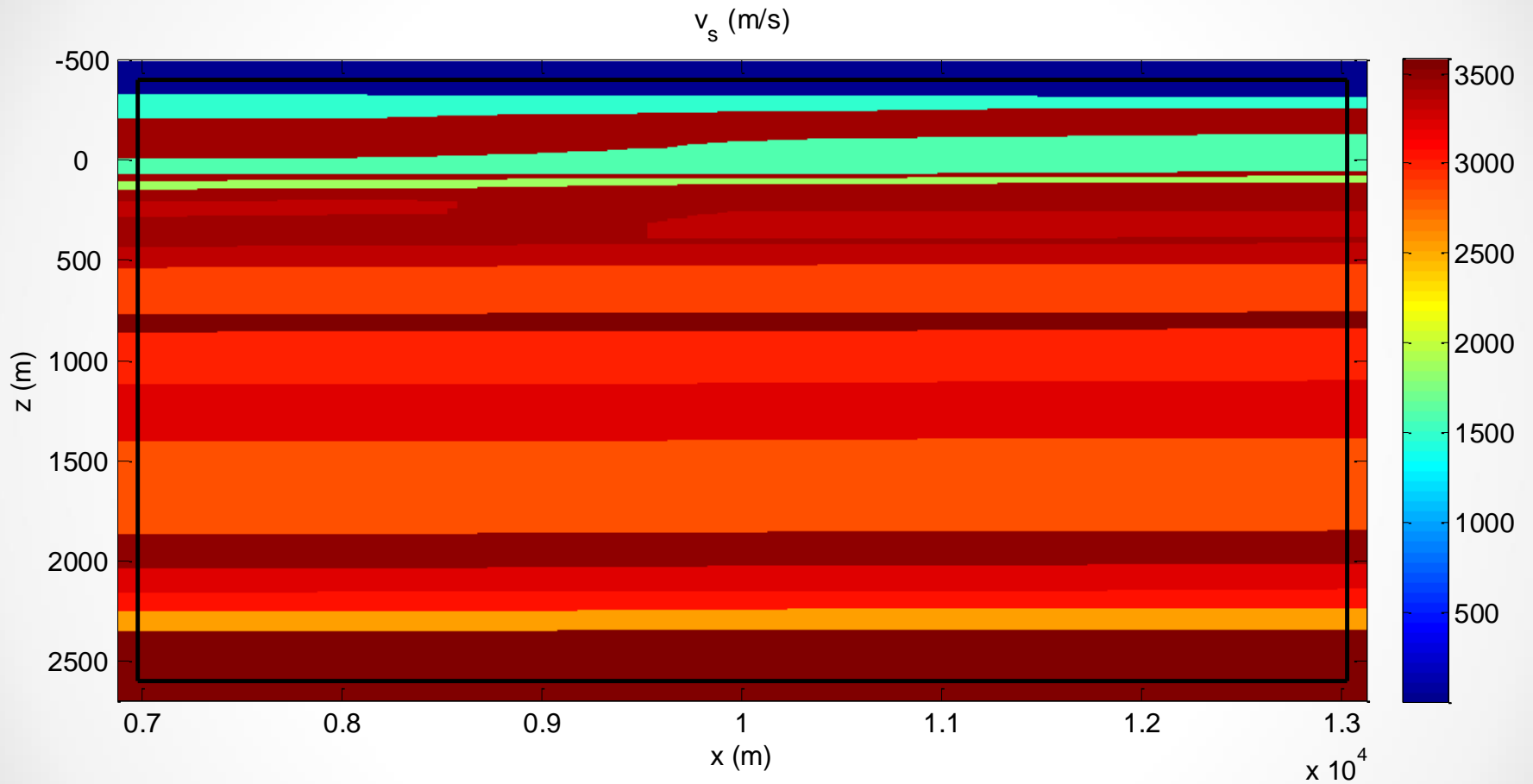
Результаты

- **Конечно-разностный алгоритм** расчета волновых сейсмических полей в моделях **среды с вязкоупругими включениями**, основанный на локальном применении обобщенной стандартной линейной модели твердого тела с адаптивной декомпозицией по пространственным подобластям для минимизации расчетного времени.
- Разработанный алгоритм позволяет
 - локально использовать вычислительно сложную обобщенную стандартную линейную модель твердого тела в области, охватывающей вязкоупругие включения;
 - оптимизировать декомпозицию расчетной области минимизацией общего вычислительного времени в зависимости от числа переменных памяти в обобщенной стандартной линейной модели твердого тела и порядка аппроксимации схемы.

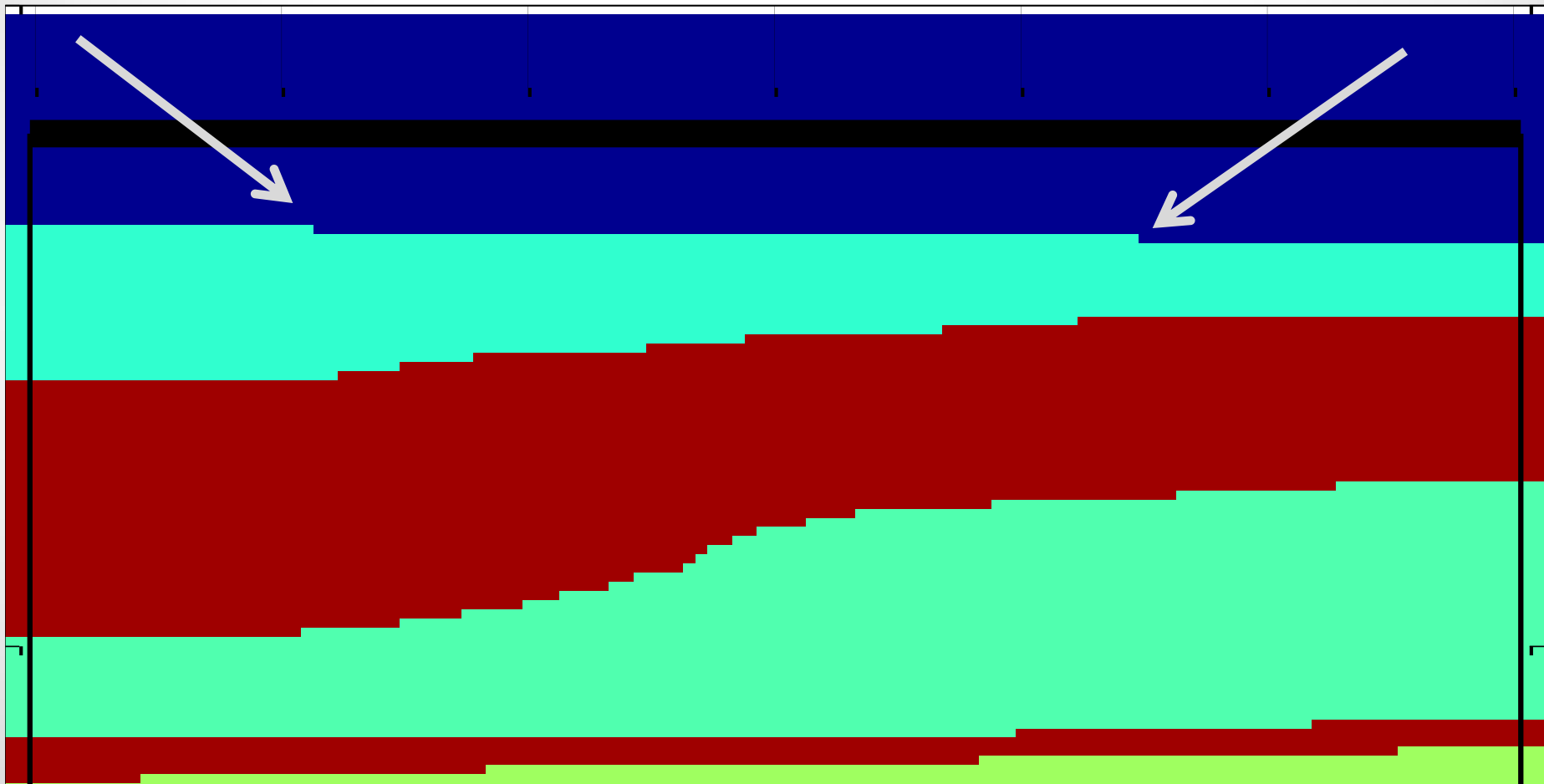
Содержание

- Мелкомасштабные неоднородности
- Анизотропные включения
- Среды с поглощением
- Аппроксимация резкоконтрастных границ со сложной геометрией
 - Разрывный метод Галеркина
 - Комбинирование метода Галеркина и метода конечных разностей

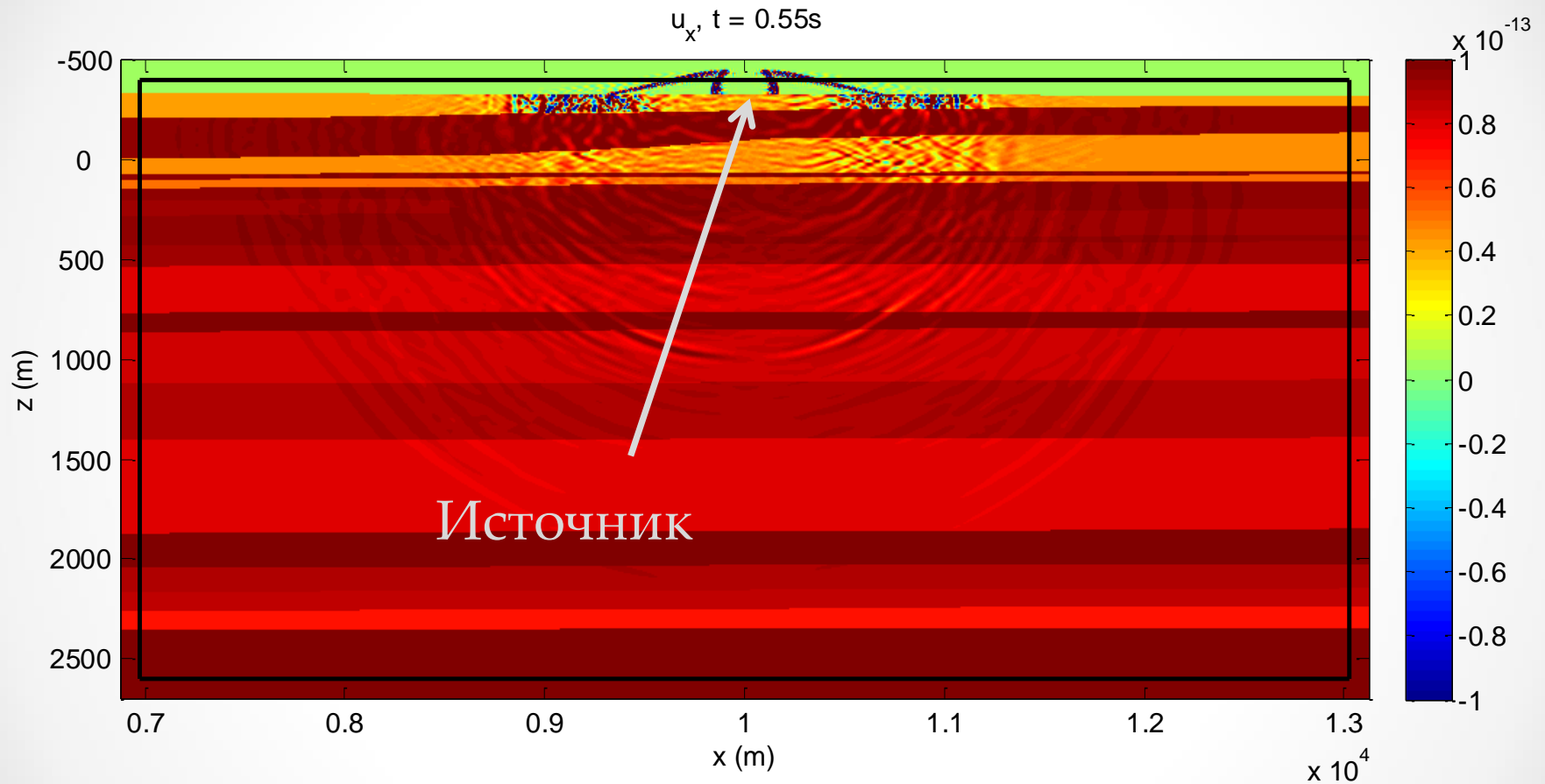
Актуальность



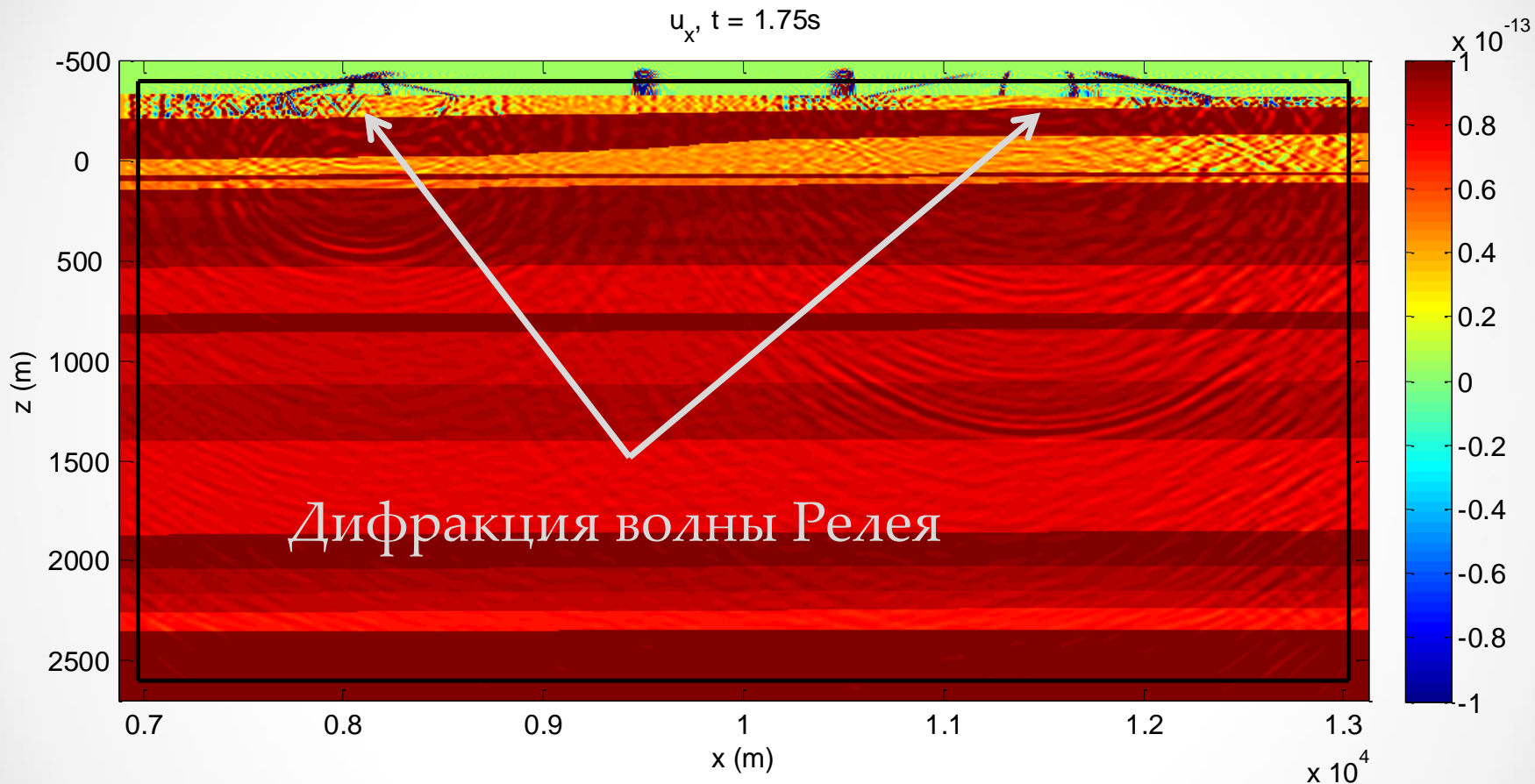
Актуальность



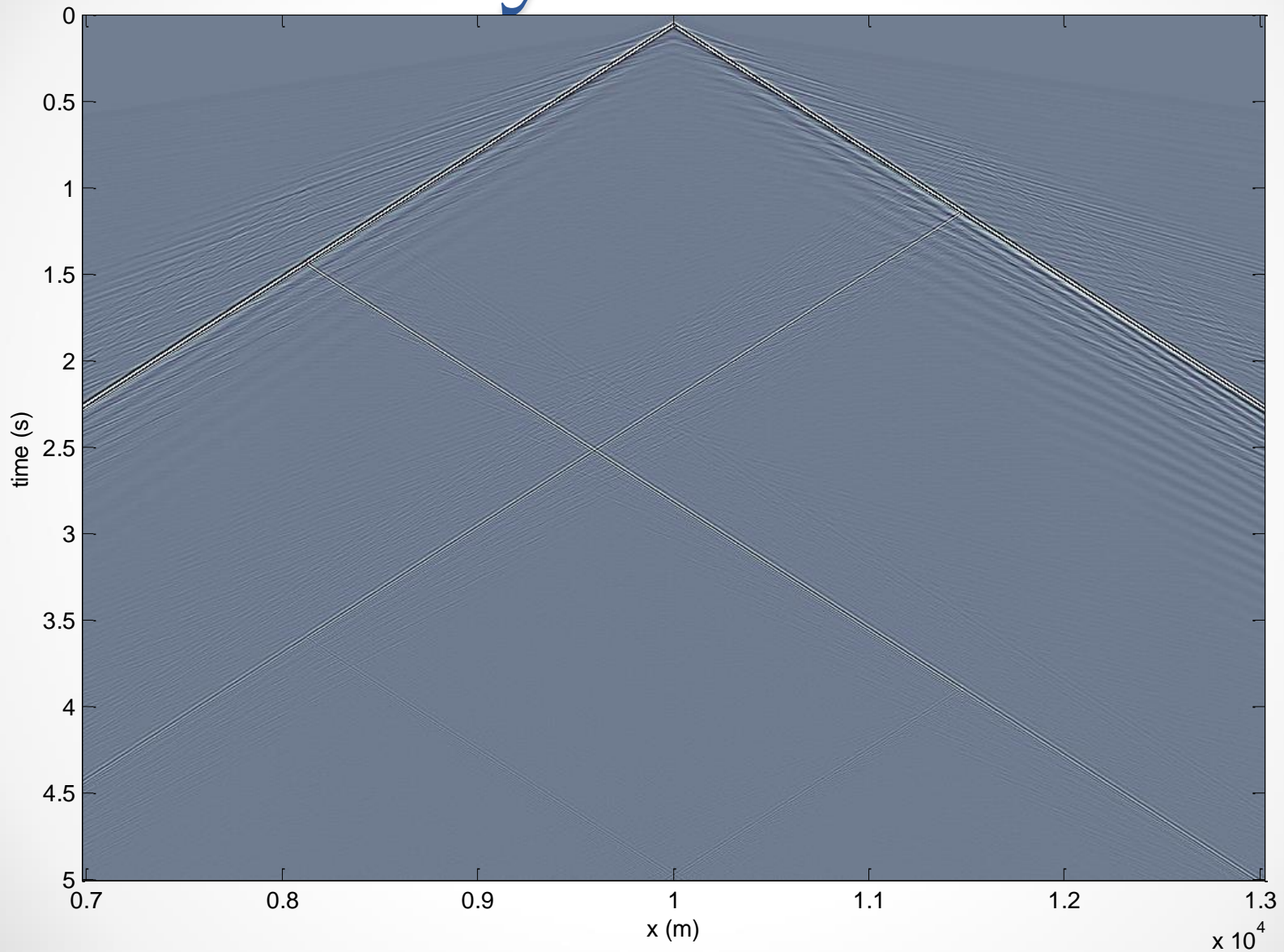
Актуальность



Актуальность



Актуальность



Разрывный метод Галеркина

Система уравнений динамической теории упругости:

$$\begin{pmatrix} \rho I & 0 \\ 0 & S \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \vec{u} \\ \vec{\sigma} \end{pmatrix} - \sum_{j=1}^{\dim} \begin{pmatrix} 0 & B_j^* \\ B_j & 0 \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x_j} \begin{pmatrix} \vec{u} \\ \vec{\sigma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{f}_u \\ \vec{f}_\sigma \end{pmatrix}$$



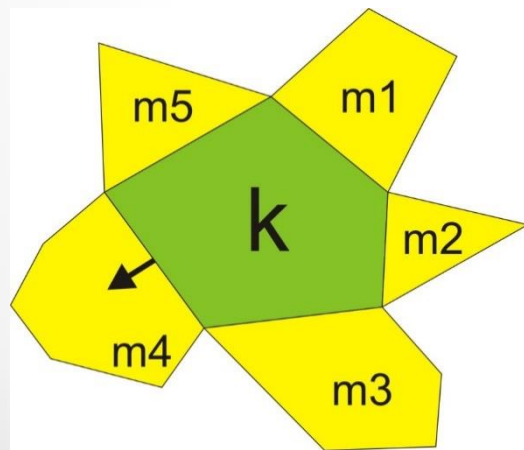
$$A \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} - \nabla \cdot G(\vec{V}) = \vec{F}$$

Разрывный метод Галеркина

$$A \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} - \nabla \cdot G(\vec{V}) = \vec{F}$$

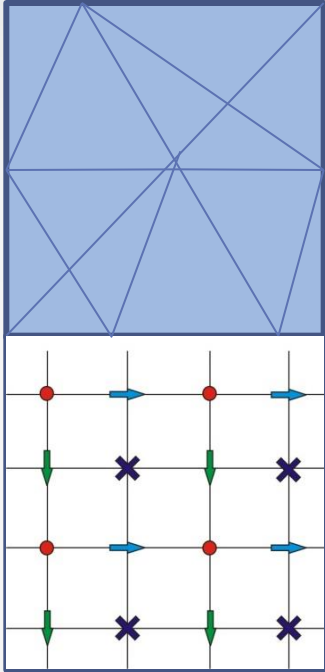


$$\int_{D_k} A \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \cdot \vec{W} dx + \int_{D_k} [\nabla \cdot G(\vec{W})] \vec{V} dx - \int_{\partial D_k} [G(\vec{V}) \cdot \vec{n}] \vec{W} ds = \int_{D_k} \vec{F} \cdot \vec{W} dx$$



$$G(\vec{V}) \cdot \vec{n} \approx \sum_{j=1}^{\dim} B_j n_j (\vec{V}_{out} - \vec{V}_{in})$$

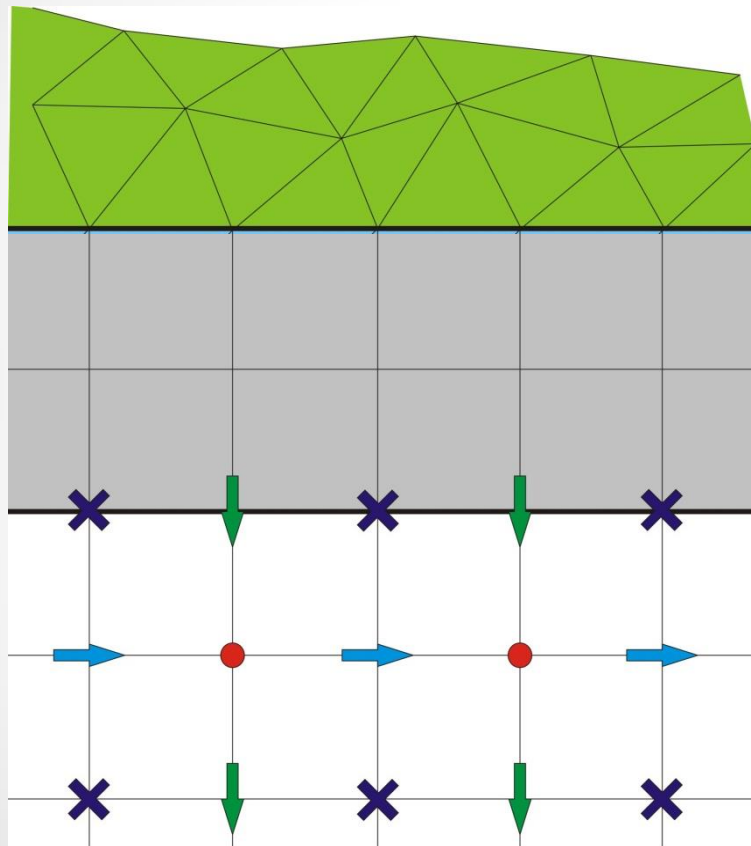
Постановка задачи



При $z < 0$ система уравнений дин. теории упругости аппроксимируется разрывным методом Галеркина

При $z > 0$ модель – конечно-разностной схемой на разнесенных сетках

Схема

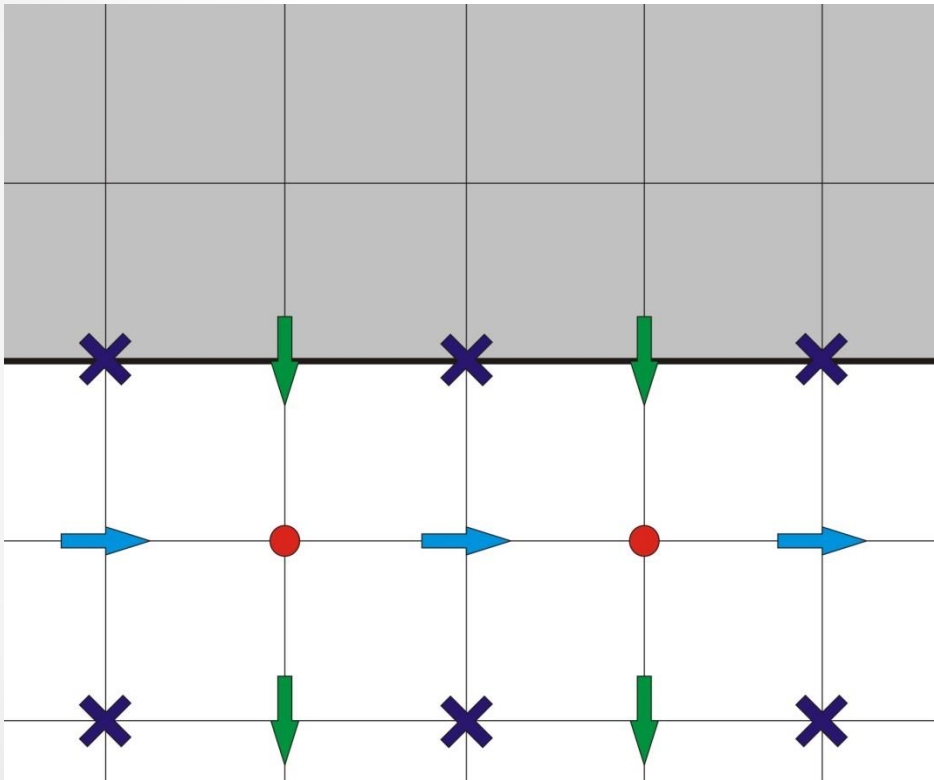


P1-P3 формулировка метода
Галеркина на неравномерной
треугольной сетке

P0 формулировка метода Галеркина
на регулярной прямоугольной сетке
– переходная зона

Стандартная схема на сдвинутых
сетках

Переходная зона + SSGS



Метод Галеркина на регулярной сетке с константами в качестве базисных функций эквивалентен методу конечных разностей на несдвинутых сетках.

Комбинирование

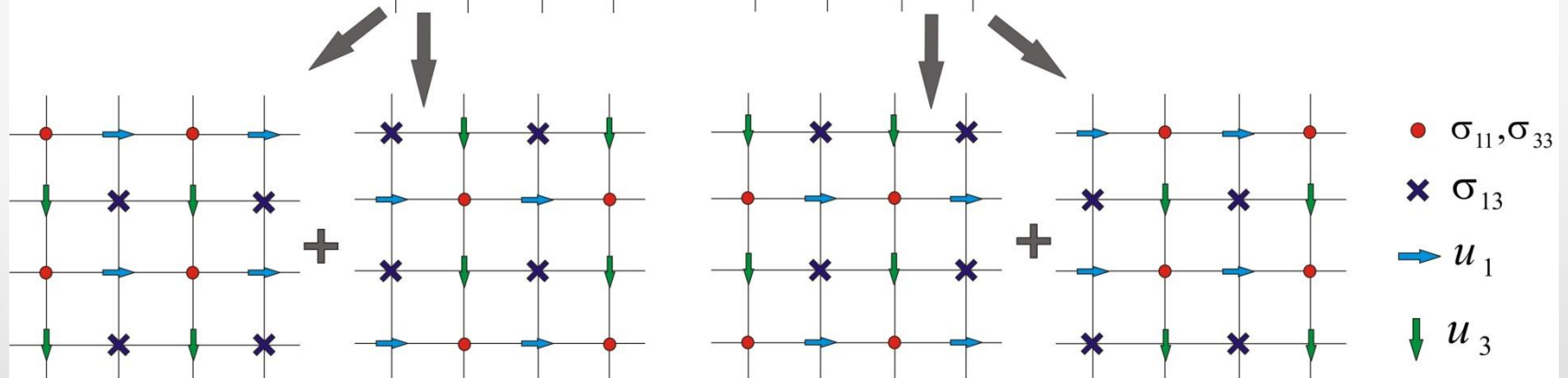
Схема на
несдвинутых сетках

● $\sigma_{11}, \sigma_{33}, \sigma_{13}, u_1, u_3$

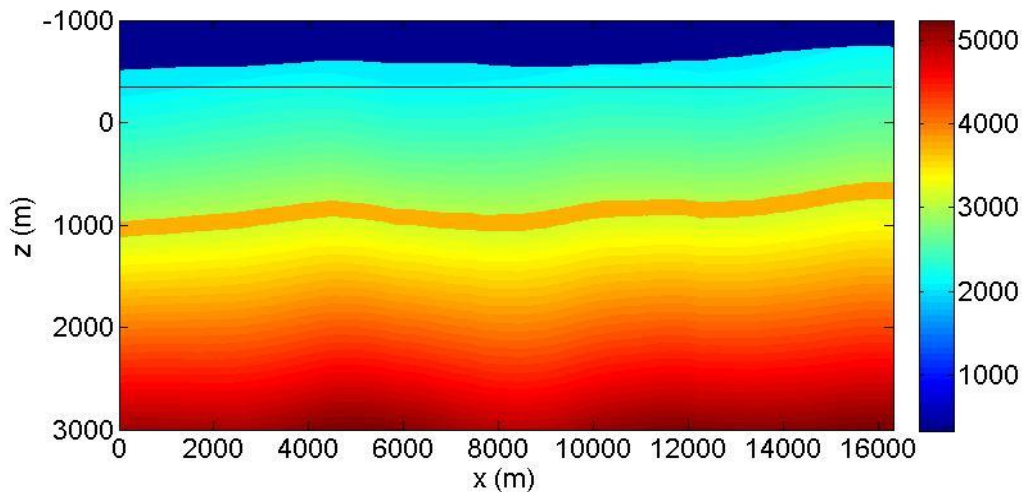
Схема
Лебедева

● $\sigma_{11}, \sigma_{33}, \sigma_{13}$

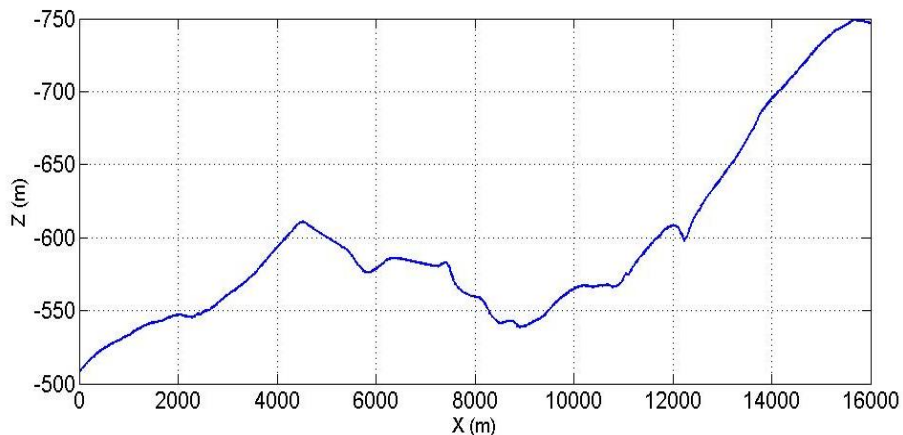
● u_1, u_3



Численные эксперименты

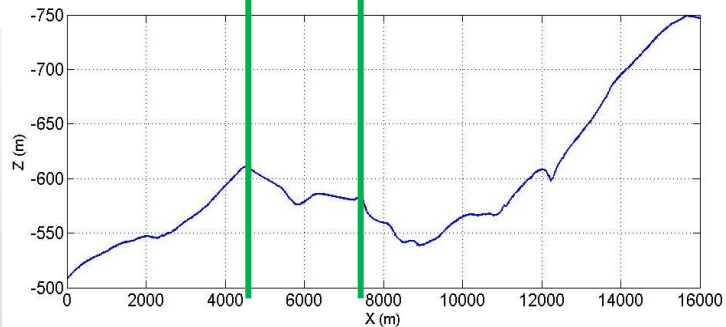
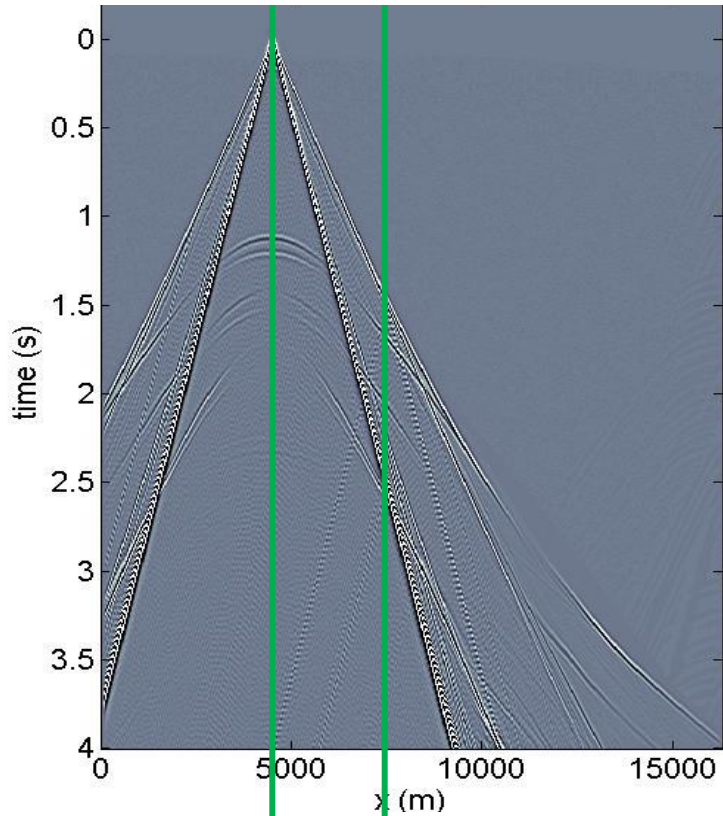


$X_s=4500$, $Z_s=5$ метров под
поверхностью,
Источник типа центра
объемного расширения с
частотой 20Гц
 $Z_r=5$ метров под поверхностью

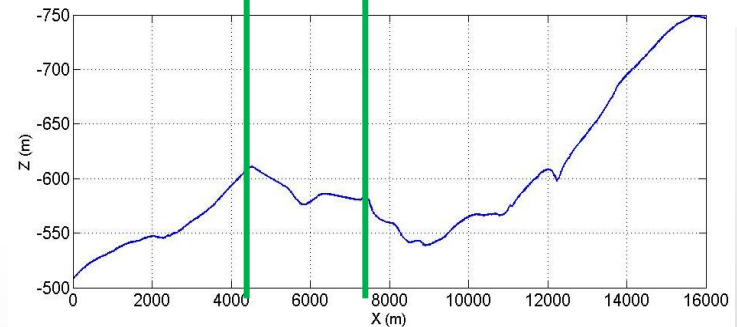
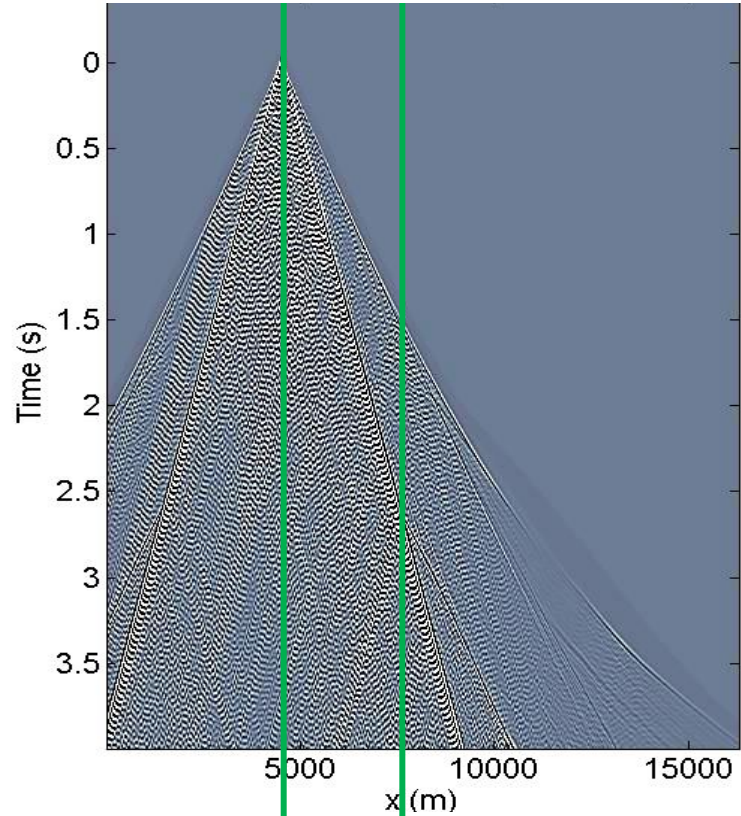


Численные эксперименты

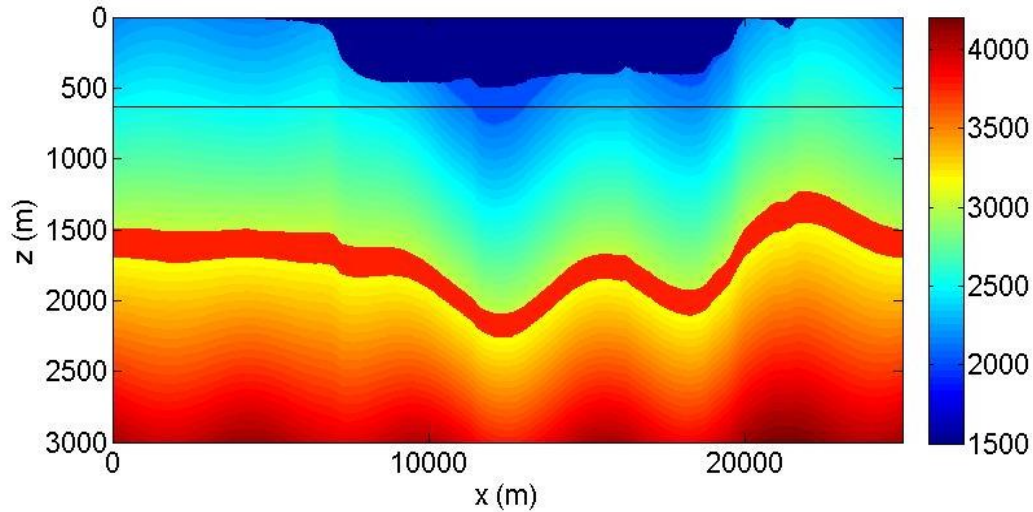
Комбинированный метод



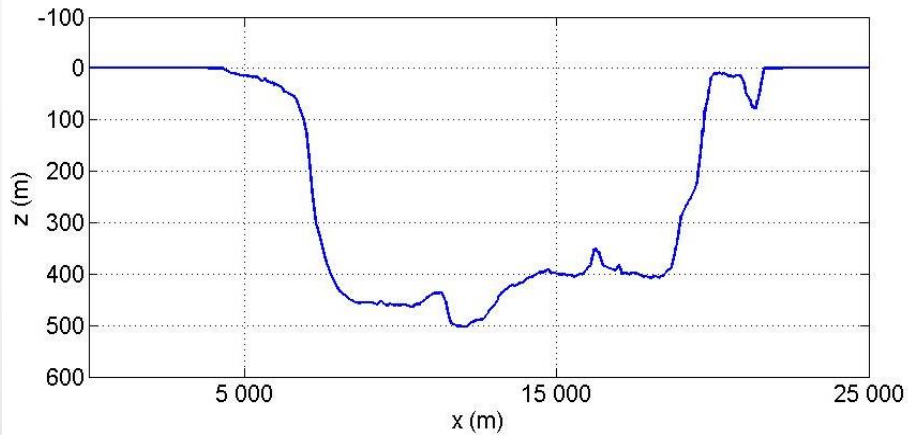
Конечные разности



Численные эксперименты

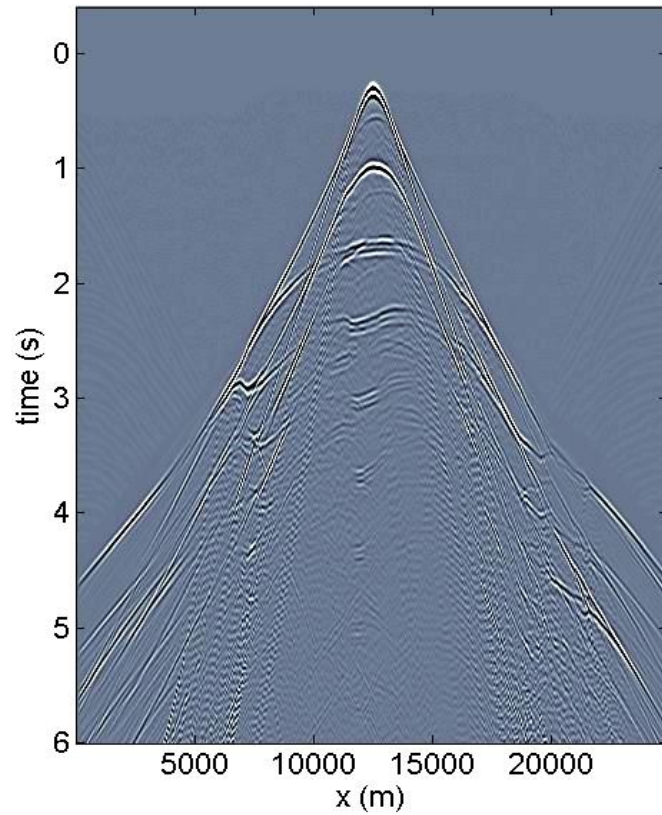


Источник $x=12,500$ м, $z=5$ м
Приемники расположены на дне.

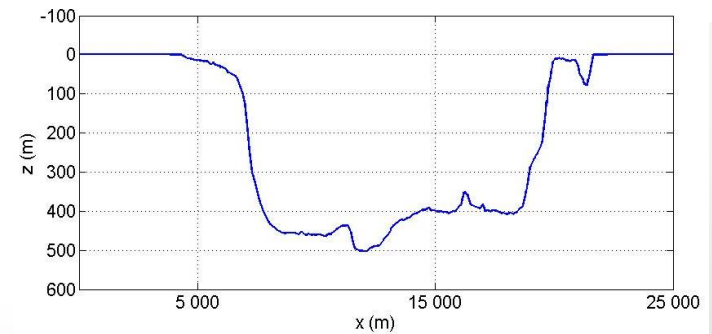
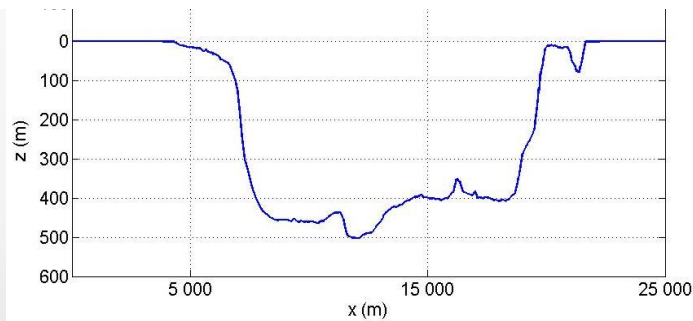
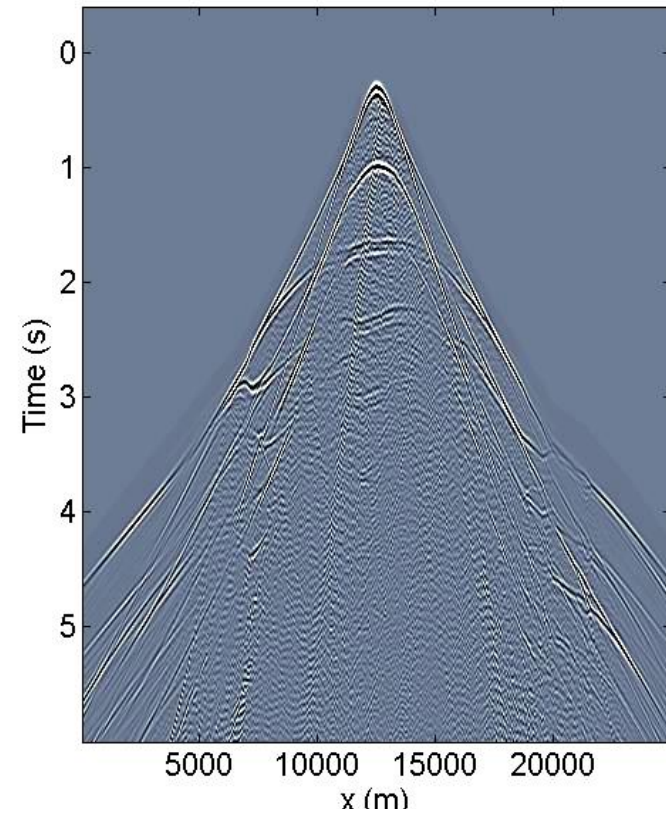


Численные эксперименты

DG

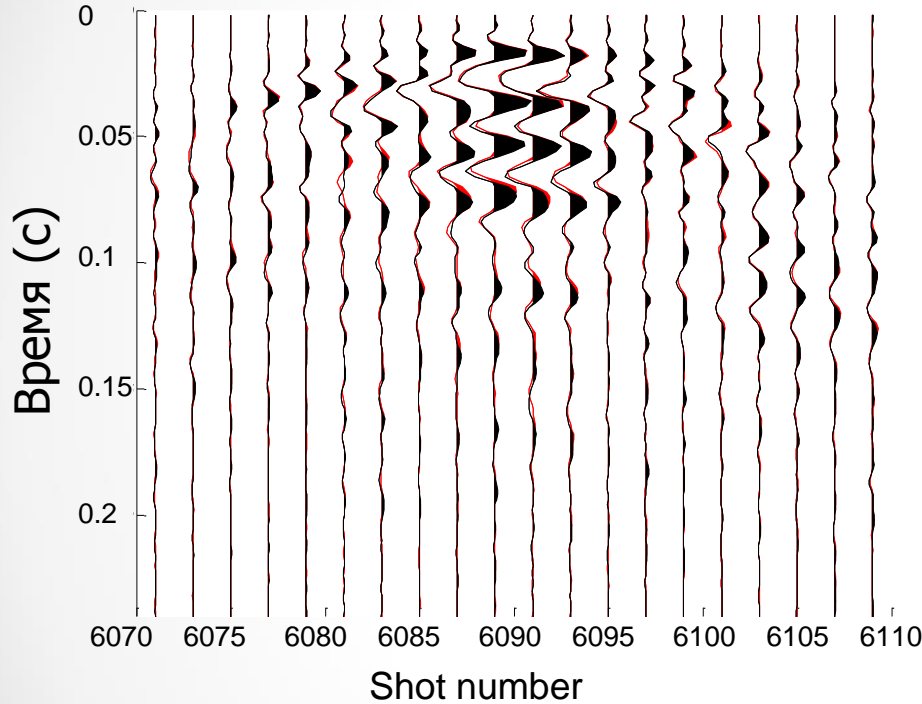


FD

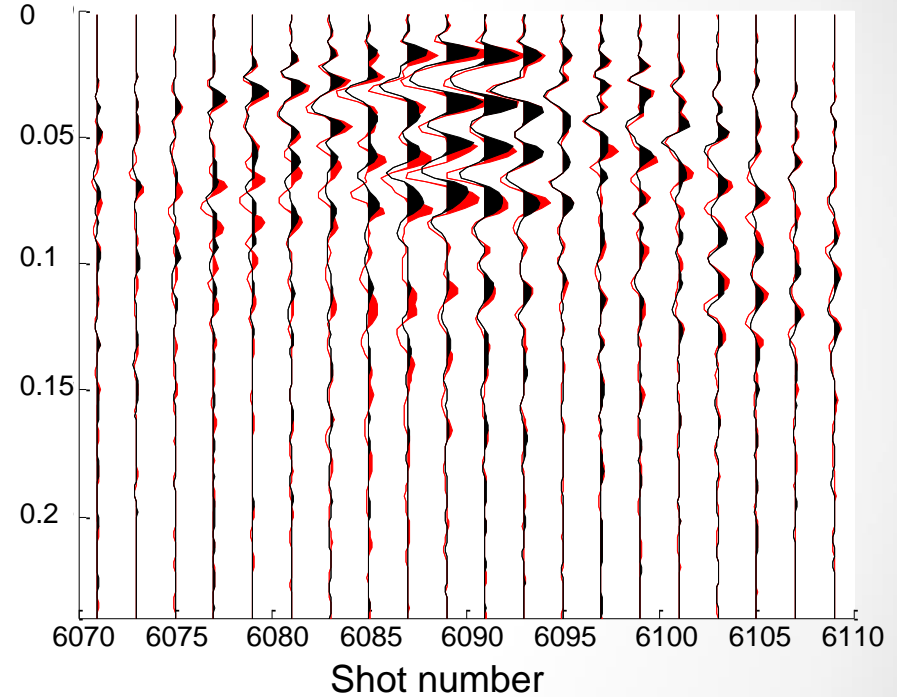


Постановка задачи

6 дней



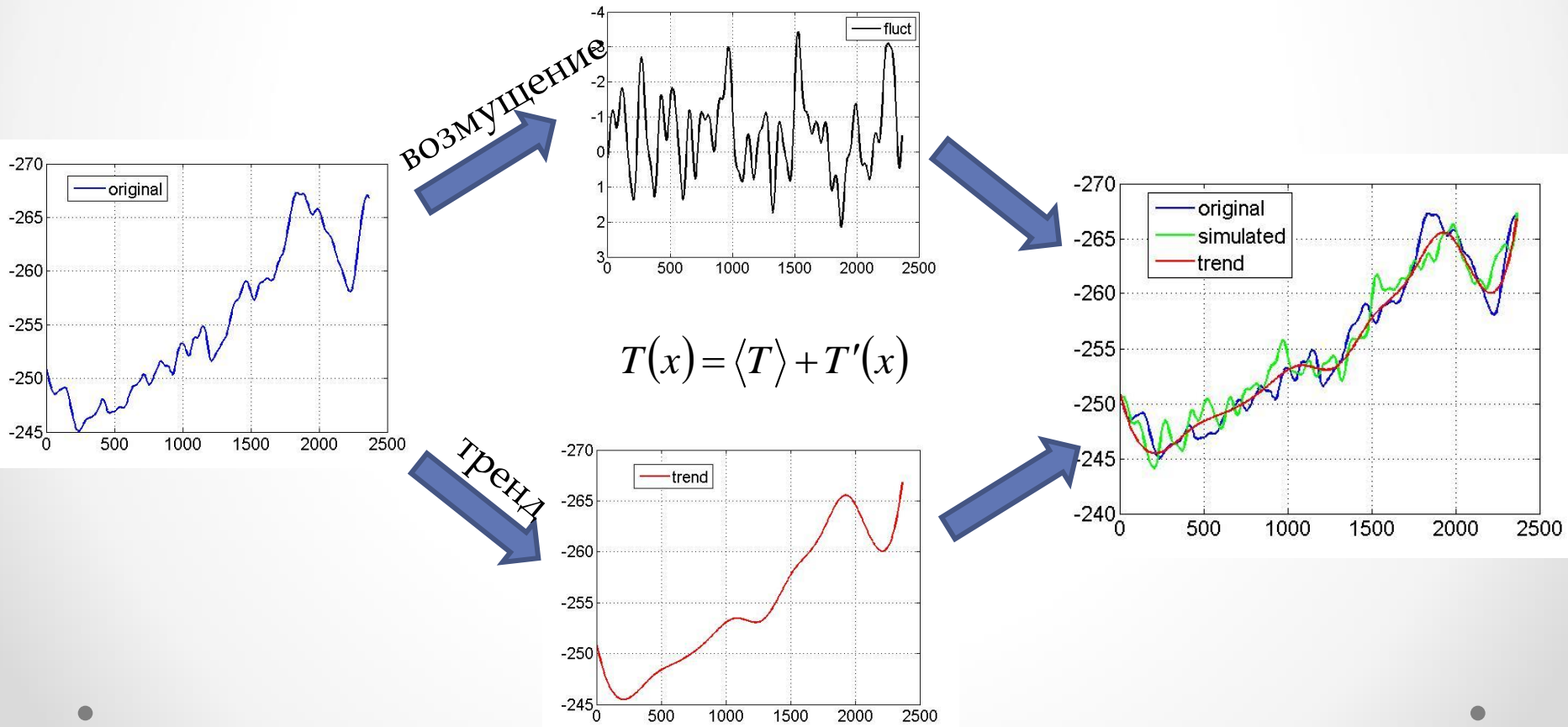
19 месяцев



NRMS (ранние вступления): 60%
NRMS (целевые отражения): 140+%

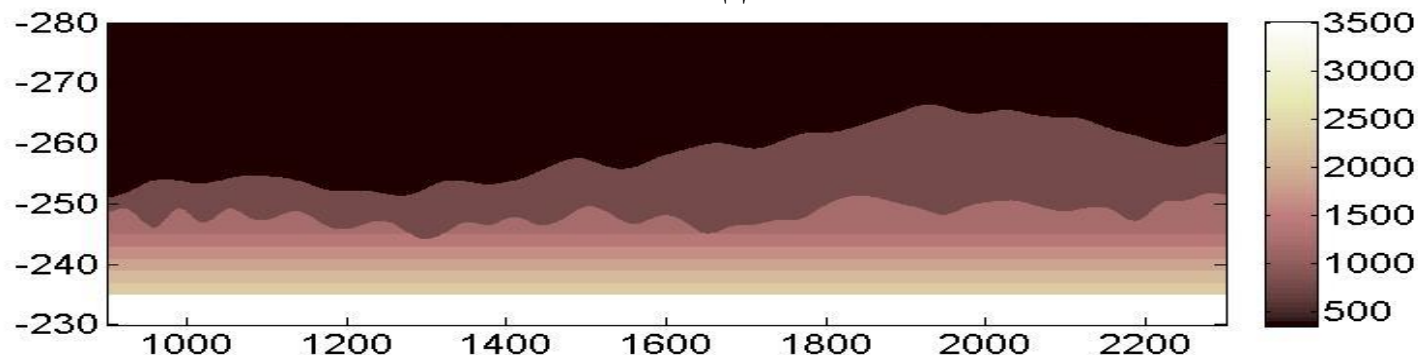
Модель

- Свободная поверхность представляется как суперпозиция плавноменяющегося тренда и быстроосциллирующего возмущения;

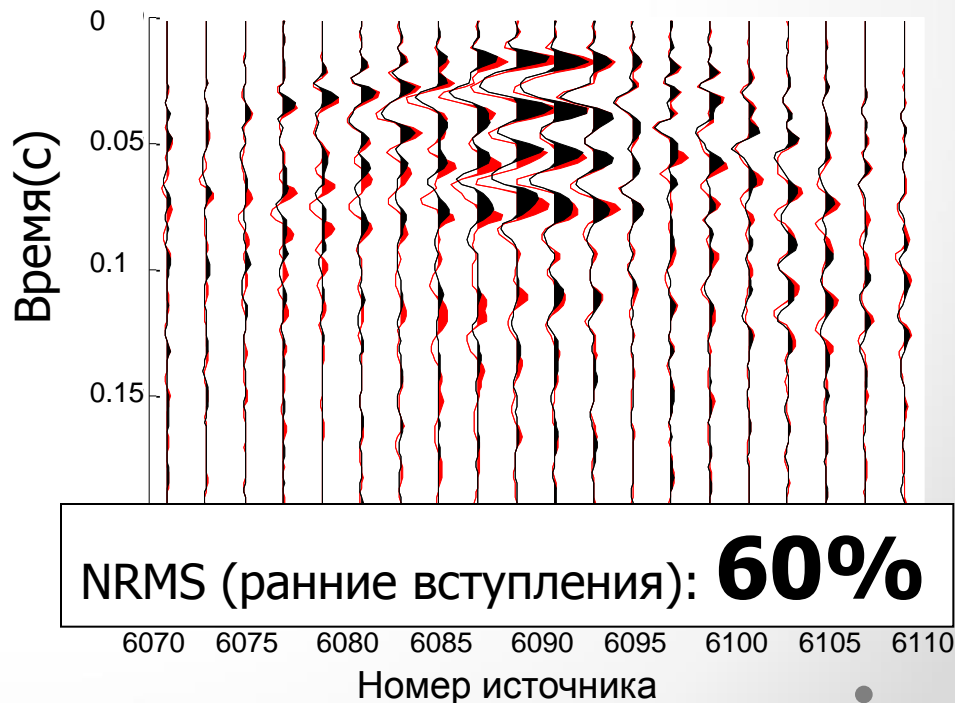
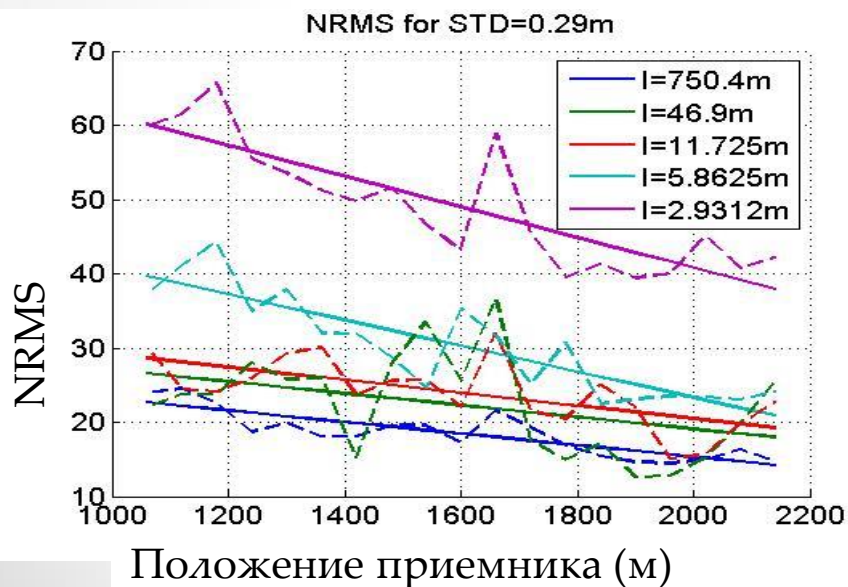


Полная численная модель среды

Полная модель



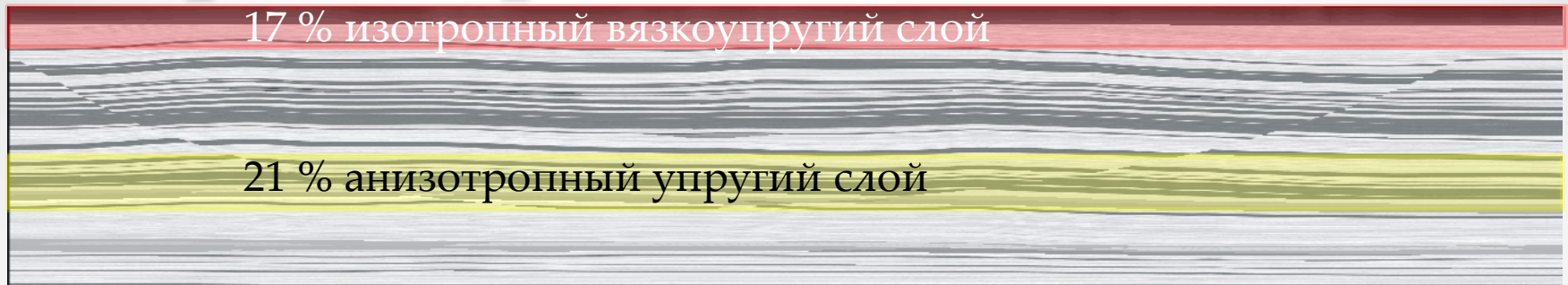
19 месяцев



Результаты

- **Численный метод и алгоритм** расчета волновых сейсмических полей в моделях со **сложной геометрией резкоконтрастных границ**, включая топографию свободной поверхности, основанный на **комбинировании метода конечных разностей и разрывного метода Галеркина**
- Особенности метода являются:
 - в качестве метода расчета волновых полей в моделях с резкоконтрастными границами используется **разрывный метод Галеркина с центральной аппроксимацией потоков**;
 - комбинирование разрывного метода **Галеркина на треугольной сетке и стандартной схемы на сдвинутых сетках** проводится в два этапа с введением "переходного" слоя, в котором применяется классическая схема на несдвинутых сетках, совмещающая в себе свойства метода конечных разностей и метода Галеркина с базисными функциями - константами, что обеспечивает низкий уровень нефизичных отражений.

Пример - модель SEAM



	Анизотропное вязкоупругое моделирование	Гибридный алгоритм
Шаг сетки	6.25 м	6.25 м
Число точек	10^9	10^9
РАМ/один источник	500 Гб	90 Гб
Машинное время	$5 \cdot 10^3$ ядро/часов	800 ядро/часов
Число источников	$4 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^4$
Машинное время	$2 \cdot 10^8$ ядро/часов	$3.2 \cdot 10^7$ ядро/часов

Защищаемые результаты

1. **Конечно-разностный метод и алгоритмы** расчета волновых сейсмических полей в разномасштабных средах, основанные на **локальном пространственно-временном измельчении шагов** сетки, для численного моделирования процесса рассеяния сейсмической энергии на скоплениях **неоднородностей субсейсмического масштаба** (коридоры трещиноватости, скопления каверн).
2. **Конечно-разностный метод и алгоритмы** расчета волновых сейсмических полей в моделях **среды с анизотропными включениями**, основанные на **локальном применении схемы Лебедева** с оптимальным выбором параметров идеально согласованного слоя.
3. **Конечно-разностный алгоритм** расчета волновых сейсмических полей в моделях **среды с вязкоупругими включениями**, основанный на **локальном применении обобщенной стандартной линейной модели твердого тела** с адаптивной декомпозицией по пространственным подобластям для минимизации расчетного времени.
4. **Численный метод и алгоритм** расчета волновых сейсмических полей в моделях со **сложной геометрией резкоконтрастных границ**, включая топографию свободной поверхности, основанный на **комбинировании метода конечных разностей и разрывного метода Галеркина**.

Научная новизна и личный вклад

1. С использованием несогласованных сеток с локальным пространственно-временным измельчением шага разработан, теоретически и экспериментально обоснован и протестирован новый метод численного моделирования волновых процессов в средах **со скоплениями неоднородностей субсейсмического масштаба**, который включает в себя:
 - разработку оригинального способа "вложенных шаблонов" для измельчения шага сетки по времени во избежание интерполяции решения на границе раздела сеток;
 - теоретический и численный анализ нефизичных отражений от границы раздела сеток при разных способах измельчения сеток: одновременном по пространству и времени, последовательном и др.;
 - анализ корректности получаемой начально-краевой конечно-разностной задачи;

Научная новизна и личный вклад

2. На основе комбинирования схемы Лебедева и стандартной схемы на сдвинутых сетках разработан, теоретически и экспериментально обоснован и протестирован новый метод численного моделирования волновых процессов **в средах, содержащих локальные анизотропные включения**. Метод базируется на совокупности следующих оригинальных решений:

- выбрана и обоснована схема Лебедева для аппроксимации системы уравнений динамической теории упругости для анизотропной среды;
- на основе теории корректности начально-краевых задач сформулирован необходимый признак устойчивости многоосного идеально согласованного слоя, или MPML (совместно с Дмитриевым М.Н.);
- комбинирование схемы Лебедева со стандартной схемой на сдвинутых сетках, применяемой в изотропной части модели, основано на минимизации коэффициентов отражений, возникающих при прохождении волн через границу раздела сеток;
- на основе разработанного метода создан научно-исследовательский вариант проблемно-ориентированного параллельного программного обеспечения для расчета волновых сейсмических полей в средах с анизотропными включениями (совместно с Вишневым Д.М.), с помощью которого исследовано проявление анизотропии верхней части разреза в данных вертикального сейсмического профилирования

Научная новизна и личный вклад

3. Разработан, обоснован и реализован в виде научно-исследовательской версии программного продукта, ориентированного на вычислительные ресурсы с распределенной памятью, **алгоритм моделирования волновых процессов в средах с вязкоупругими включениями**, основанный на локальном использовании обобщенной стандартной линейной модели твердого тела с оптимизированным разбиением расчетной области, который включает в себя:
- выбор и обоснование обобщенной стандартной линейной модели твердого тела для корректного описания волновых полей в средах с поглощением сейсмической энергии;
 - построение оптимальной декомпозиции расчетной области, основанной на минимизации машинного времени, при организации вычислений с использованием библиотеки MPI (от английского message passing interface).

Научная новизна и личный вклад

4. Разработан, теоретически и экспериментально обоснован новый метод расчета **волновых полей в моделях с резкоконтрастными границами со сложной геометрией**, включая топографию свободной поверхности, основанный на комбинировании метода конечных разностей и разрывного метода Галеркина, который включает ряд оригинальных решений:

- по результатам теоретического и численного исследования в качестве метода расчета волновых полей в моделях с резкоконтрастными границами выбирается разрывный метод Галеркина с центральной аппроксимацией потоков;
- результатами дисперсионного анализа показано, что для расчета волновых сейсмических полей оптимальным является метод Галеркина с базисными и пробными функциями - полиномами не выше второй степени;
- разработанный и реализованный в виде научно-исследовательского проблемно-ориентированного программного продукта алгоритм моделирования волновых полей использован для анализа влияния изменчивости профиля свободной поверхности на повторяемость данных наблюдений при сейсмическом мониторинге резервуаров углеводородов;

Публикации

- Всего по теме диссертации соискателем лично и в соавторстве **опубликовано более 70 работ**, в том числе
 - 24 статьи, из которых
 - **19 из списка ВАК**,
 - 8 индексируются в базе данных Web of Science,
 - 13 индексируются в базе данных Scopus.
- Результаты диссертационной работы обсуждались на более чем **50 ведущих международных и российских конференциях**, в том числе:
 - EAGE Conference and Exhibition 2008 – 2016
 - SEG Annual Meeting 2010 – 2016
 - Waves 2007 – 2015
 - EAGE Siant-Petersburg 2018 – 2016
 - PARA 2010, 2012
 - «Суперкомпьютерные вычисления в нефтегазовой отрасли».

Список публикаций WoS

1. **Lisitsa V.**, Tcheverda V., and Botter C. Combination of the discontinuous Galerkin method with finite differences for simulation of seismic wave propagation // **Journal of Computational Physics.** - 2016. - V. 311. - pp. 142-157.
2. **Lisitsa V.** Dispersion analysis of discontinuous Galerkin method on triangular mesh for elastic wave equation // **Applied Mathematical Modelling.** - 2016. - V. 40. - N. 7–8. - pp. 5077-5095.
3. Kostin V., **Lisitsa V.**, Reshetova G., and Tcheverda V. Local time–space mesh refinement for simulation of elastic wave propagation in multi-scale media // **Journal of Computational Physics.** - 2015. - V. 281. - N. 0. - pp. 669-689.
4. Vishnevsky D., **Lisitsa V.**, Tcheverda V., and Reshetova G. Numerical study of the interface errors of finite-difference simulations of seismic waves // **Geophysics.** - 2014. - V. 79. - N. 4. - pp. T219-T232.
5. **Lisitsa V.**, Tcheverda V., and Vishnevsky D. Numerical simulation of seismic waves in models with anisotropic formations: coupling Virieux and Lebedev finite-difference schemes // **Computational Geosciences.** - 2012. - V. 16. - N. 4. - pp. 1135-1152.
6. **Lisitsa V.**, Reshetova G., and Tcheverda V. Finite-difference algorithm with local time-space grid refinement for simulation of waves // **Computational Geosciences.** - 2012. - V. 16. - N. 1. - pp. 39-54.
7. **Lisitsa V.**, and Vishnevskiy D. Lebedev scheme for the numerical simulation of wave propagation in 3D anisotropic elasticity // **Geophysical Prospecting.** - 2010. - V. 58. - N. 4. - pp. 619-635.
8. **Lisitsa V.**, Podgornova O., and Tcheverda V. On the interface error analysis for finite difference wave simulation // **Computational Geosciences.** - 2010. - V. 14. - N. 4. - pp. 769-778.

Список публикаций

1. Колюхин, Д.Р., **В.В. Лисица**, Г.В. Решетова Влияние изменчивости свободной поверхности на повторяемость данных сейсмического мониторинга // **Технологии сейсморазведки. – 2016.** - №1. – с.69-76
2. **Лисица, В.В.** Дисперсионный анализ разрывного метода Галеркина в применении к уравнениям динамической теории упругости // **Вычислительные методы и программирование. - 2015.** - Т. 15. - С. 387-406.
3. **Лисица, В.В.,** В.А. Чеверда Комбинирование разрывного метода Галеркина и метода конечных разностей для учета сложного строения верхней части разреза при численном моделировании сейсмических полей // **Технологии сейсморазведки. -2014.** - № 4. - С. 60-67.
4. **Лисица В. В.,** Поздняков В. А., Решетова Г. В., Хайдуков В. Г., Чеверда В. А., Шиликов В. В. Рассеянные волны: численное моделирование и построение изображений (Часть 1. Двумерные среды) // **Технологии сейсморазведки. - 2013.** - N. 1. - pp. 46-58.
5. Костин В. И., **Лисица В. В.,** Решетова Г. В., Чеверда В. А. Локальное пространственно-временное измельчение сеток для конечно-разностного моделирования упругих волн в трёхмерно-неоднородных разномасштабных средах // **Сиб. журн. вычисл. математики. - 2013.** - V. 16. - N. 1. - pp. 45-55.
6. Вишневский Д. М., **Лисица В. В.,** Решетова Г. В. Численное моделирование распространения сейсмических волн в средах с вязкоупругими включениями // **Вычислительные методы и программирование. - 2013.** - V. 14. - pp. 155-165.
7. Дмитриев М. Н., **Лисица В. В.** Применимость слабоотражающих граничных условий М-РМЛ при моделировании волновых процессов в анизотропных средах. Часть II: Устойчивость // **Сиб. журн. вычисл. математики. - 2012.** - V. 15. - N. 1. - pp. 45-55.
8. Вишневский Д. М., **Лисица В. В.,** Чеверда В. А. Комбинирование конечно-разностных схем для моделирования волновых процессов в упругих средах, содержащих анизотропные слои // **Сиб. журн. вычисл. математики. - 2012.** - V. 15. - N. 2. - pp. 175-181.
9. **Лисица В. В.,** Вишневский Д. М. Об особенностях схемы Лебедева при моделировании упругих волн в анизотропных средах // **Сиб. журн. вычисл. математики. - 2011.** - V. 14. - N. 2. - pp. 155-167.
10. Костин В. И., **Лисица В. В.,** Решетова Г. В., Чеверда В. А. Конечно-разностный метод численного моделирования распространения сейсмических волн в трехмерно-неоднородных разномасштабных средах // **Вычислительные методы и программирование. - 2011.** - V. 12. - pp. 321-329.
11. Дмитриев М. Н., **Лисица В. В.** Применимость слабоотражающих граничных условий М-РМЛ при моделировании волновых процессов в анизотропных средах. Часть I: Уровень отражений // **Сиб. журн. вычисл. математики. - 2011.** - V. 14. - N. 4. - pp. 333-344.

Спасибо за внимание

Пункты паспорта специальности

05.13.18 -

«математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

- п. 1 «Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений, перечисленных в формуле специальности»
- п. 4 «Разработка, обоснование и тестирование эффективных численных методов с применением ЭВМ»
- п. 5 «Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ»