Математическое моделирование трехмерных гидродинамических процессов в самосогласованном гравитационном поле на суперЭВМ

По материалам диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

к.ф.-м.н. Куликов И.М.
ИВМиМГ СО РАН

Новосибирск 2016

Структура диссертации

- **Введение**
  - Актуальность и цель работы
  - Обзор литературы
- **Моделирование упруго-пластических деформаций**
  - Описание численной модели
  - Результаты вычислительных экспериментов
- **Модели гидродинамических процессов в самосогласованном гравитационном поле**
  - Описание газодинамической модели
  - Описание бесстолкновительной модели
- **Численные схемы для моделирования процессов гравитационной гидродинамики**
  - Численный метод решения уравнений гравитационной гидродинамики
  - Верификация численного метода
  - Параллельная реализация
- **Моделирование гидродинамических процессов в самосогласованном гравитационном поле**

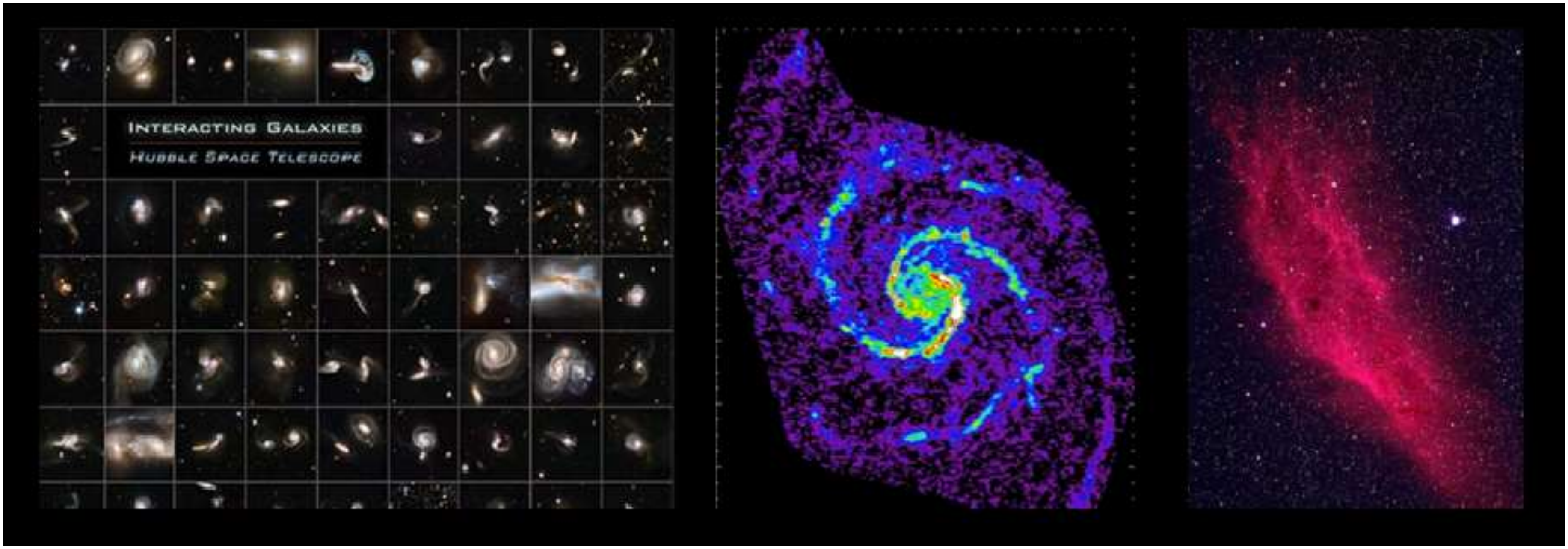
Актуальность

- **Задача о «сварке взрывом»**
  - **Формулировка уравнения состояния упруго-пластической среды с учетом фазовых переходов**
  - **Объяснение механизма волнообразования при сварке взрывом двух металлических пластин**
  - **Образование кумулятивной струи при косом соударении двух металлических пластин**

Результаты экспериментов ИГиЛ СО РАН

Актуальность

- **Динамика астрофизических объектов**
  - **Задача столкновения галактик**
  - **Задача образования спиральных галактик**
  - **Образование крупно-масштабных космологических структур**
  - **Эволюция молекулярных облаков и межзвездной среды**
  - **Эволюция протопланетного диска**



Наблюдательные данные (Hubble, NASA, …)

Цель работы

- **Разработка численной модели упруго-пластических деформаций с учетом фазовых переходов и определение области ее применимости при моделировании процесса «сварки взрывом» двух металлических пластин**
- **Разработка математической модели гидродинамических процессов на основе уравнений газовой динамики, магнитной газовой динамики и уравнений для первых моментов бесстолкновительного уравнения Больцмана с учетом самогравитации и подсеточных процессов**
- **Разработка, верификация и эффективная параллельная реализация единого вычислительного метода решения систем гиперболических уравнений, используемых для описания процессов гравитационной гидродинамики**
- **Исследование гидродинамических процессов на различных пространственных и временных масштабах: космологические структуры и галактики, молекулярные облака и межзвездная среда, протопланетные диски**

Постановка задачи

- **Компоненты**
  - Упругая среда
  - Жидкость
  - Газодинамическая среда
  - Бесстолкновительная компонента

- **Процессы**
  - Фазовые переходы
  - Гравитация
  - Магнитное поле
  - Охлаждение/нагревание
  - Химические реакции
  - Космологическое расширение

Сеточные методы решения гидродинамических уравнений

- **Метод Годунова** (решение нелинейной задачи о распаде разрыва)

  Godunov, S. K. 1959, Math. Sb., 47, 271

- **Метод Куранта-Изааксона-Риса** (линеаризация задачи о распаде разрыва)

  Courant, R., Isaacson, E., Rees, M. 1952, Comm. Pure & Ap. Math., 5, 243

- **Метод Роу** (специальная линеаризация задачи о распаде разрыва)

  Roe, P. 1997, J. Comp. Phys., 135, 250

- **Метод Ошера** (линеаризация на основе волн Римана)

  Engquist, B., Osher, S.J. 1981, Math. Comp., 36, 321

- **Схема Лакса – Хартена - Ван Лира или HLL-метод** (основана на упорядочивании спектра линеаризованной задачи)

  Harten, A., Lax, P.D., Van Leer, B. 1983, Soc. Indust. & Appl. Math. Rev., 25, 35

- **Схема Лакса – Хартена - Ван Лира - Энфилда или HLLE-метод** (основан на особом учете крайних собственных чисел линеаризованной задачи)

  Einfeld, B. 1988, Soc. Indust. & Appl. Math. J. Num. Analys., 25, 294

- **HLLC-метод** (основан на особом учете центрального собственного значения линеаризованной задачи)

  Batten, P., et al. 1997, Soc. Indust. & Appl. Math. J. Comp., 18, 1553

Сеточные методы высокого порядка точности

- Монотонная противопотоковая схема или **MUSCL-метод**

Van Leer, B. 1979, J. Comput. Phys., 32, 101

- Схемы с ограниченной вариацией решения или **TVD-схемы**

Jin, S., Xin, Z. 1995, Commun. Pure Appl. Math., 48, 235

- Кусочно-параболический метод _или **PPM-метод**

Collela, P., Woodward, P.R. 1984, J. Comp. Phys., 54, 174

- **Что такое высокий порядок в случае разрывных решений?**

Godunov, S.K., Manuzina, Y., Nazareva, M. 2011, Comp. Math. & Math. Phys., 51, 88

Сеточные методы решения уравнения Пуассона

- Аналитическое задание потенциала
- Метод сопряженных градиентов
- Метод быстрого преобразования Фурье
- Многосеточный метод или метод Федоренко

Fedorenko, R. 1961, USSR Comput. Math. & Math. Phys., 1, 1092

Методы поиска и суммирования частиц в бессеточных методах

- particle-particle/particle-mesh или **P^3M-метод**

  Hockney, R.W., & Eastwood, J.W. 1981,

  Computer Simulation Using Particles (New York: McGraw-Hill)

- **AP^3M-метод** (использование иерархичности расчетной сетки)

  Couchman, H. M. P. 1991, ApJ, 368, L23

- **Tree-code** (использование иерархичности сетки как дерева)

  Barnes, J., & Hut, P. 1986, Nature, 324, 446

- **Tree-PM** (комбинация Tree-code и AP^3M-метода)

  Dubinski, J., Kim, J., Park, C., & Humble, R.

  2004, New Astron., 9, 111

Сильные и слабые стороны методов

Бесеточный SPH метод

- Точное нахождение потенциала
- Галилеева инвариантность
- Пространственная адаптация
- Постоянное разрешение
- Произвольная геометрия задачи
- Адаптация на многомерный случай

- Проблема разрывов
- Проблема радиуса сглаживания
- Искусственная вязкость
- Подавление неустойчивости
- Малый градиент плотности
- Масштабируемость

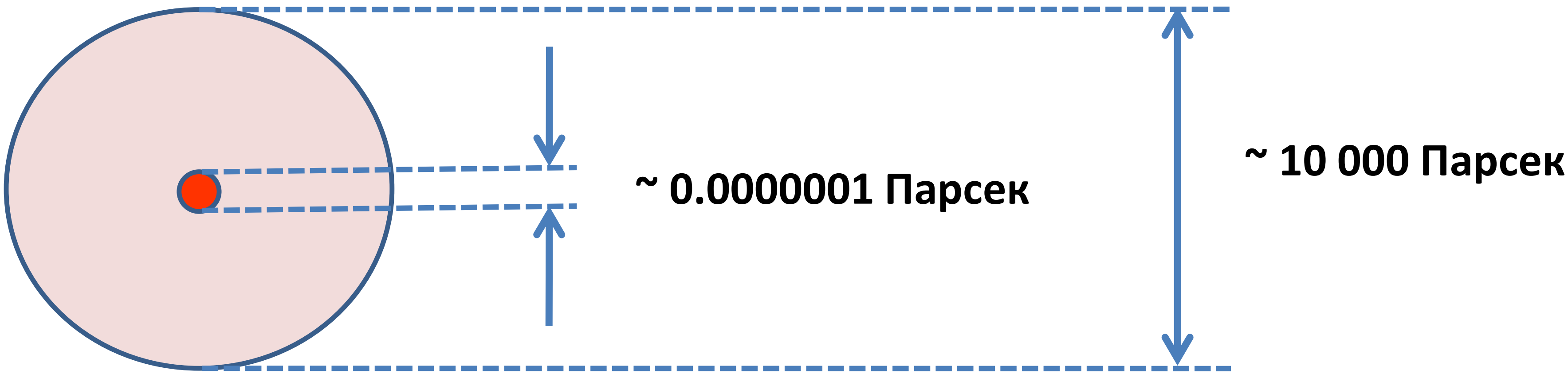
Сеточные методы

- Воспроизведение разрывов
- Отсутствие схемных параметров
- Произвольные градиенты плотности
- Слабая устойчивость методов
- Пространственная адаптация
- Воспроизведение турбулентности

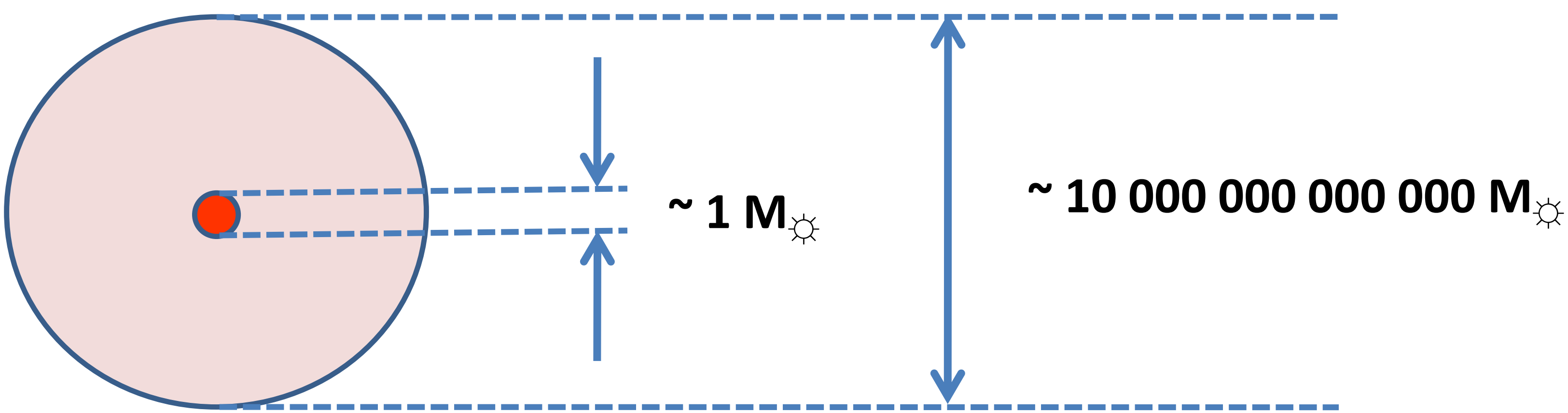
- Ограничение разрешения сеткой
- Проблема перехода между сетками
- Сеточные эффекты
- Проблема инвариантности
- Ограничения по геометрии задачи
- Масштабируемость

Проблема разномасштабности

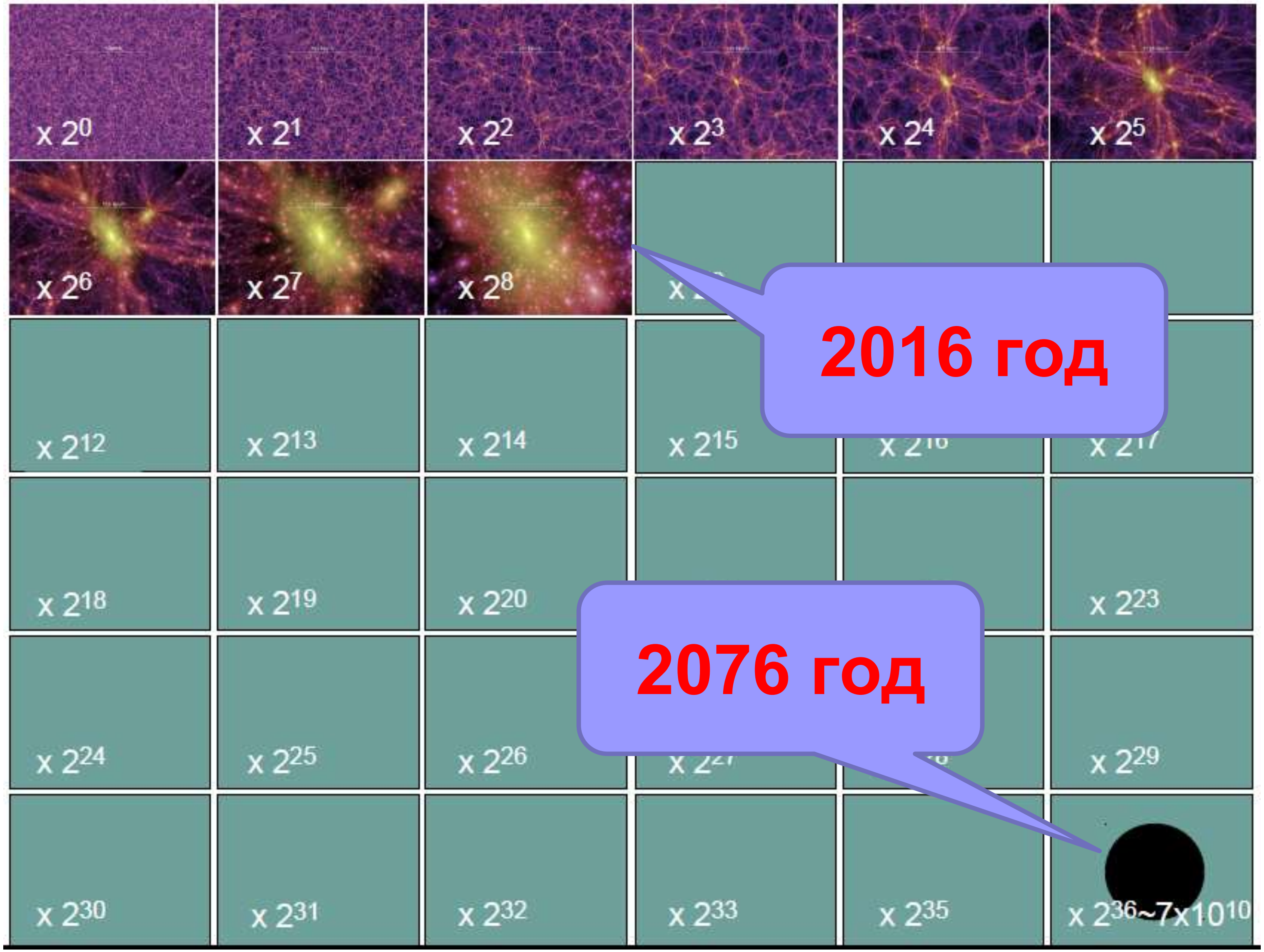
Соотношение размеров



Соотношение масс



Проблема разномасштабности



Springel V., Mind The Gap, Cambridge, 2013

Необходимость использования суперкомпьютеров

RANK	SITE	SYSTEM	CORES	RMAX (TFLOP/S)	RPEAK (TFLOP/S)	POWER (KW)
1	National Super Computer Center in Guangzhou China	**Tianhe-2 (MilkyWay-2)** - TH-IVB-FEP Cluster, Intel Xeon E5-2692 12C 2.200GHz, TH Express-2, Intel Xeon Phi 31S1P NUDT	3,120,000	33,862.7	54,902.4	17,808
2	DOE/SC/Oak Ridge National Laboratory United States	**Titan** - Cray XK7 , Opteron 6274 16C 2.200GHz, Cray Gemini interconnect, NVIDIA K20x Cray Inc.	560,640	17,590.0	27,112.5	8,209
3	DOE/NNSA/LLNL United States	**Sequoia** - BlueGene/Q, Power BQC 16C 1.60 GHz, Custom IBM	1,572,864	17,173.2	20,132.7	7,890
4	RIKEN Advanced Ins[illegible] Computational Sci[illegible] Japan	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
5	DOE/SC/Argonne National Laboratory United States	**Mira** - BlueGene/Q, Power BQC 16C 1.60GHz, Custom IBM	786,432	8,586.6	10,066.3	3,945
6	Swiss National Supercomputing Centre (CSCS) Switzerland	**Piz Daint** - Cray XC30, Xeon E5-2670 8C 2.600GHz, Aries interconnect , NVIDIA K20x Cray Inc.	115,984	6,271.0	7,788.9	2,325
7	Texas Advanced Computing Center/Univ. of Texas United States	**Stampede** - PowerEdge C8220, Xeon E5-2680 8C 2.700GHz, Infiniband FDR, Intel Xeon Phi SE10P Dell	462,462	5,168.1	8,520.1	4,510
8	Forschungszentrum Juelich (FZJ) Germany	**JUQUEEN** - BlueGene/Q, Power BQC 16C 1.600GHz, Custom Interconnect IBM	458,752	5,008.9	5,872.0	2,301
9	DOE/NNSA/LLNL United States	**Vulcan** - BlueGene/Q, Power BQC 16C 1.600GHz, Custom Interconnect IBM	393,216	4,293.3	5,033.2	1,972
10	Government United States	Cray CS-Storm, Intel Xeon E5-2660v2 10C 2.2GHz, Infiniband FDR, Nvidia K40 Cray Inc.	72,800	3,577.0	6,131.8	1,499

Гибридные суперкомпьютеры

Уравнения для описания упруго-пластической среды

$$E = E\left(C, S, c_0, c_*, c_1\right)$$

$u^i \quad \times \qquad \dfrac{\partial \rho_0 u_i}{\partial t} - \dfrac{\partial \rho_0 E_{C_i^j}}{\partial \xi^j} = 0$

$E_{C_j^i} \quad \times \qquad \dfrac{\partial C_j^i}{\partial t} - \dfrac{\partial u^i}{\partial \xi^j} = 0$

$E_S \quad \times \qquad \dfrac{\partial \rho_0 S}{\partial t} = \dfrac{\tau_0^{-1} c_0 E_{c_0} + \tau_*^{-1} c_* E_{c_*} + \tau_1^{-1} c_1 E_{c_1}}{E_S}$

$E_{c_0} \quad \times \qquad \dfrac{\partial c_0}{\partial t} = -\dfrac{c_0}{\tau_0}$

$E_{c_*} \quad \times \qquad \dfrac{\partial c_*}{\partial t} = -\dfrac{c_*}{\tau_*}$

$E_{c_1} \quad \times \qquad \dfrac{\partial c_1}{\partial t} = -\dfrac{c_1}{\tau_1}$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho_0 \frac{u^i u_j}{2} + \rho_0 E\right] - \frac{\partial}{\partial \xi^j}\left[\rho_0 u^i E_{C_i^j}\right] = 0$$

Уравнение состояния среды с учетом фазовых переходов

I Энергия упруго-пластической среды (на единицу массы)

$$\frac{u_1^2+u_2^2+u_3^2}{2}+\frac{c_0^2}{\gamma(\gamma-1)}\sigma(S)\left(\det\sqrt{CC^T}\right)^{-(\gamma-1)}+\frac{c_*^2}{\gamma}\det\sqrt{CC^T}+\underbrace{c_1^2 tr\left[\sqrt{CC^T}-\frac{1}{3}tr\left(\sqrt{CC^T}\right)I\right]^2}$$

II Энергия жидкой среды (на единицу массы)

$$\frac{u_1^2+u_2^2+u_3^2}{2}+\frac{c_0^2}{\gamma(\gamma-1)}\sigma(S)\left(\frac{1}{3}tr\left(CC^T\right)\det\sqrt{CC^T}\right)^{-(\gamma-1)}+\underbrace{\frac{c_*^2}{\gamma}\frac{1}{3}tr\left(CC^T\right)\det\sqrt{CC^T}}$$

III Энергия газовой среды (на единицу массы)

$$\frac{u_1^2+u_2^2+u_3^2}{2}+\underbrace{\frac{c_0^2}{\gamma(\gamma-1)}\sigma(S)\left(\frac{1}{3}tr\left(CC^T\right)\det\sqrt{CC^T}\right)^{-(\gamma-1)}}$$

IV Энергия потока частиц (на единицу массы)

$$\frac{u_1^2+u_2^2+u_3^2}{2}+\sigma(S)$$

Условия корректности уравнения состояния при фазовых переходах

$$C = UK\Omega = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} & \Omega_{13} \\ \Omega_{21} & \Omega_{22} & \Omega_{23} \\ \Omega_{31} & \Omega_{32} & \Omega_{33} \end{pmatrix} \qquad UU^T = \Omega\Omega^T = I$$

1) $\left\{ E_{k_i k_j} \right\} > 0$ 2) $\dfrac{E_{k_i} - E_{k_j}}{k_i - k_i} > 0$ 3) $\dfrac{E_{k_i} + E_{k_j}}{k_i + k_j} > 0$

Корректность упруго-пластической модели

$$\max_i \left(\frac{1 - \dfrac{2c_1^2\gamma}{c_0^2 k_i}}{\left(k_1 k_2 k_3\right)^{-\gamma}} \right) < \sigma\left(S\right) < \min_i \left(\frac{1 + \dfrac{2c_1^2\gamma}{3c_0^2 k_i}\left(1 - \dfrac{2k_i}{k_j + k_l}\right)}{\left(k_1 k_2 k_3\right)^{-\gamma}} \right)$$

Корректность жидкой среды

$$0 < \sigma\left(S\right) < \min_i \left(\left(k_1 k_2 k_3 \frac{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2}{3} \right)^{\gamma} \right)$$

Корректность газовой среды и потока частиц $\sigma\left(S\right) > 0$

Метод Годунова для решения уравнений теории упругости

Выполним преобразование Лежандра над уравнениями теории упругости

$$\frac{\partial \rho_0 u_i}{\partial t} - \frac{\partial \rho_0 E_{C_i^j}}{\partial \xi^j} = 0$$

$$\frac{\partial C_j^i}{\partial t} - \frac{\partial u^i}{\partial \xi^j} = 0$$

$$\frac{\partial \rho_0 S}{\partial t} = 0$$

$$H = \rho_0 \frac{u^i u_i}{2} + E + C_j^i E_{C_j^i}$$

$$H^j = \rho_0 u^j E_{C_j^i}$$

$$E_{C_j^i} = \pi_i^j$$

$$\frac{\partial H_{u_i}}{\partial t} - \frac{\partial H_{u_i}^j}{\partial \xi^j} = 0$$

$$\frac{\partial H_{\pi_i^k}}{\partial t} - \frac{\partial H_{\pi_i^k}^j}{\partial \xi^j} = 0$$

$$\frac{\partial H_T}{\partial t} = 0$$

Рассмотрим уравнения в одномерной постановке

$$\begin{pmatrix} \rho_0 \mathbf{I} & 0 \\ 0 & \left[E_{C_i^k C_j^k}\right]^{-1} \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \pi^{[k]} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & 0 \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi^j} \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \pi^{[k]} \end{pmatrix} = 0$$

Метод Годунова для решения уравнений теории упругости

Рассмотрим уравнения в одномерной постановке

$$\begin{pmatrix} \rho_0 \mathbf{I} & 0 \\ 0 & \left[E_{C_i^k C_j^k}\right]^{-1} \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \pi^{[k]} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & 0 \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi^j} \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \pi^{[k]} \end{pmatrix} = 0$$

Используем сингулярное разложение

$$\left[E_{C_i^k C_j^k}\right]^{-1} = Z \begin{pmatrix} \lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^2 \end{pmatrix} Z^T = \Lambda^2$$

Уравнения для инвариантов имеют вид:

$$\Lambda \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{t}} \left(\Lambda \pi^{[\boldsymbol{k}]} + \boldsymbol{u} \right) - \frac{\partial}{\partial \xi^j} \left(\Lambda \pi^{[\boldsymbol{k}]} + \boldsymbol{u} \right) = \mathbf{0}$$

$$\Lambda \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{t}} \left(\Lambda \pi^{[\boldsymbol{k}]} - \boldsymbol{u} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi^j} \left(\Lambda \pi^{[\boldsymbol{k}]} - \boldsymbol{u} \right) = \mathbf{0}$$

Постановка задачи о сварке взрывом

$$\tau_0 = 5\times10^{-6} \quad \sec$$

$$\tau_* = 3\times10^{-6} \quad \sec$$

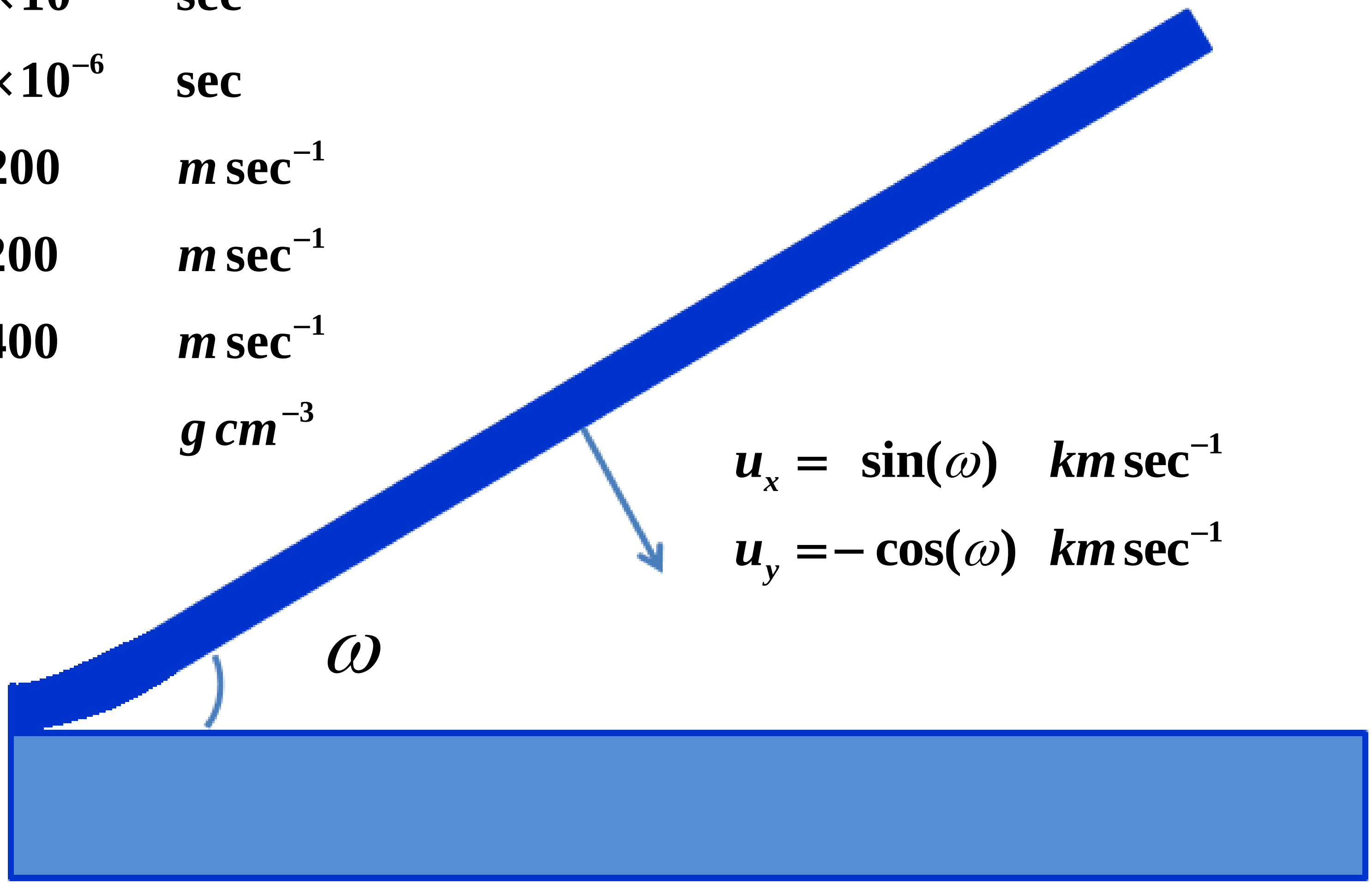
$$\tau_1 = 2\times10^{-6} \quad \sec$$

$$c_0 = 5200 \quad m\sec^{-1}$$

$$c_* = 5200 \quad m\sec^{-1}$$

$$c_1 = 3400 \quad m\sec^{-1}$$

$$\rho_0 = 3 \quad g\,cm^{-3}$$

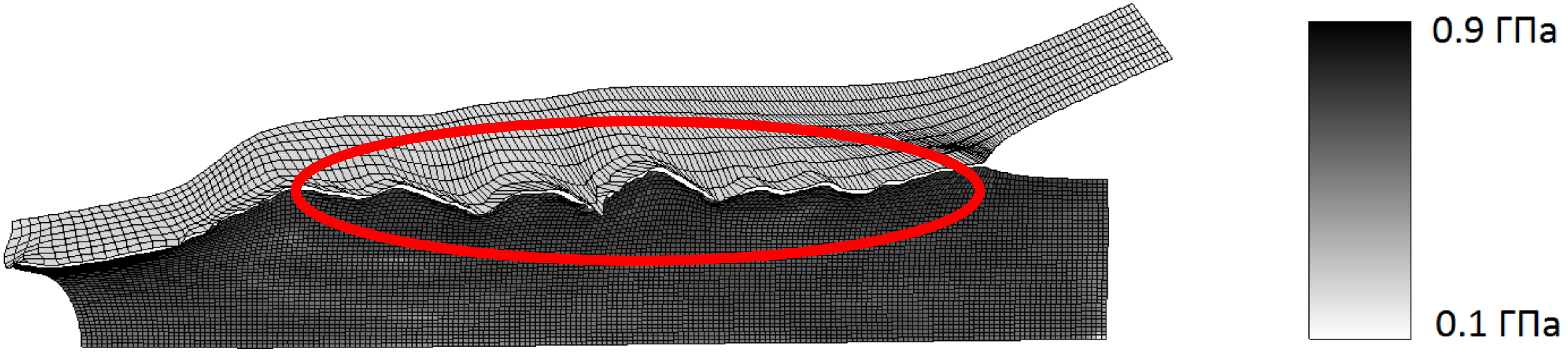


$$u_x = \sin(\omega) \quad km\sec^{-1}$$

$$u_y = -\cos(\omega) \quad km\sec^{-1}$$

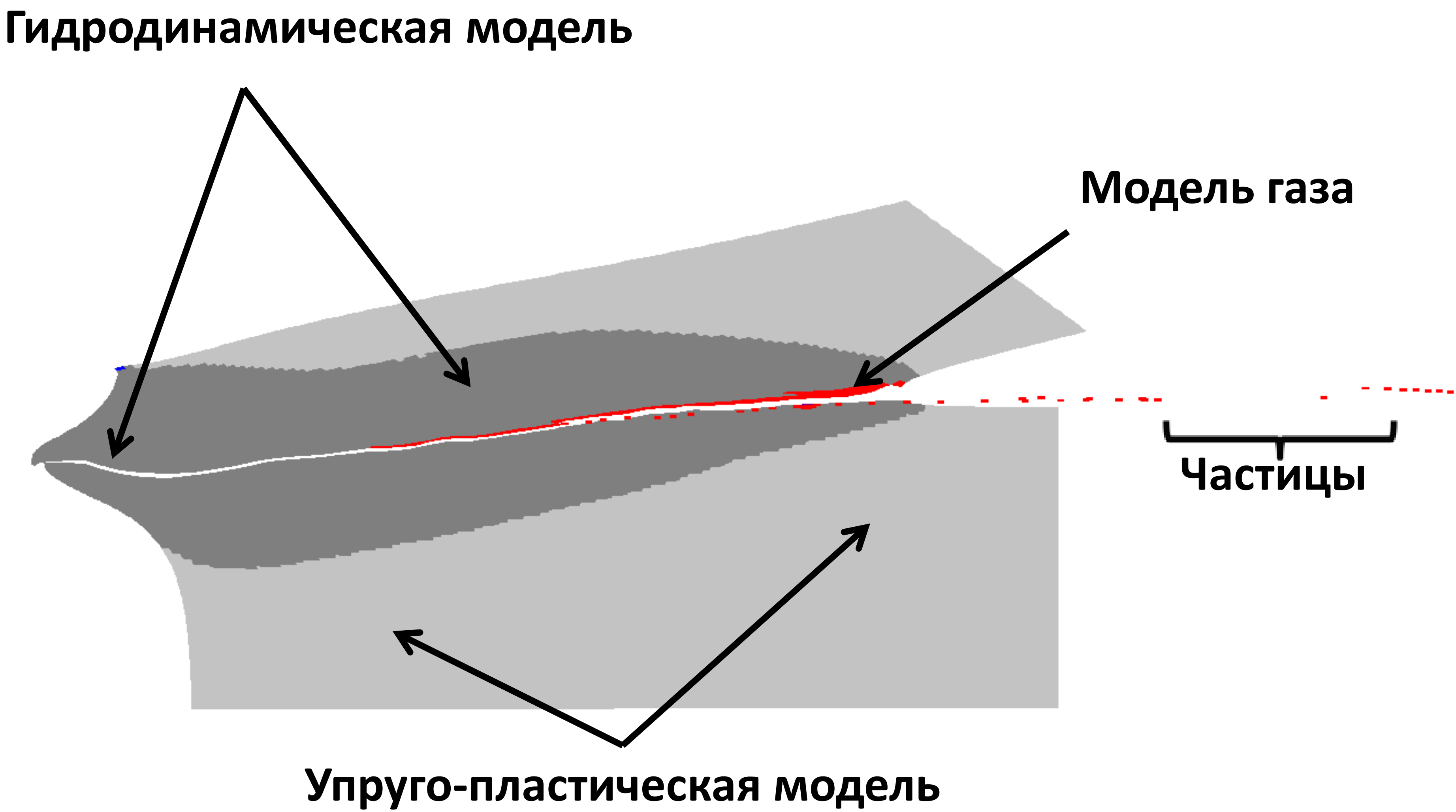
Моделирование процесса волнообразования при сварке взрывом двух металлических пластин

Передняя часть границ «проскальзывают» друг по другу



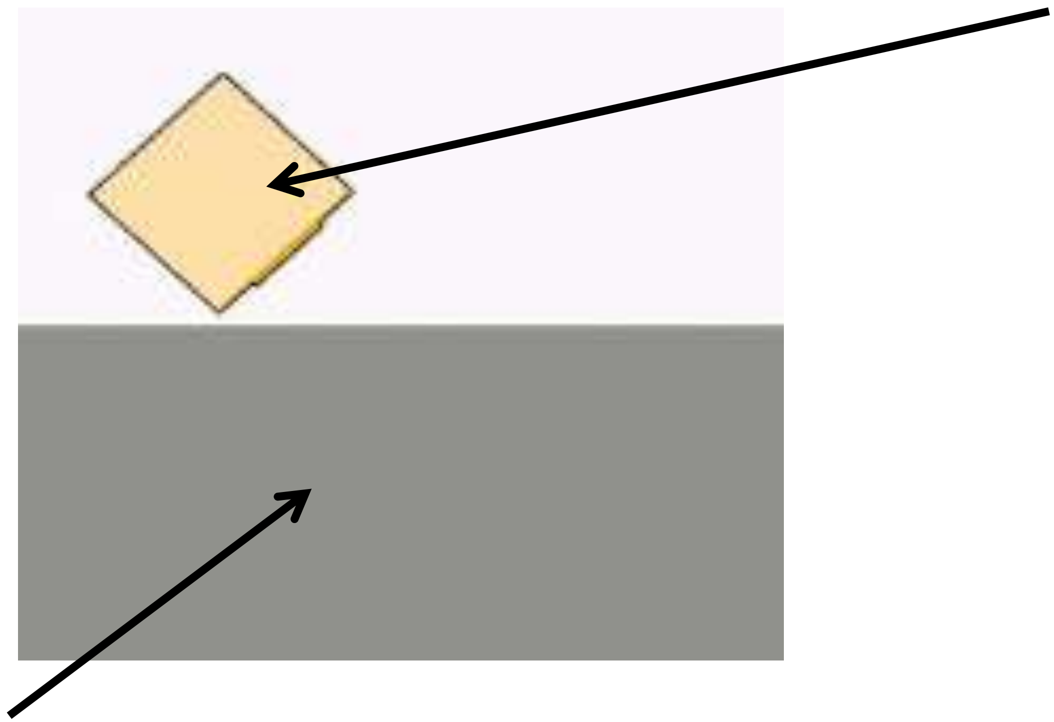
Границы «склеиваются», после 10 мксек с точки контакта

Моделирование фазовых переходов твердое тело – жидкость – газ – кластер частиц



Моделирование взаимодействия метеоритов с поверхностью планет

Оливин



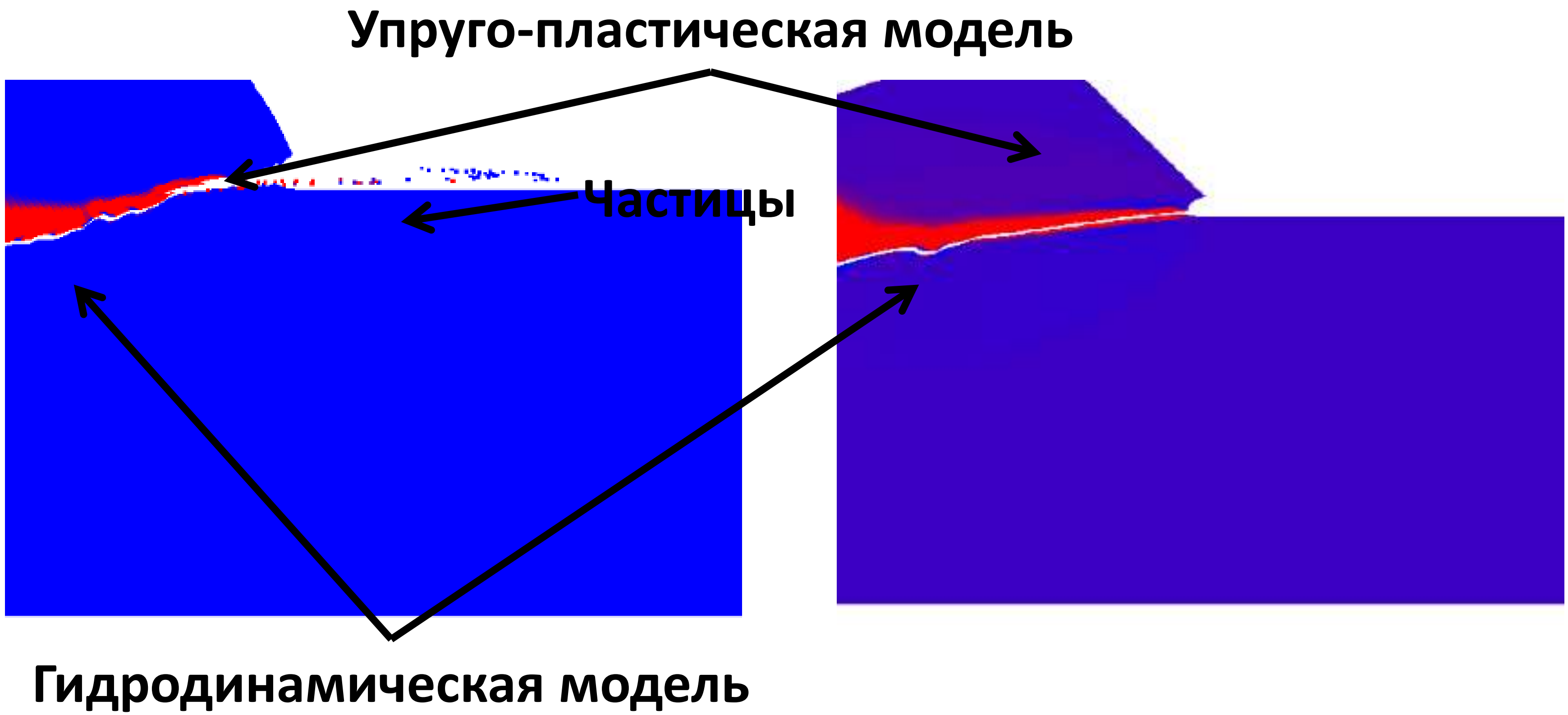
Вулканогенно-осадочный слой

Richardson J., Jay Melosh H., Artemeiva N., Pierazzo E. Impact Cratering Theory and Modeling for the Deep Impact Mission: From Mission Planning to Data Analysis // Space Science Reviews. 2005. V. 117, I. 1. P. 241-267.

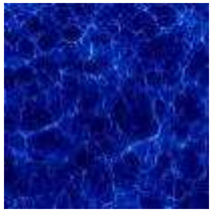
Моделирование взаимодействия метеоритов с поверхностью планет

Дозвуковое соударение (при наличие атмосферы)

Сверхзвуковое соударение (при отсутствии атмосферы)



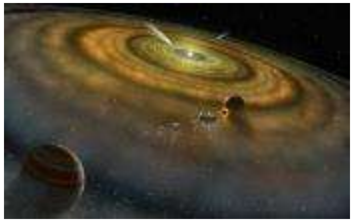
Масштабы астрофизических объектов



Космологические масштабы

Масштабы галактик

Молекулярные облака



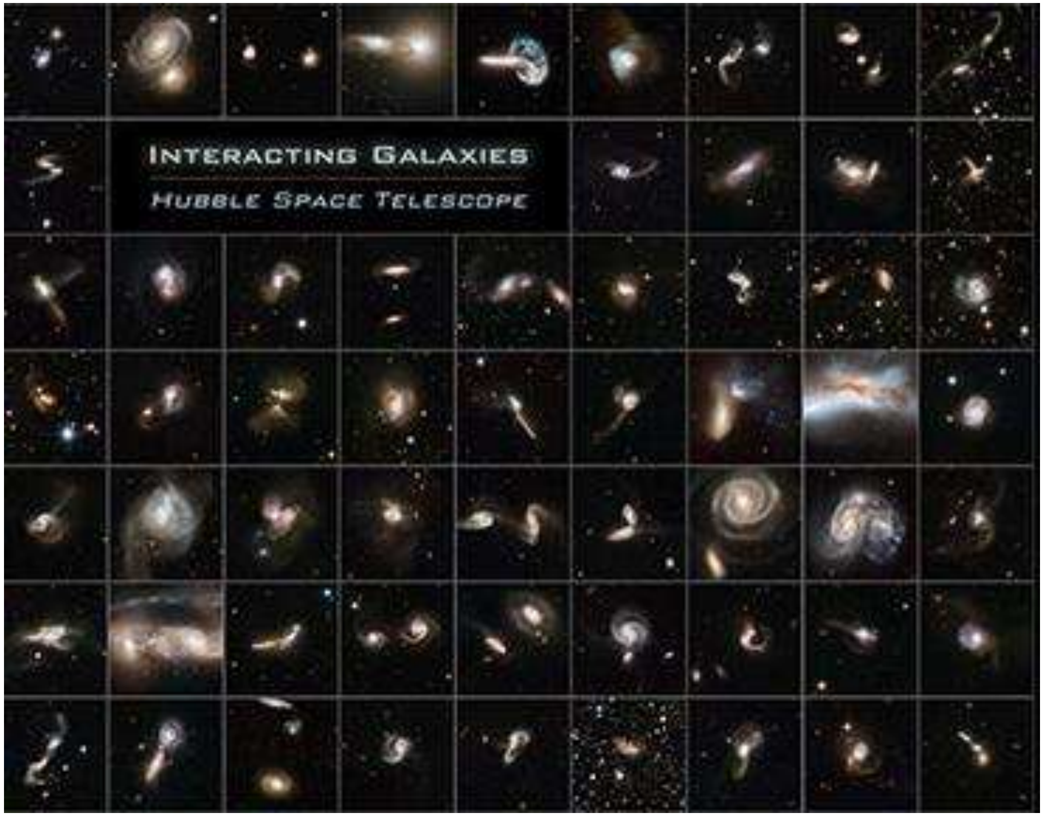
Планетные системы

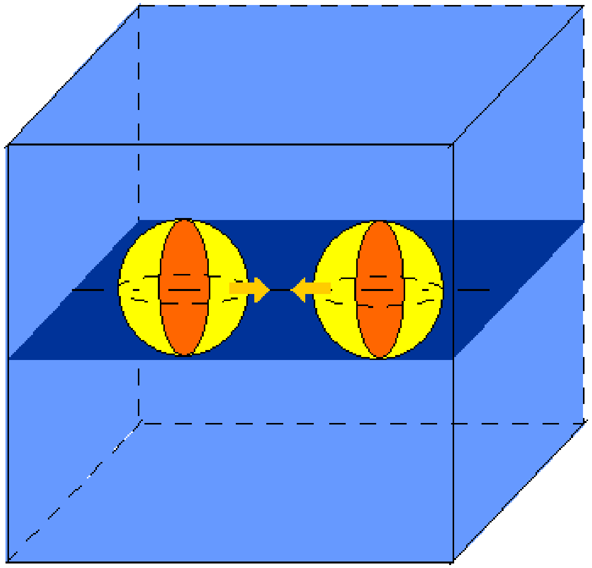
Импактные события

Моделирование центрального столкновения галактик

«Движение галактик в плотных скоплениях превращает столкновения между ними в важный эволюционный фактор»

Тутуков А.В.





- **Газ (50% массы)**
- **Звездный компонент (50 % массы)**

Модель гравитационной газовой динамики

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\left(\rho \vec{v}\right) = 0$$

$$\frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} + div\left(\vec{v}\rho\vec{v}\right) = -grad\left(p\right) - \rho grad\Phi$$

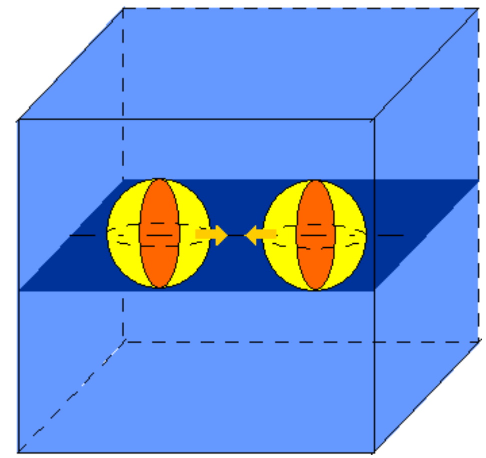
$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + div\left(\rho E\vec{v}\right) = -div\left(p\vec{v}\right) - \left(\rho grad\Phi, \vec{v}\right) - Q$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + div\left(\rho\varepsilon\vec{v}\right) = -(\gamma - 1)\rho\varepsilon div\left(\vec{v}\right) - Q$$

$$p = \rho\varepsilon\left(\gamma - 1\right)$$

$$\Delta\Phi_{self} = 4\pi G\rho \qquad \Phi = \Phi_{self} + \Phi_{\square}$$

Область решения и начальное распределение



Бесстолкновительная компонента: аналитически

Область: кубическая

Координаты: трёхмерные декартовые

Расчётная сетка: равномерная эйлеровая

$$\frac{\left|E_{grav}\right|}{E_{kin}} \approx 0.1$$

Краевые условия газодинамической системы уравнений: Однородные краевые условия 2го рода

Краевые условия для уравнения Пуассона: Фундаментальное решение уравнения Лапласа

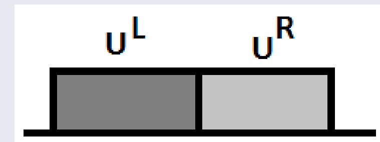
Краткое описание численного метода

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \nabla \cdot \left(Q \cdot \vec{v} \right) = J\left(Q, \nabla Q \right) \xrightarrow{(1)} \frac{\partial Q}{\partial t} = J\left(Q, \nabla Q \right)$$

(2)

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \nabla \cdot \left(Q \cdot \vec{v} \right) = 0$$

Задача Римана



$$\frac{\partial u}{\partial t} + B \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \qquad B = R \Lambda L \qquad LR = I$$

$$L \frac{\partial u}{\partial t} + LR\Lambda L \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \qquad w = Lu$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \Lambda \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \qquad w\left(x, t \right) = w\left(x - \Lambda t \right) \qquad u = Rw$$

Кусочно-параболические функции

(*) Kulikov, et al., LNCS, 2009; APJS, 2011, 2014; AAABS, 2013; CPC 2015; JCP 2016

(**) Ustyugov, Popov, Comp. Math. & Math. Phys., 2007, 2008, Comp. Phys., 2009

Метод Годунова для решения эйлерового этапа

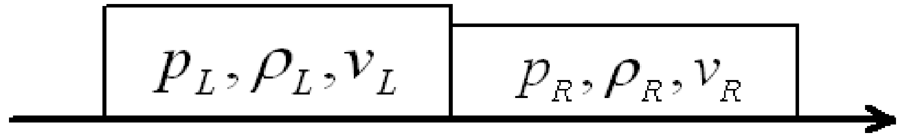
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0$$

$$\frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v} \rho \vec{v}) = -\nabla p$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \varepsilon \vec{v}) = -(\gamma - 1) \rho \varepsilon \nabla \cdot (\vec{v})$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho E \vec{v}) = -\nabla \cdot (p \vec{v})$$

$$p = \rho \varepsilon (\gamma - 1)$$



$$\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} \rho \\ v \\ p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v & \rho & 0 \\ 0 & v & \rho^{-1} \\ 0 & \gamma p & v \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x}\begin{pmatrix} \rho \\ v \\ p \end{pmatrix} = 0$$

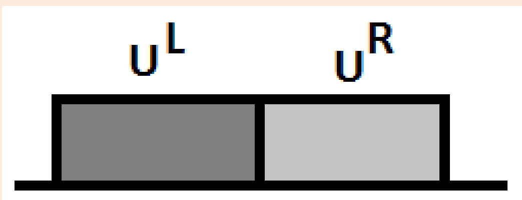
$$\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} \rho \\ v \\ p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \rho & 0 \\ 0 & 0 & \rho^{-1} \\ 0 & \gamma p & 0 \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x}\begin{pmatrix} \rho \\ v \\ p \end{pmatrix} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} v \\ p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \rho^{-1} \\ \gamma p & 0 \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x}\begin{pmatrix} v \\ p \end{pmatrix} = 0$$

Метод Годунова для решения эйлерового этапа

$$\frac{\partial u}{\partial t} + B\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$B = R\Lambda L$$

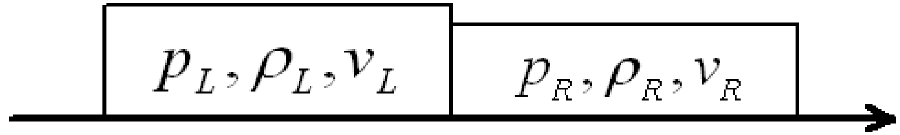


$$L\frac{\partial u}{\partial t} + LR\Lambda L\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$w = Lu \qquad LR = I$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \Lambda\frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

$$u = Rw$$



$$\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix}\rho\\ v\\ p\end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v & \rho & 0\\ 0 & v & \rho^{-1}\\ 0 & \gamma p & v\end{pmatrix}\frac{\partial}{\partial x}\begin{pmatrix}\rho\\ v\\ p\end{pmatrix} = 0$$

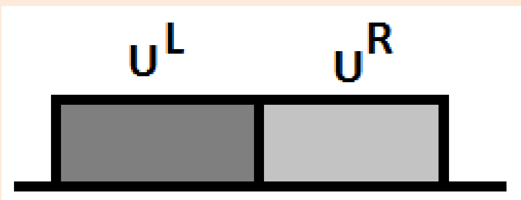
$$\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix}\rho\\ v\\ p\end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \rho & 0\\ 0 & 0 & \rho^{-1}\\ 0 & \gamma p & 0\end{pmatrix}\frac{\partial}{\partial x}\begin{pmatrix}\rho\\ v\\ p\end{pmatrix} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} v\\ p\end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \rho^{-1}\\ \gamma p & 0\end{pmatrix}\frac{\partial}{\partial x}\begin{pmatrix} v\\ p\end{pmatrix} = 0$$

Метод Годунова для решения эйлерового этапа

$$\frac{\partial u}{\partial t}+B\frac{\partial u}{\partial x}=0$$

$$B=R\Lambda L$$

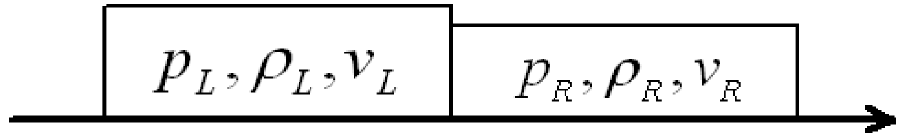


$$L\frac{\partial u}{\partial t}+LR\Lambda L\frac{\partial u}{\partial x}=0$$

$$w=Lu \qquad LR=I$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}+\Lambda\frac{\partial w}{\partial x}=0$$

$$u=Rw$$



$$\frac{\partial w_i}{\partial t}+\lambda_i\frac{\partial w_i}{\partial x}=0, \qquad \lambda_i\equiv const$$

$$w_i(x,0)=w_i^0(x)=\begin{cases} w_i^L, x<0 \\ w_i^R, x>0 \end{cases}$$

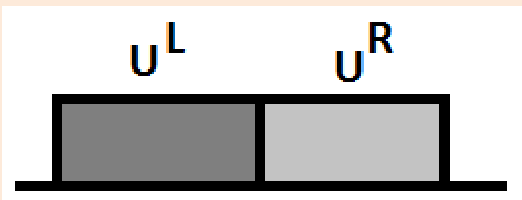
$$w_i(x,t)=w_i^0(x-\lambda_i t)$$

$$u(x,t)=Rw(x,t)$$

Метод Годунова для решения эйлерового этапа

$$\frac{\partial u}{\partial t}+B\frac{\partial u}{\partial x}=0$$

$$B=R\Lambda L$$

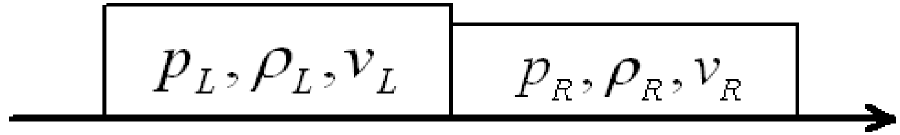


$$L\frac{\partial u}{\partial t}+LR\Lambda L\frac{\partial u}{\partial x}=0$$

$$w=Lu \qquad LR=I$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}+\Lambda\frac{\partial w}{\partial x}=0$$

$$u=Rw$$



$$\frac{\partial w_i}{\partial t}+\lambda_i\frac{\partial w_i}{\partial x}=0, \qquad \lambda_i\equiv const$$

$$w_i(x,0)=w_i^0(x)=\cancel{\begin{cases} w_i^L, x<0 \\ w_i^R, x>0 \end{cases}}$$

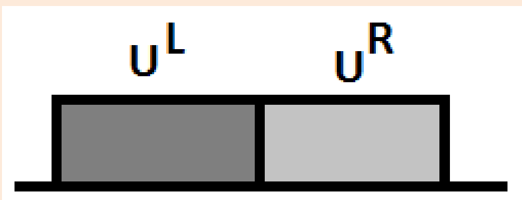
$$w_i(x,t)=w_i^0(x-\lambda_i t)$$

$$u(x,t)=Rw(x,t)$$

Метод Годунова для решения эйлерового этапа

$$\frac{\partial u}{\partial t} + B\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$B = R\Lambda L$$

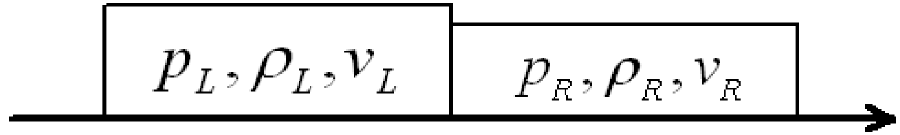


$$L\frac{\partial u}{\partial t} + LR\Lambda L\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$w = Lu \qquad LR = I$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \Lambda\frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

$$u = Rw$$



$$\frac{\partial w_i}{\partial t} + \lambda_i \frac{\partial w_i}{\partial x} = 0, \qquad \lambda_i \equiv const$$

$$w_i(x,0) = w_i^0(x) = \begin{cases} w_i^L(x), x < 0 \\ w_i^R(x), x > 0 \end{cases}$$

$$w_i(x,t) = w_i^0(x - \lambda_i t)$$

$$u(x,t) = Rw(x,t)$$

Парабола (PPML метод)

Попов, Устюгов, 2007, 2008

Метод Годунова для решения эйлерового этапа. Схема «первого» порядка точности

$$V=\frac{v_L+v_R}{2}+\frac{p_L-p_R}{2}\sqrt{\frac{\left(\sqrt{\rho_L}+\sqrt{\rho_R}\right)^2}{\left(\rho_L^{3/2}+\rho_R^{3/2}\right)\gamma\left(\sqrt{\rho_L}\,p_L+\sqrt{\rho_R}\,p_R\right)}}$$

$$P=\frac{p_L+p_R}{2}+\frac{v_L-v_R}{2}\sqrt{\frac{\left(\rho_L^{3/2}+\rho_R^{3/2}\right)\gamma\left(\sqrt{\rho_L}\,p_L+\sqrt{\rho_R}\,p_R\right)}{\left(\sqrt{\rho_L}+\sqrt{\rho_R}\right)^2}}$$

Метод Годунова для решения эйлерового этапа. Схема «высокого» порядка точности

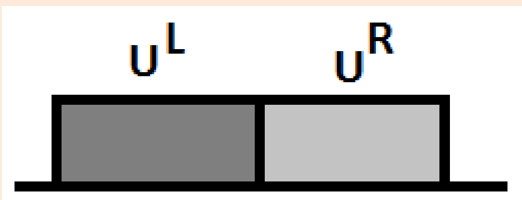
$$V=\frac{v_L(x)+v_R(x)}{2}+\frac{p_L(x)-p_R(x)}{2}\sqrt{\frac{\left(\sqrt{\rho_L}+\sqrt{\rho_R}\right)^2}{\left(\rho_L^{3/2}+\rho_R^{3/2}\right)\gamma\left(\sqrt{\rho_L}\,p_L+\sqrt{\rho_R}\,p_R\right)}}$$

$$P=\frac{p_L(x)+p_R(x)}{2}+\frac{v_L(x)-v_R(x)}{2}\sqrt{\frac{\left(\rho_L^{3/2}+\rho_R^{3/2}\right)\gamma\left(\sqrt{\rho_L}\,p_L+\sqrt{\rho_R}\,p_R\right)}{\left(\sqrt{\rho_L}+\sqrt{\rho_R}\right)^2}}$$

Метод Годунова для решения эйлерового этапа

$$\frac{\partial u}{\partial t} + B\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$B = R\Lambda L$$



$$L\frac{\partial u}{\partial t} + LR\Lambda L\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$w = Lu \qquad LR = I$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \Lambda\frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

$$u = Rw$$

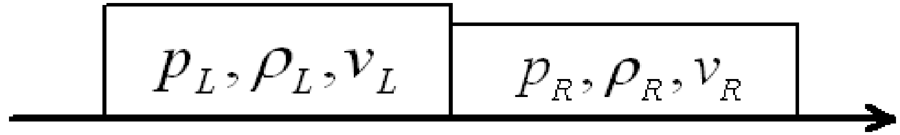


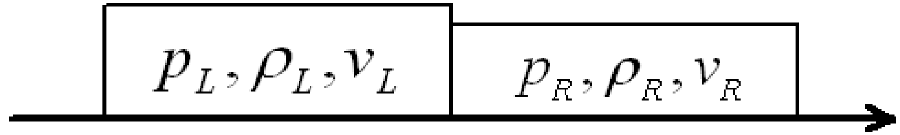
Схема Рое

$$[\rho] = \sqrt{\rho_L \rho_R}$$

$$H = \frac{p}{\rho} + \varepsilon$$

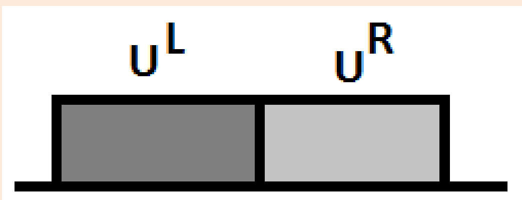
$$[H] = \frac{\sqrt{\rho_L} H_L + \sqrt{\rho_R} H_R}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}}$$

Метод Годунова для решения эйлерового этапа



$$\frac{\partial u}{\partial t} + B\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$B = R\Lambda L$$



$$L\frac{\partial u}{\partial t} + LR\Lambda L\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$w = Lu \qquad LR = I$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \Lambda\frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

$$u = Rw$$

Схема Рое

$$[\rho] = \ldots$$

$$[H] = \frac{\sqrt{\rho_L}H_L + \sqrt{\rho_R}H_R}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}}$$

Нефизичная скорость звука на границе газ-вакуум

Метод Годунова для решения эйлерового этапа

Схема Роe

$$[\rho] = \sqrt{\rho_L \rho_R}$$

$$H = \frac{p}{\rho} + \varepsilon$$

$$[H] = \frac{\sqrt{\rho_L} H_L + \sqrt{\rho_R} H_R}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}}$$

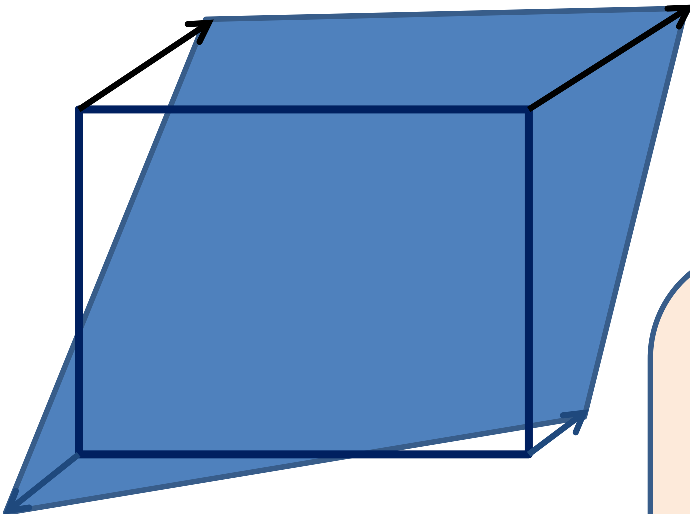
Модификация схемы Роe

$$[\rho] = \frac{\rho_L^{3/2} + \rho_R^{3/2}}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}}$$

$$[p] = \frac{\sqrt{\rho_L}\, p_L + \sqrt{\rho_R}\, p_R}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}}$$

Аккуратное воспроизведение границы газ-вакуум

Метод Годунова для решения лагранжевого этапа



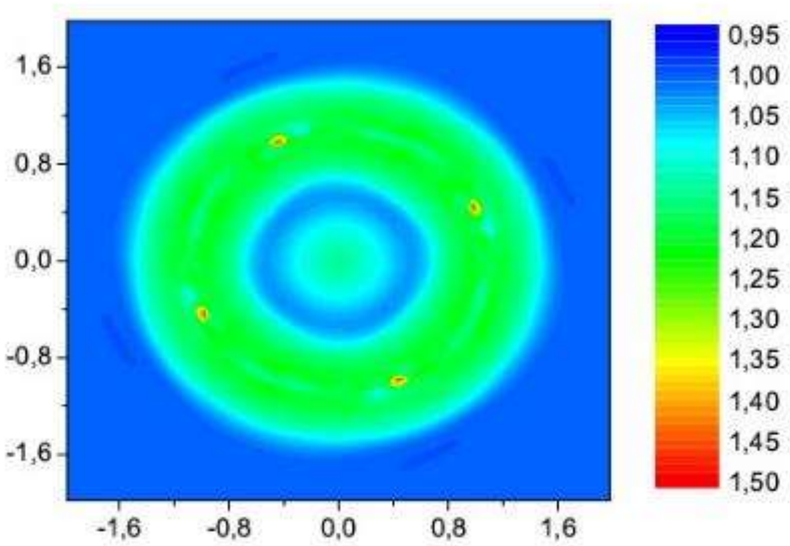
$$\frac{\partial z}{\partial t}+div\left(z\vec{v}\right)=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{u_{ikl}^{n+1}-u_{ikl}^{n}}{\tau}+\frac{F_{i+1/2,kl}^{n+1/2}-F_{i-1/2,kl}^{n+1/2}}{h}=0$$

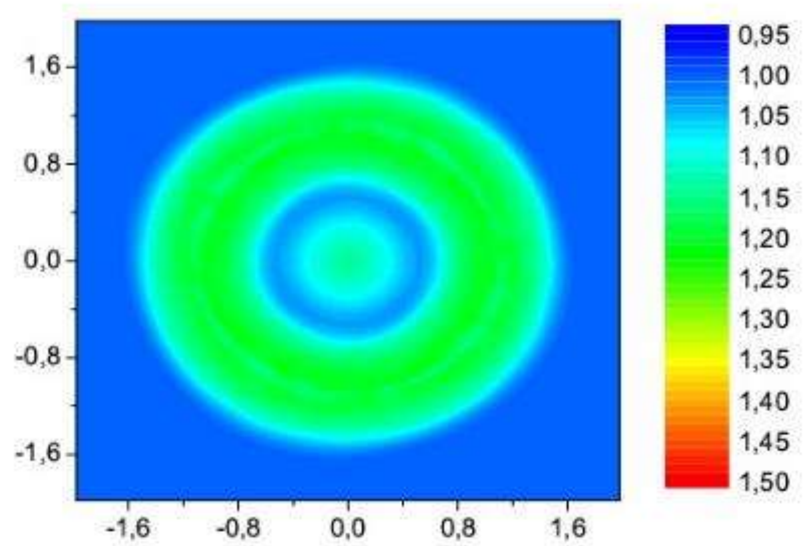
$$F_{i+1/2,kl}^{n+1/2}=\left[v\right]_{i+1/2,k,l}\times\begin{cases} z_{ikl}, & \left[v\right]_{i+1/2,k,l}\geq 0 \\ z_{i+1,kl}, & \left[v\right]_{i+1/2,k,l}<0 \end{cases}$$

$$\left[v\right]=\frac{\sqrt{z_L}\,v_L+\sqrt{z_R}\,v_R}{\sqrt{z_L}+\sqrt{z_R}}$$

1/16	2/16	1/16
2/16	4/16	2/16
1/16	2/16	1/16

Метод Годунова для решения лагранжевого этапа

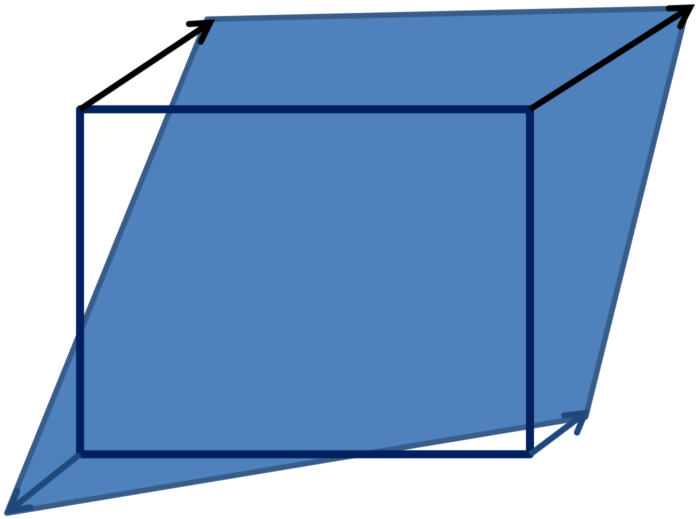




0	0	0
0	1	0
0	0	0

1/16	2/16	1/16
2/16	4/16	2/16
1/16	2/16	1/16

Метод Годунова для решения лагранжевого этапа



$$\frac{\partial z}{\partial t} + div\left(z\vec{v}\right) = 0 \Rightarrow \frac{u_{ikl}^{n+1} - u_{ikl}^{n}}{\tau} + \frac{F_{i+1/2,kl}^{n+1/2} - F_{i-1/2,kl}^{n+1/2}}{h} = 0$$

$$F_{i+1/2,kl}^{n+1/2} = \frac{\sum v_{i+1/2,k\pm1,l\pm1} \begin{cases} \rho_{ikl}, v_{i+1/2,k\pm1,l\pm1} \geq 0 \\ \rho_{i+1,kl}, v_{i+1/2,k\pm1,l\pm1} < 0 \end{cases}}{4}$$

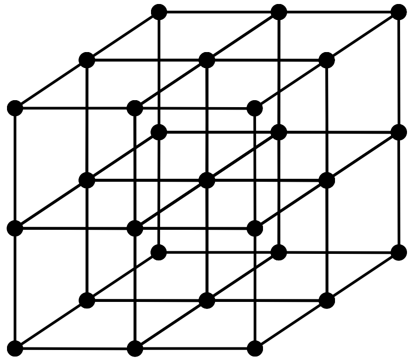
Метод решения уравнения Пуассона

Решаем в пространстве гармоник уравнение Пуассона

$$\varphi_{jmn} = -\frac{4\pi h^2 \rho_{jmn}}{6\left(1-\left(1-\frac{2}{3}\sin^2\left(\frac{\pi j}{I}\right)\right)\left(1-\frac{2}{3}\sin^2\left(\frac{\pi m}{K}\right)\right)\left(1-\frac{2}{3}\sin^2\left(\frac{\pi n}{L}\right)\right)\right)}$$

Коэффициенты преобразования с помощью преобразования Фурье (в реализации использовано быстрое преобразование Фурье)

27-точечный шаблон



Корекция дисбаланса энергий

$$\rho E = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{\rho v^2}{2}$$

$$\|V\| = \sqrt{2\left(E - \frac{1}{\rho}\frac{p}{\gamma - 1}\right)}$$

$$|\rho\varepsilon| = \left(\rho E - \frac{\rho v^2}{2}\right)$$

1. Происходит корректировка длины вектора скорости при неизменном направлении (в случае малой плотности).
2. Происходит корректировка внутренней энергии (в остальной области)

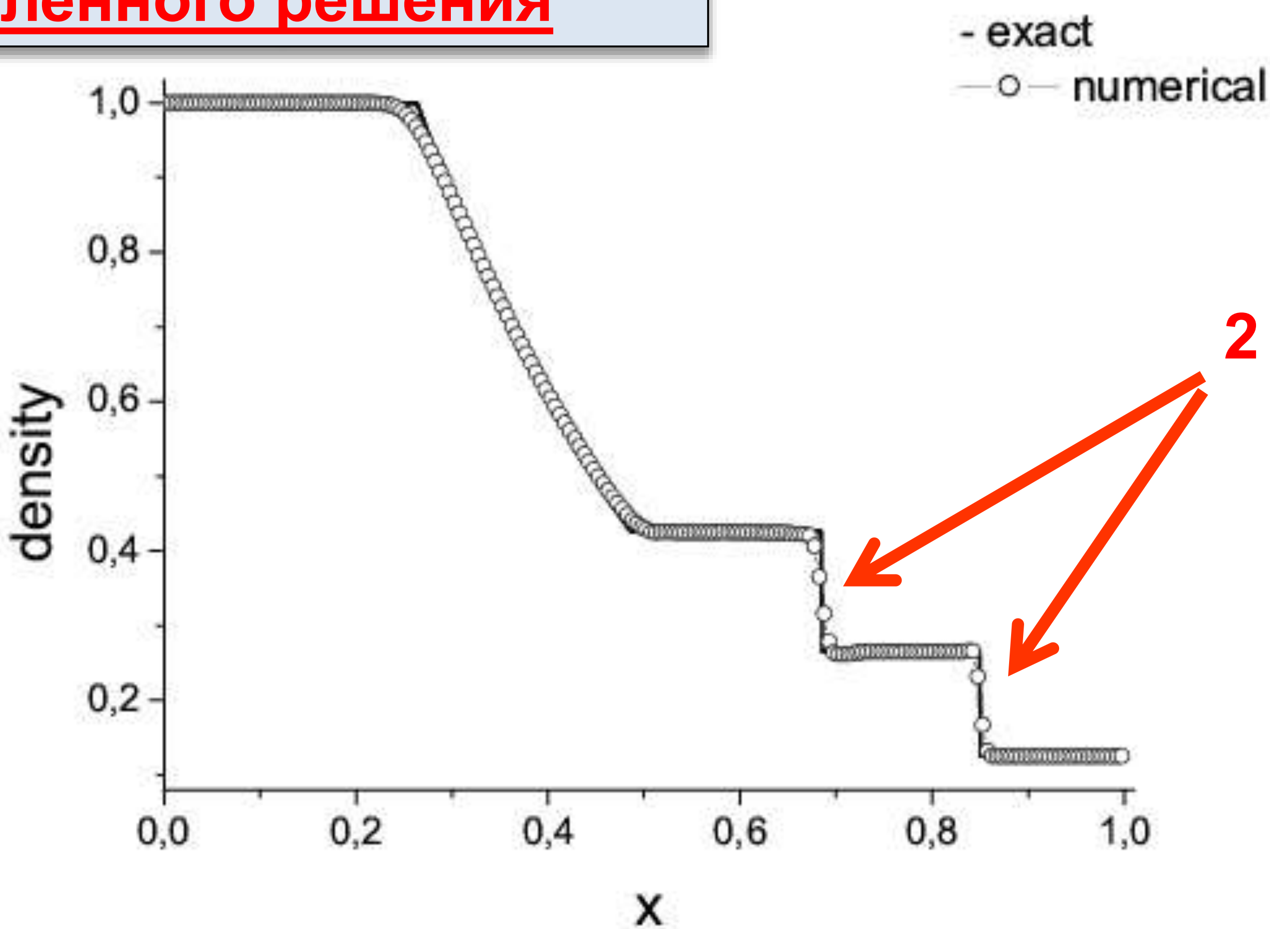
Такая модификация метода обеспечивает справедливость детального баланса энергий и гарантирует неубывание энтропии

*) Vshivkov V., Lazareva G., Snytnikov A., Kulikov I., Tutukov A. Computational methods for ill-posed problems of gravitational gasodynamics // J. Inv. Ill-Posed Problems, 19. 2011, 151-166

**) Godunov S., Kulikov I. Computation of Discontinuous Solutions of Fluid Dynamics Equations with Entropy Nondecrease Guarantee // J. Comp. Math & Math. Phys., 54, 2014, 1012-1024

Схема «высокого» порядка точности

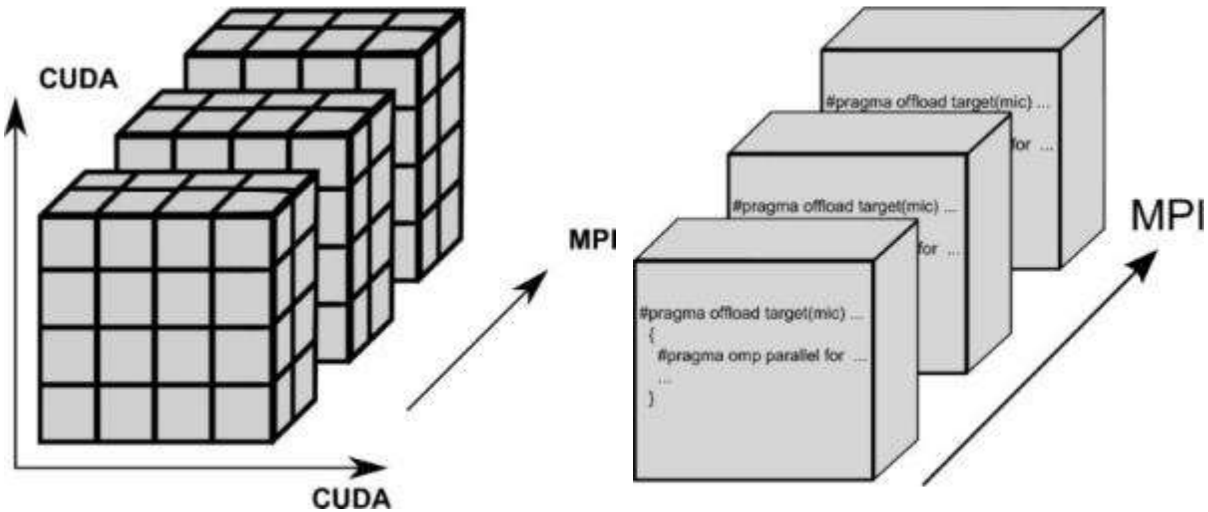
Малая диссипативность численного решения



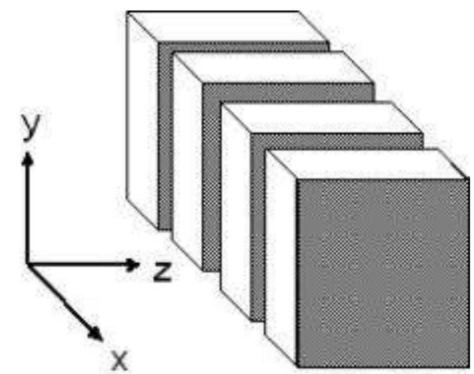
2 ячейки

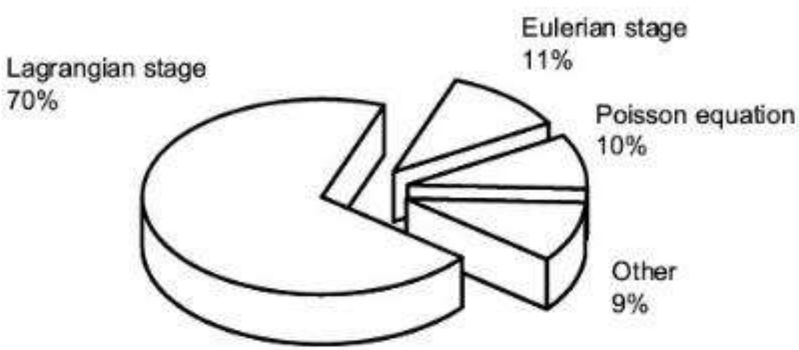
Параллельная реализация

Гидродинамические уравнения



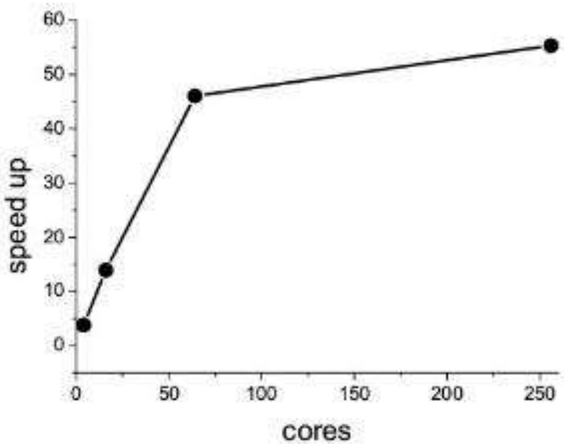
Уравнение Пуассона (FFTW)

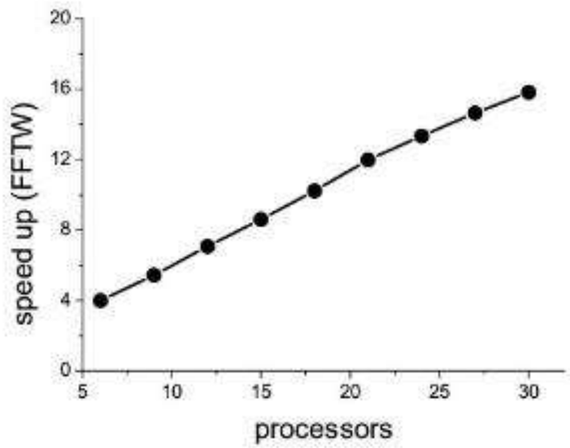


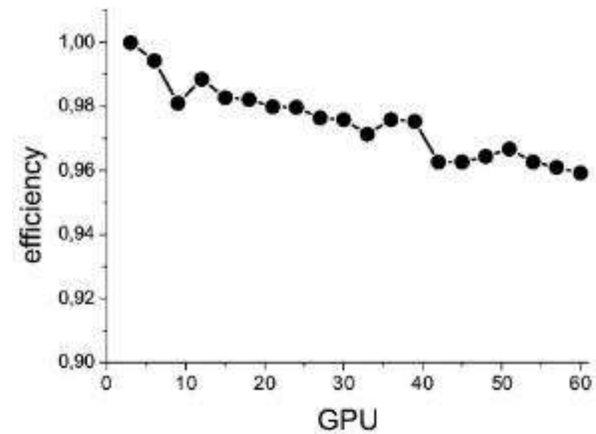


Параллельная реализация

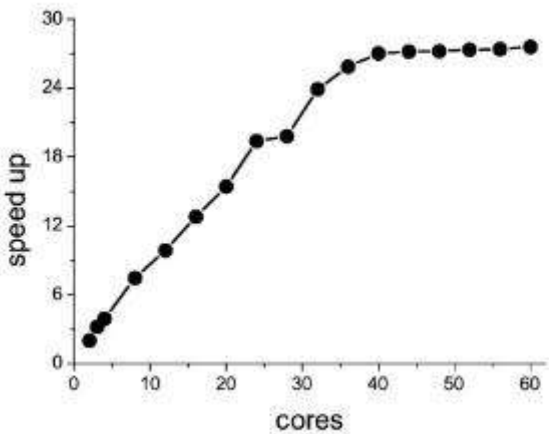
GPUPEGAS

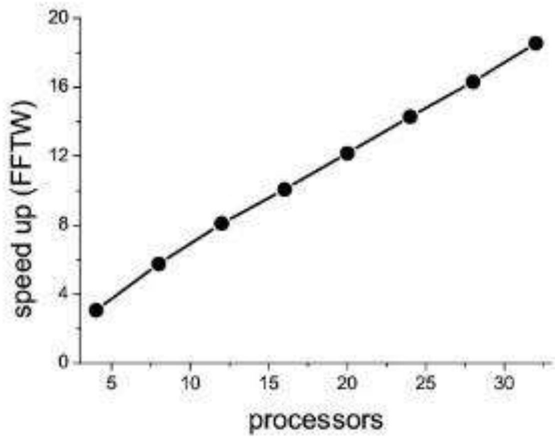


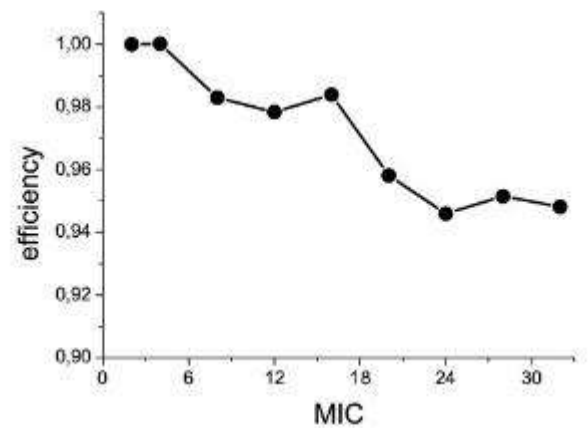




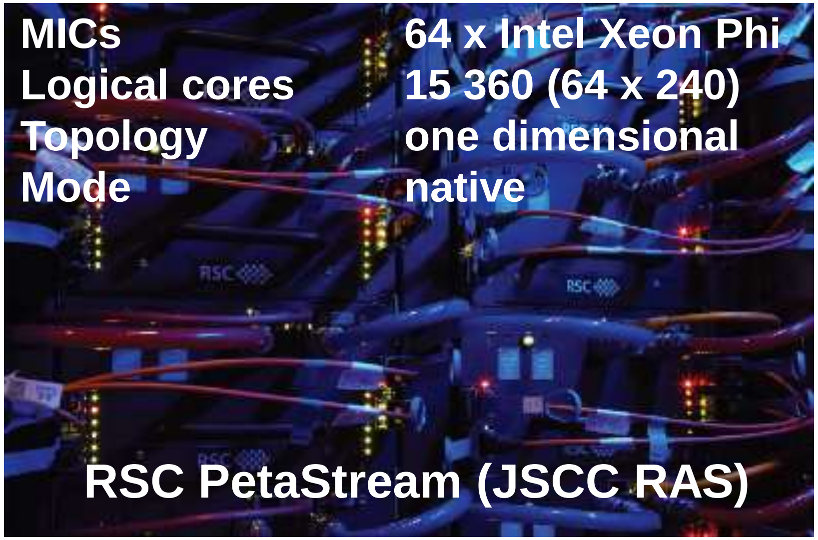
AstroPhi (offload)

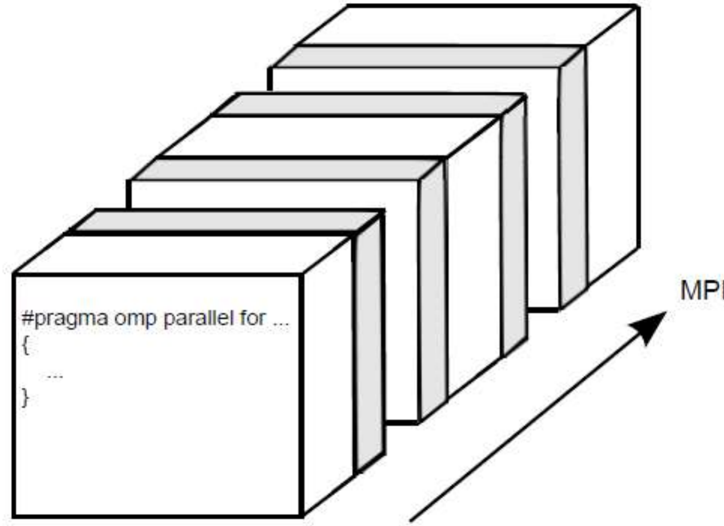






Параллельная реализация





1. **Ускорение в <u>134</u> раза на 240 логических ядрах**
2. **Эффективность <u>92%</u> на 64 MICs (или на 15 360 ядрах)**
3. **Достигнута <u>40%</u> эффективность от пиковой скалярной производительности**

Моделирование поведения программной реализации на
<u>983 040 ядрах</u>
с помощью системы AGNES*
<u>80% эффективность</u>
была достигнута

*Podkorytov et al., LNCS 2010

Тест А.В. Аксенова

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0$$

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma}$$

Выбрав в качестве размерных величин:

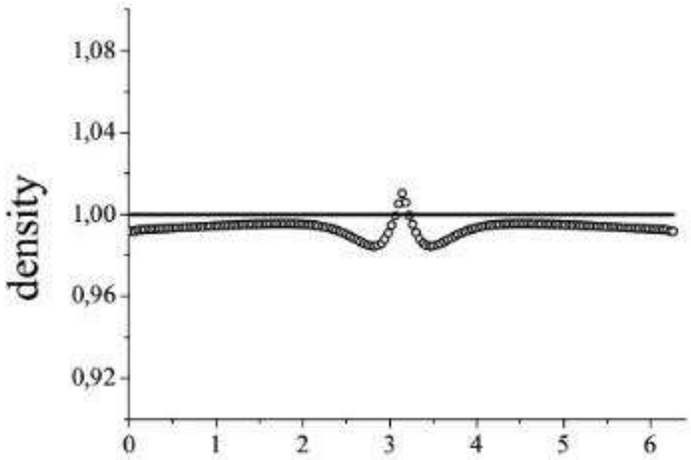
$l = 1 \quad p_0 = 1 \quad \rho_0 = 1 \quad \gamma = 3$

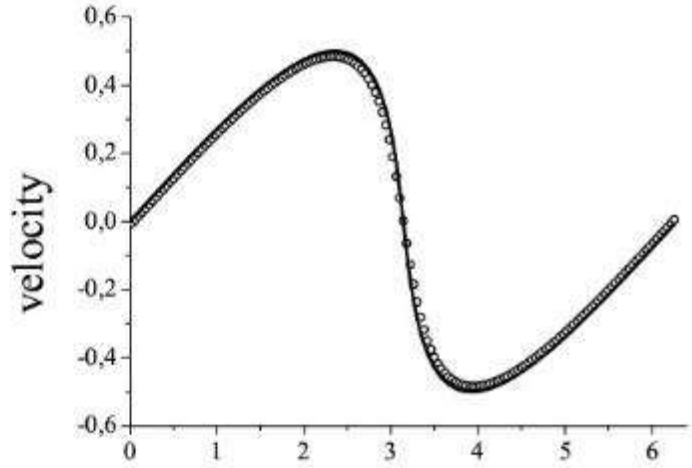
$\lambda = 1/(\gamma - 1) \quad r = \rho^{1/2\lambda} \quad z = u/2\lambda$

Периодическое решение на интервале $[0;2\pi]$ записывается в виде:

$$r = 1 + 0.5cos(x - zt)cos(rt)$$

$$z = 0.5sin(x - zt)sin(rt)$$

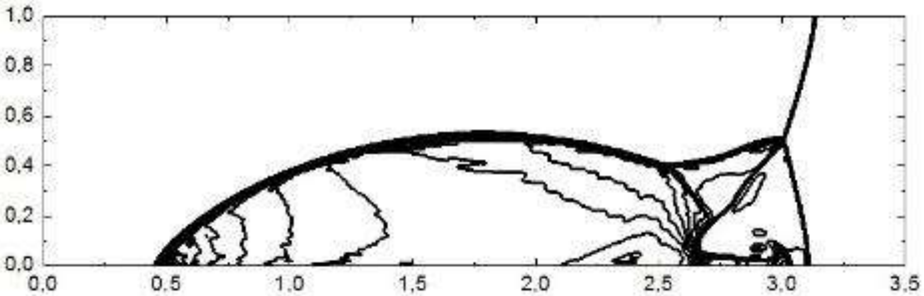




Порядок численной схемы = <u>1.713</u>

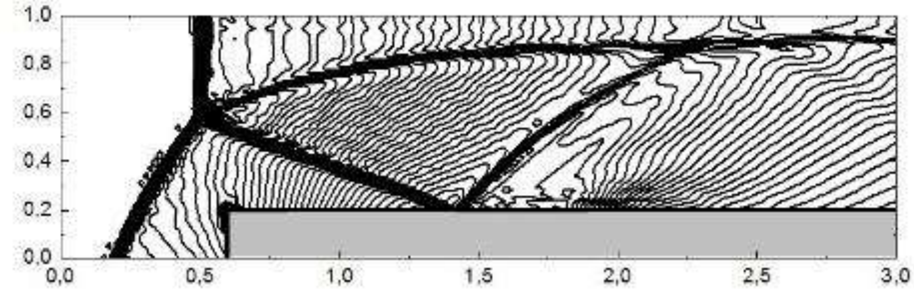
Задача о двойном Маховском отражении

$$\left(\rho,p,u_x,u_y\right)=\begin{cases}\left(8,116.5,7.1447,\text{-}4.125\right),\ x<\dfrac{1}{2}+\dfrac{y}{\tan\left(\pi/3\right)}\\ \left(1.4,1,0,0\right),\ x\geq\dfrac{1}{2}+\dfrac{y}{\tan\left(\pi/3\right)}\end{cases}$$

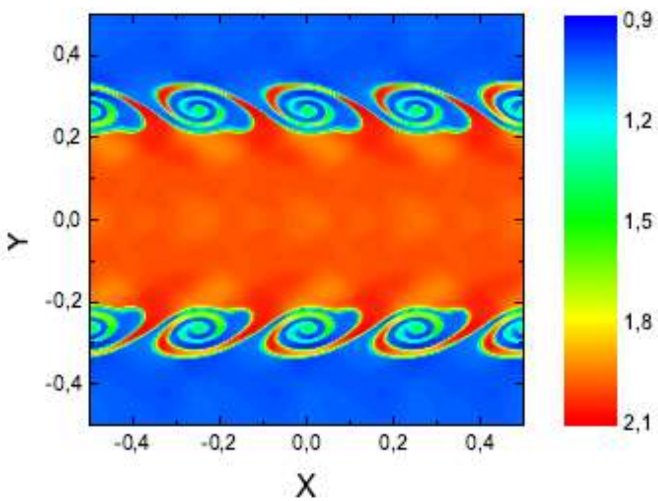


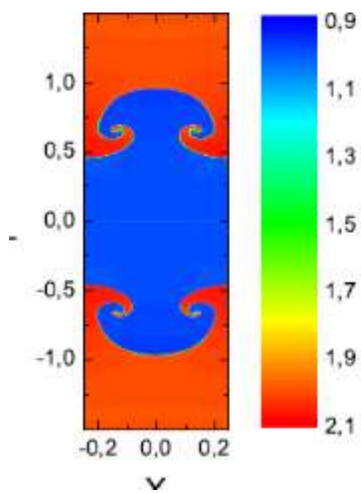
Задача о сверхзвуковом потоке в туннеле со ступенькой

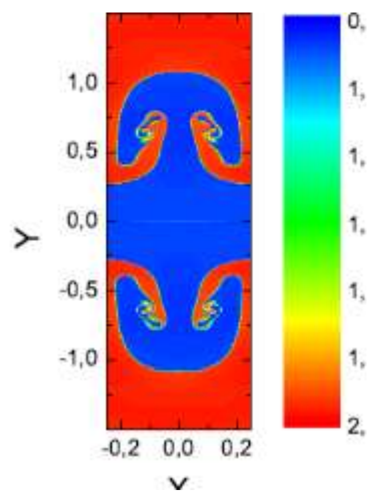
$$\left(\rho,p,u_x,u_y\right)=\begin{cases}\left(1.4,1,3,0\right),\ x<0.5\\ \left(1.4,1,0,0\right),\ x\geq 0.5\end{cases}$$



Неустойчивости Кельвина-Гельмгольца и Релея-Тейлора





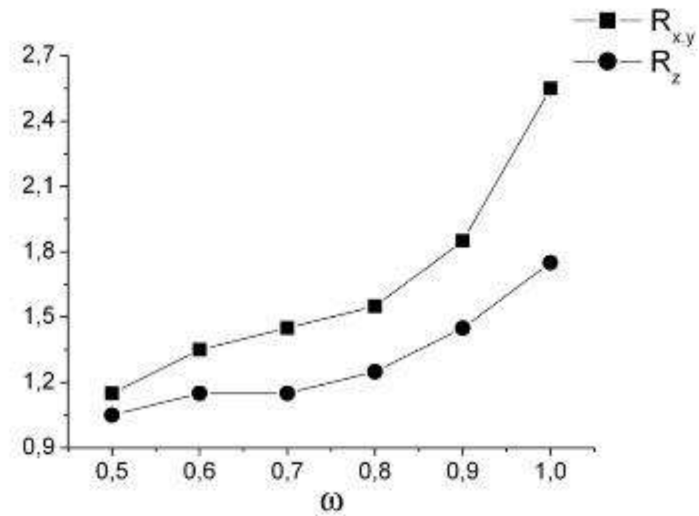


Равновесные конфигурации вращающегося самогравитирующего газа

Начальное распределение:

$$\begin{cases} \dfrac{dp}{dr} = -\dfrac{M(r)\rho}{r^2} \\ \dfrac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho \\ p = (\gamma - 1)\rho\varepsilon \end{cases}$$

$$0 < \frac{1}{2}\int_\Omega \rho\,\omega^2 r^2\, d\Omega < 0.4\left|\frac{1}{2}\int_\Omega \rho\,\Phi\, d\Omega\right|$$



Уравнение Эмдена:

$$-\frac{d}{dr}\left(\frac{r^2}{\rho}\frac{d\rho^\gamma}{dr}\right) = 4\pi r^2 \rho$$

Автомодельное решение для скорости:

$$v_r(r,t) = \frac{r}{t-c}$$

Зависимость радиусов эллипса от *w*

$$r_x(w) = 2.35\cdot 10^{-3}\exp\left(w/_{0.15736}\right) + 1.18171$$

$$r_z(w) = 2.52\cdot 10^{-3}\exp\left(w/_{0.17686}\right) + 1.03146$$

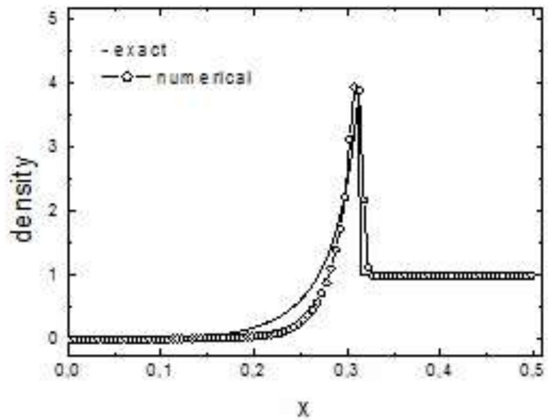
Задача Седова о точечном взрыве

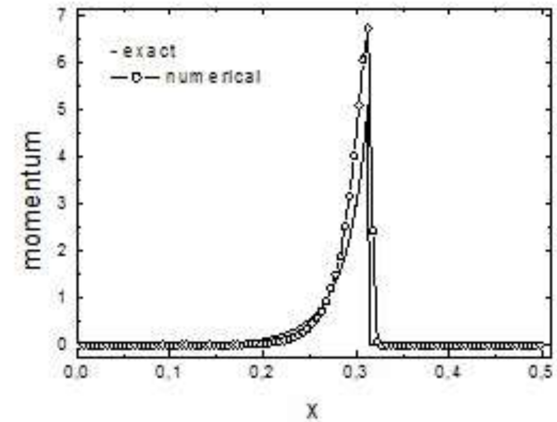
Плотность = 1

Давление = 0.00001

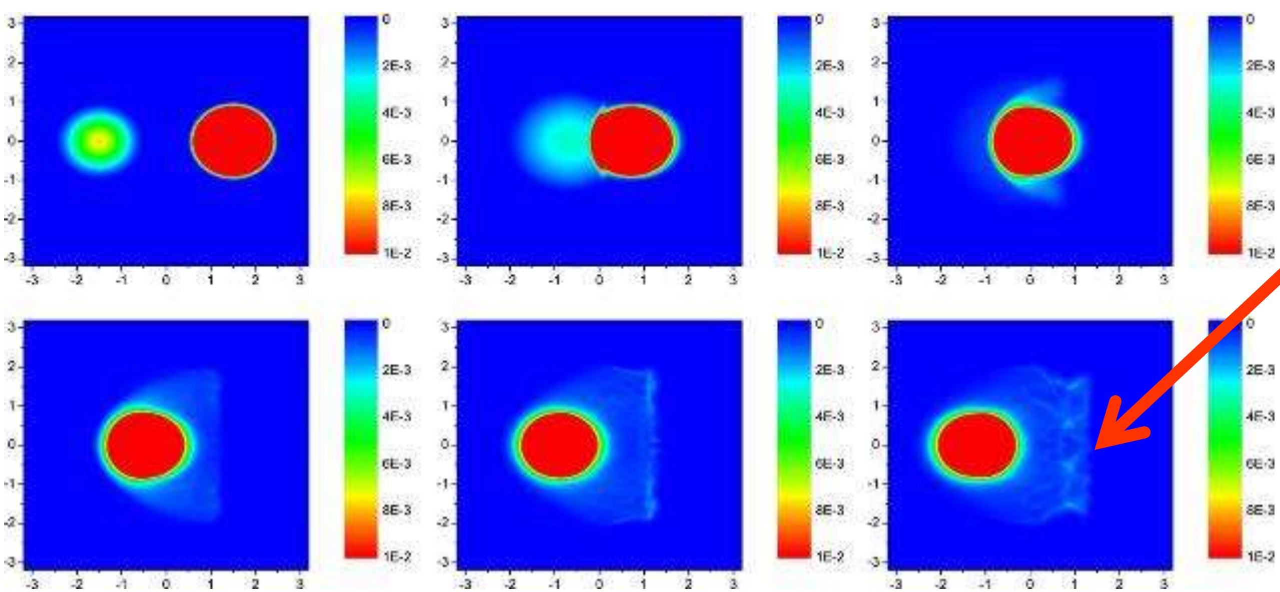
Энергия взрыва = 0.6

Скорость = 0





Задача столкновения самогравитирующих газовых облаков различных масс



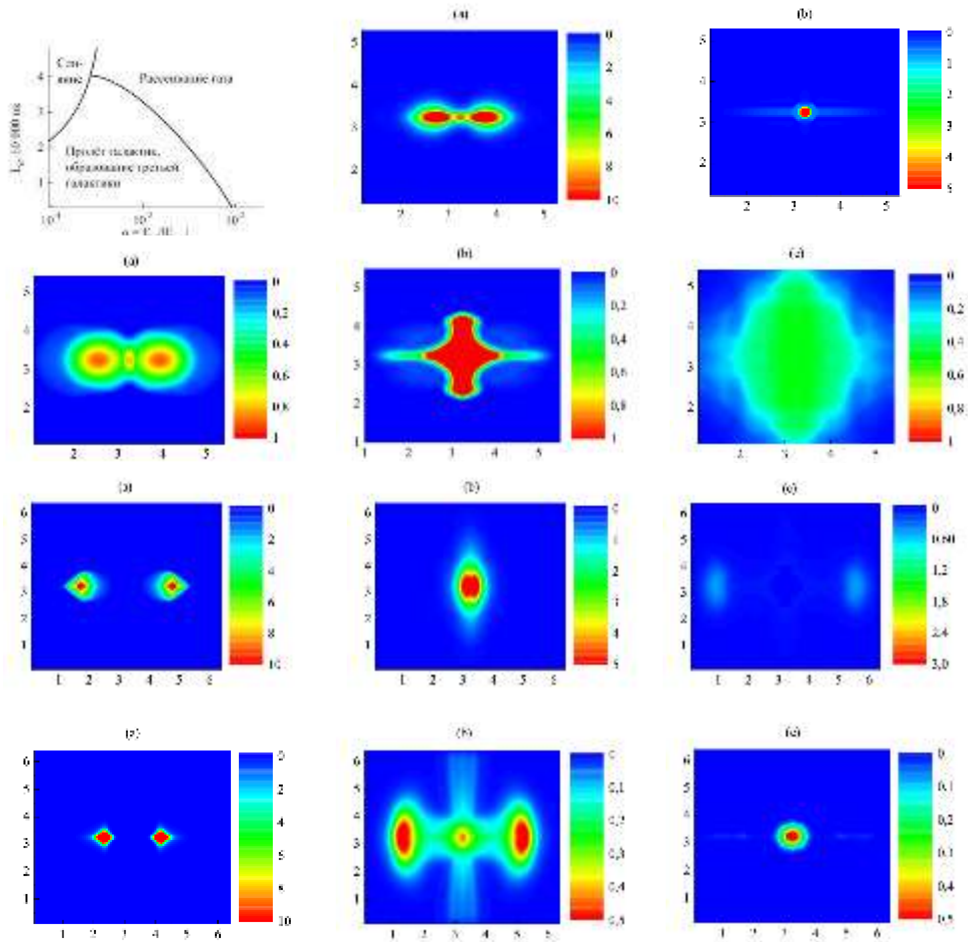
Происходит развитие ram pressure механизма

Верификация численного метода

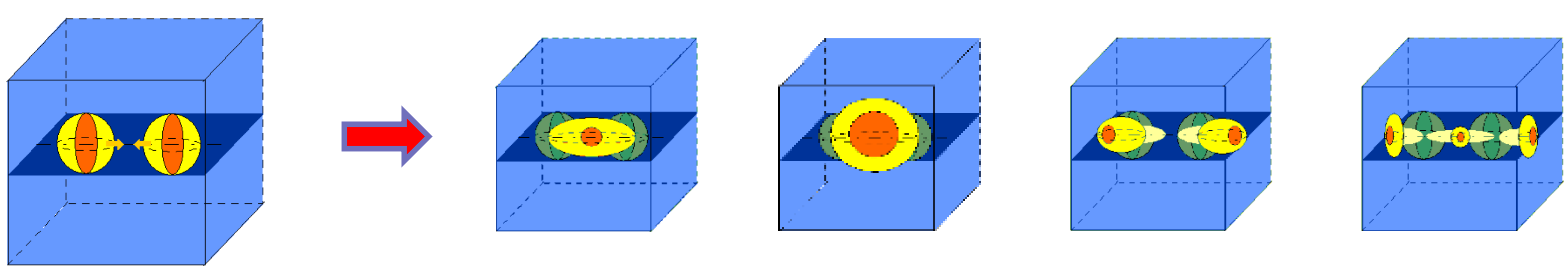
- **Одномерные тесты ударной трубы (*разрывные решения*)**
- **Тест Аксенова (*непрерывное решение*)**
- **Неустойчивость Кельвина-Гельмгольца**
- **Неустойчивость Релея-Тейлора**
- **Задача Седова о точечном взрыве**
- **Задача вращения облака для контроля момента импульса**
- **Задача разлета газа в вакуум**
- **Коллапса Эврарда**
- **Задача о двойном Маховском отражении**
- **Задача о сверхзвуковом потоке в туннеле со ступенькой**
- **Падение облака G2 на Sgr A***
- **…**

Моделирование центрального столкновения галактик

Вычислительные эксперименты с помощью суперЭВМ позволили подтвердить гипотезу об образовании одной или двух галактик, полученных в результате столкновений, либо полное разрушение галактик и получить условия развития каждого из сценариев столкновения. Важнейшим же результатом моделирования стало получение условий и развитие нового сценария образования третьей галактики, лишённой звёздной компоненты. В дальнейшем тщательное теоретическое исследование механизмов центрального столкновения газовых компонент галактик подтвердили условия и сам факт сценария образования третьей галактики.

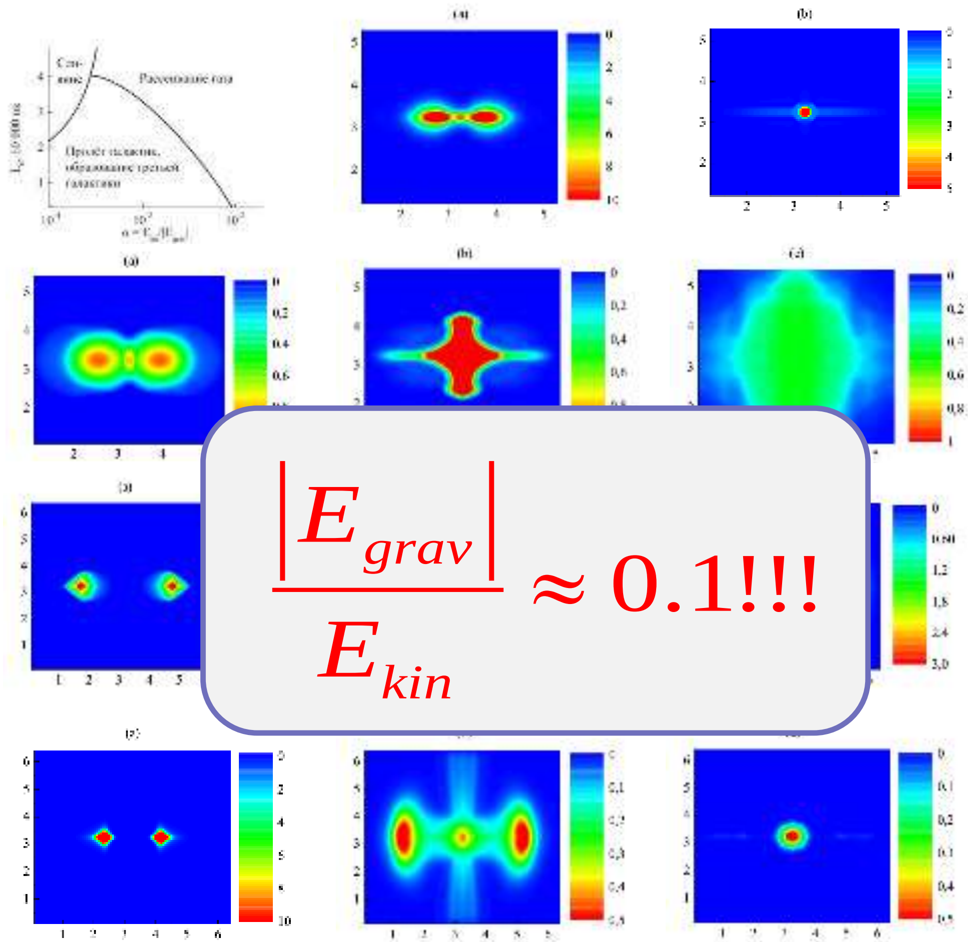


1. Vshivkov V., Lazareva G., Snytnikov A., Kulikov I., Tutukov A. ApJS, 194. 2011, 47
2. Тутуков А.В., Лазарева Г.Г., Куликов И.М. Астрономический журнал, том 88, № 9. 2011, с. 1-15



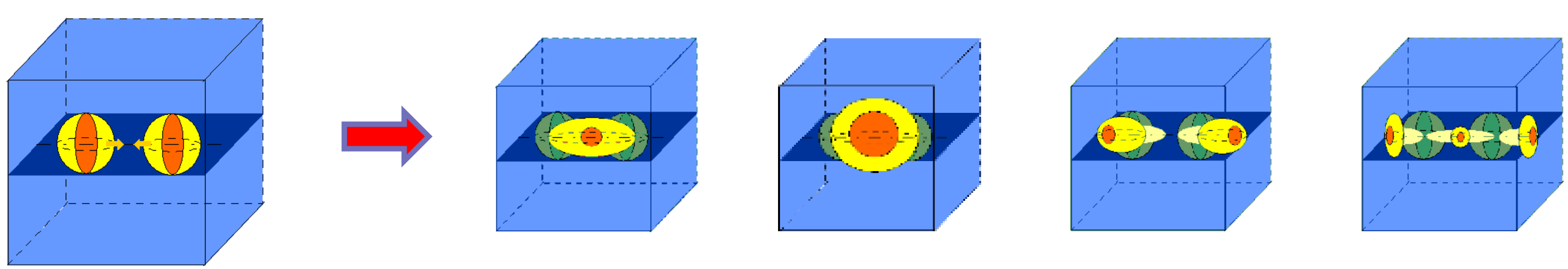
Моделирование центрального столкновения галактик

Вычислительные эксперименты с помощью суперЭВМ позволили подтвердить гипотезу об образовании одной или двух галактик, полученных в результате столкновений, либо полное разрушение галактик и получить условия развития каждого из сценариев столкновения. Важнейшим же результатом моделирования стало получение условий и развитие нового сценария образования третьей галактики, лишённой звёздной компоненты. В дальнейшем тщательное теоретическое исследование механизмов центрального столкновения газовых компонент галактик подтвердили условия и сам факт сценария образования третьей галактики.



$$\frac{\left|E_{grav}\right|}{E_{kin}} \approx 0.1!!!$$

1. Vshivkov V., Lazareva G., Snytnikov A., Kulikov I., Tutukov A. ApJS, 194. 2011, 47
2. Тутуков А.В., Лазарева Г.Г., Куликов И.М. Астрономический журнал, том 88, № 9. 2011, с. 1-15



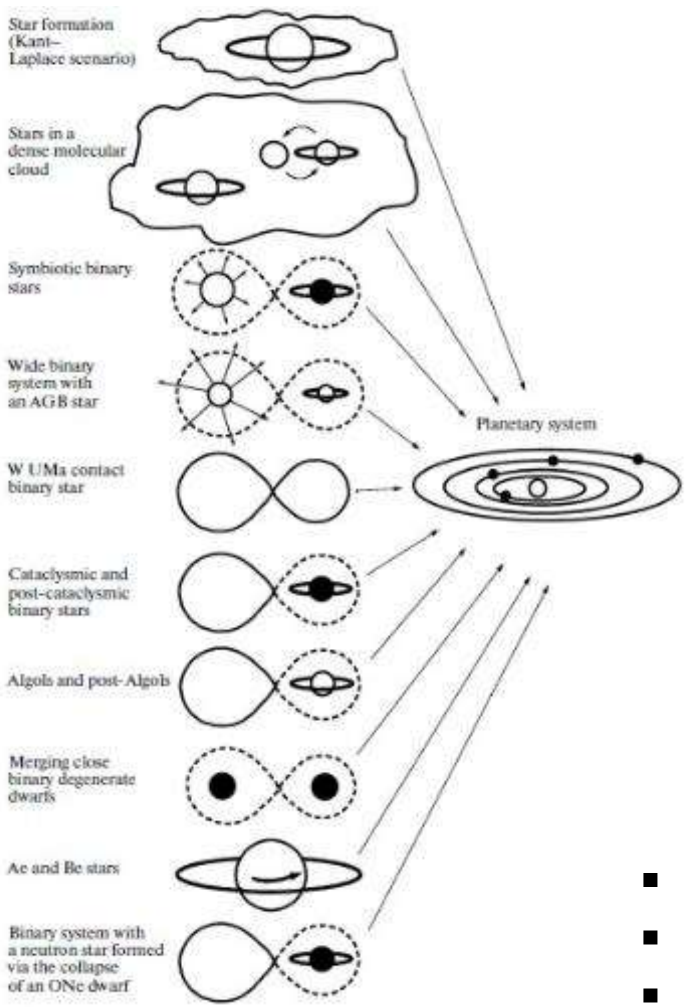
Моделирование бесстолкновительной компоненты

- **Решение задачи N-тел**
  - *Прямое моделирование ограничено 10^7 частиц для современных суперкомпьютеров (даже при использовании специальных ускорителей GRAPE)*
  - *Использование комбинации «частица-сетка-дерево» для упрощения решения задачи N-тел (проблема корректного выбора ядра, необходимость минимального количества частиц в ячейке)*
  - *Необходимость балансировки загрузки при использовании суперЭВМ (неравномерная распределение частиц по области)*

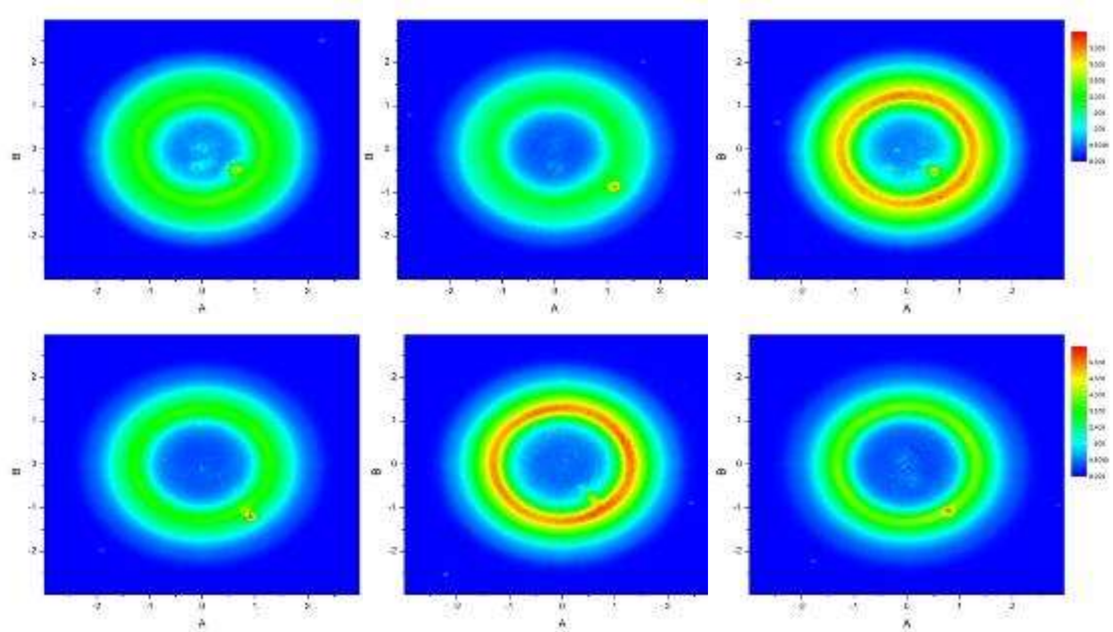
Моделирование бесстолкновительной компоненты

- **Гидродинамический подход**
  - *Pressureless газовая динамика* (Chertock, Kurganov, Rykov, 2007; *Keppens, Van Marle, Meliani 2012)*
  - *Классическая газовая динамика (Kim, Seo 2012; Price 2013; все работы, основанные на SPH методе)*
  - *Collisionless газовая динамика* (Mitchell, Vorobyov, Hensler 2012; Binney, Tremaine 1987*)*
- **Достоинство гидродинамического подхода**
  - *Термодинамически-согласованная модель фазовых переходов*
- **Недостаток гидродинамического подхода**
  - *Применимость подхода в каждой конкретной задаче*

Моделирование планетных систем



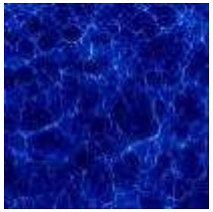
Модель **<u>газопылевого</u>** диска в 3D2V постановке *(Вшивков, Снытников 2002)*



- **Важно движение отдельных частиц**
- **Малая средняя скорость движения среды**
- **Численная модель: частицы (PIC) + газ**

(*) Tutukov, Fedorova 2013

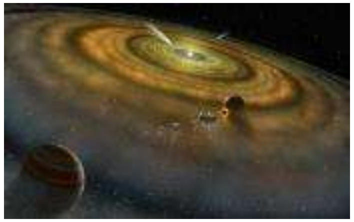
Масштабы астрофизических объектов



Космологические масштабы

Масштабы галактик

Молекулярные облака



<u>Планетные системы</u>

<u>Импактные события</u>

Первые моменты уравнения Больцмана

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + a_i \frac{\partial f}{\partial v_i} = 0$$

$$d^3 v = dv_x dv_y dv_z$$

$$\rho = \int mfd^3 v$$

$$u = \rho^{-1} \int mfvd^3 v$$

$$\sigma_{ij}^2 = \rho^{-1} \int mf \left(v_i - u_i\right)\left(v_j - u_j\right) d^3 v = \sigma_{ji}^2$$

Математические вопросы и приложения:

Козлов В.В. 2007 (МИАН РАН)

Медведев С.Б. 2009 (ИВТ СО РАН)

Современные проблемы динамики разреженных газов 2013 (ИТП СО РАН)

Использование в астрофизических задачах:

Mitchell N., Vorobyov E., Hensler G. Collisionless stellar hydrodynamics as an efficient alternative to N-body methods // MNRAS, V. 428, I. 3, 2013, pp. 2674-2687

Первые моменты уравнения Больцмана

$$\frac{\partial f}{\partial t}+v_i\frac{\partial f}{\partial x_i}+a_i\frac{\partial f}{\partial v_i}=0$$

$$d^3v=dv_x dv_y dv_z$$

$$\rho=\int mfd^3v$$

$$u=\rho^{-1}\int mfvd^3v$$

$$\sigma_{ij}^2=\rho^{-1}\int mf\,(v_i-u_i)\left(v_j-u_j\right)d^3v=\sigma_{ji}^2$$

- Важно движения кластера, а не отдельной частицы
- Отсутствуют теплопроводные эффекты (свойство почти всех астрофизических задач)
- Дисперсия скоростей значительно меньше квадрата скорости

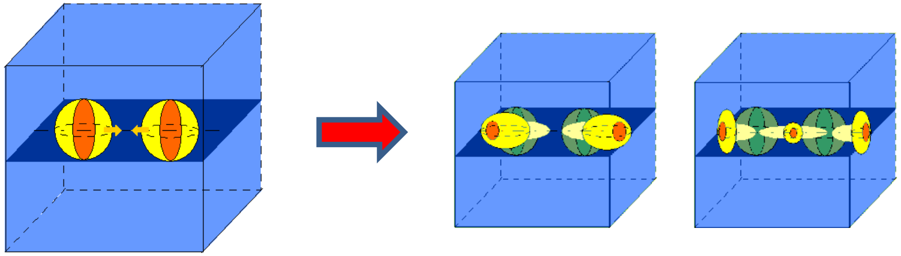
$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+div(\rho u)=0$$

$$\frac{\partial\rho u}{\partial t}+div(\rho uu)=-grad\left(\rho\sigma^2\right)-\rho grad\Phi$$

$$\frac{\partial\rho E_{ij}}{\partial t}+div\left(\rho E_{ij}u\right)=-div\left(2\rho\sigma_{ij}^2u\right)-2(\rho u,grad\Phi)$$

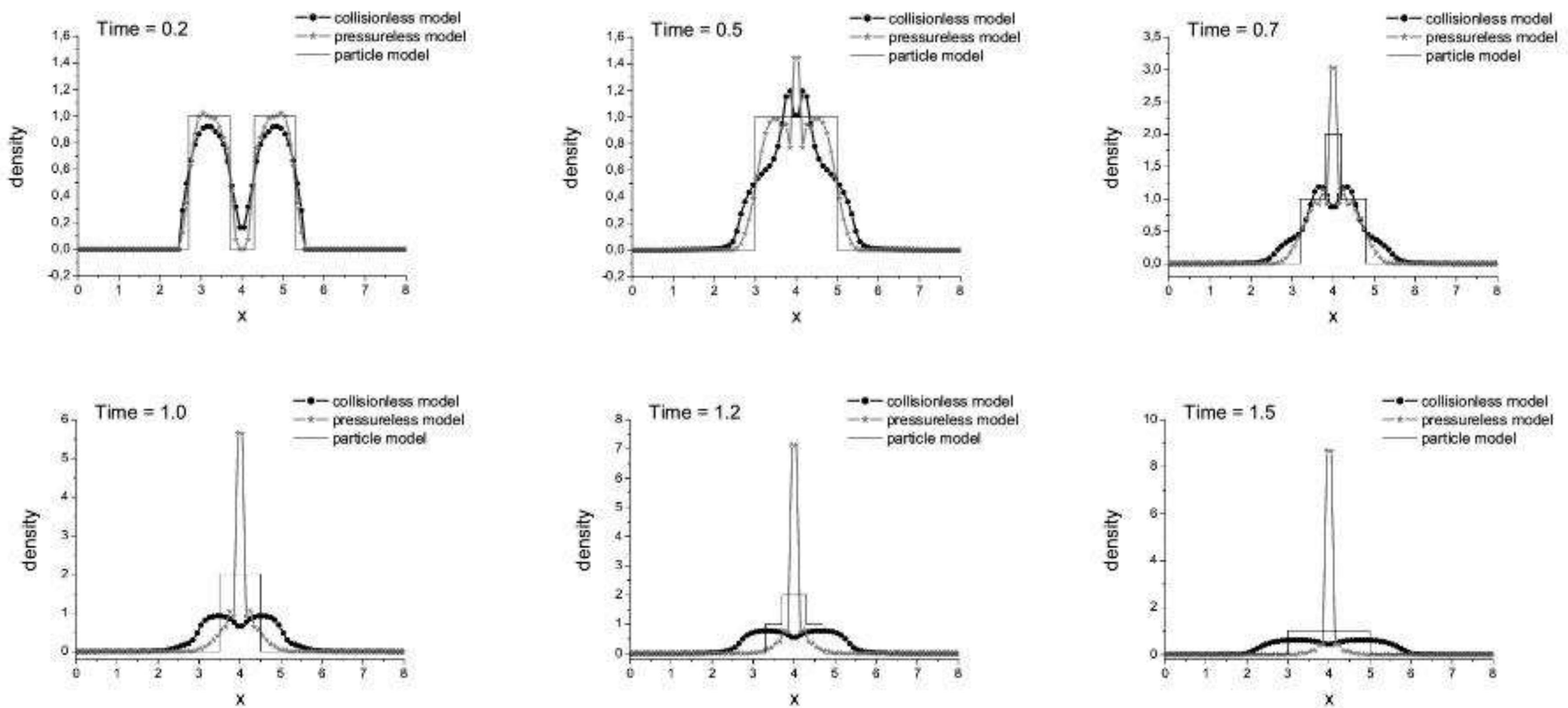
$$\rho E_{ij}=\rho\sigma_{ij}^2+\rho u_i u_j$$

Одномерное столкновение двух волн *(задача LeVeque, 2004)*

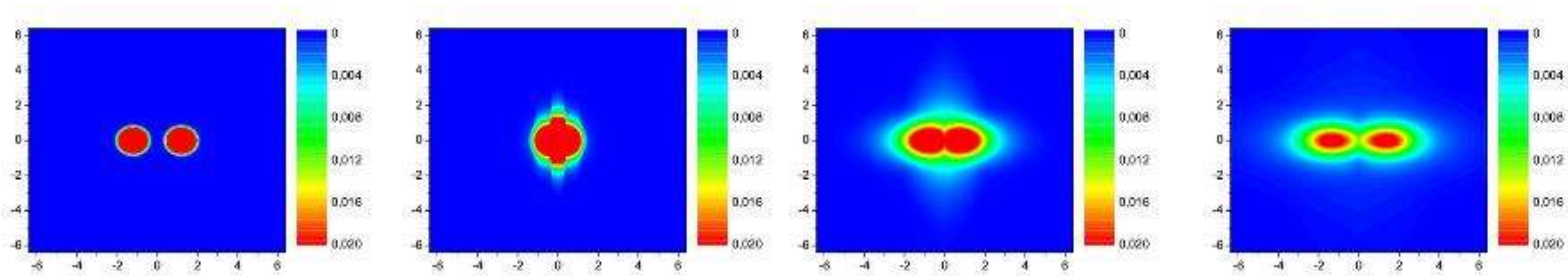


Сравниваемые модели:

- Pressureless газ (решение LeVeque 2004)
- Collisionless газ (классическая газодинамика)
- Частицы (аналитическая модель)



Столкновение двух галактик в многофазной модели (газ + бесстолкновительная компонента)



Модель бесстолкновительной гидродинамики позволяет получать качественные решения, допускающие разлет самогравитирующих сфер. Что позволяет использовать данный подход для описания бесстолкновительной компоненты галактик в задачах их взаимодействия (в том числе столкновения).

Столкновение галактик в полной модели

Модель: двухфазная модель (газ + звезды/темная материя)
Профиль диска: равновесная вращающаяся конфигурация
Масса галактик: 10^{13} $M_{\odot}$
Подсеточная физика: звездообразование, сверхновые, образование H_2, охлаждение / нагревание

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho\vec{u}) = \mathrm{S} - \mathrm{D}$$

$$\frac{\partial \rho_H}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho_H\vec{u}) = -s_{H,H_2} + \mathrm{S}\,\frac{\rho_H}{\rho} - \mathrm{D}\,\frac{\rho_H}{\rho}$$

$$\frac{\partial \rho_{H_2}}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho_{H_2}\vec{u}) = s_{H,H_2} + \mathrm{S}\,\frac{\rho_{H_2}}{\rho} - \mathrm{D}\,\frac{\rho_{H_2}}{\rho}$$

$$\frac{\partial \rho\vec{u}}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho\vec{u}\vec{u}) = -\nabla p - \rho\nabla(\Phi) + \vec{v}\mathrm{S} - \vec{u}\mathrm{D}$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho E\vec{u}) = -\nabla\cdot(p\vec{v}) - (\rho\nabla(\Phi),\vec{u}) - \Lambda + \Gamma - \varepsilon\,\frac{\mathrm{D}}{\rho}$$

$$\frac{\partial \rho\varepsilon}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho\text{т}\vec{u}) = -(\gamma-1)\rho\text{т}\nabla\cdot\vec{u} - \Lambda + \Gamma - \varepsilon\,\frac{\mathrm{D}}{\rho}$$

$$\rho E = \frac{1}{2}\rho\vec{u}^{\,2} + \rho\varepsilon \qquad p = (\gamma-1)\rho\varepsilon$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla\cdot(n\vec{v}) = \mathrm{D} - \mathrm{S}$$

$$\frac{\partial n\vec{v}}{\partial t} + \nabla\cdot(n\vec{v}\vec{v}) = -\nabla\Pi - n\nabla(\Phi) + \vec{u}\mathrm{D} - \vec{v}\mathrm{S}$$

$$\frac{\partial \rho W}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho W\vec{v}) = -\nabla\cdot(\Pi\vec{v}) - (n\nabla(\Phi),\vec{v}) - \Gamma + \varepsilon\,\frac{\mathrm{D}}{\rho}$$

$$\frac{\partial \Pi_{\xi\xi}}{\partial t} + \nabla\cdot(\Pi_{\xi\xi}\vec{v}) = -2\Pi\nabla\cdot\vec{u} - \Gamma + \varepsilon\,\frac{\mathrm{D}}{3\rho}$$

$$\rho W = \frac{1}{2}\rho\vec{v}^{\,2} + \frac{\Pi_{xx} + \Pi_{yy} + \Pi_{zz}}{2}$$

$$\Delta\Phi = 4\pi G(\rho + n)$$

Столкновение галактик в полной модели

Образование H_2 (*Khoperskov et al., 2013; Glover & Mac Low, 2007*)

$$\frac{dn_{H_2}}{dt} = R_{gr}(T)n_H(n_H + 2n_{H_2}) - \left(\xi_H + \xi_{diss}(N_{H_2}, A_V)\right)n_{H_2}$$

Звездообразование (*Katz et al., 1996*)

$$T < 10^4 K \qquad \nabla \cdot \vec{u} < 0 \qquad \rho > 1.64 \frac{M_\odot}{pc^{-3}}$$

$$\mathrm{D} = \mathrm{C}\rho^{3/2}\sqrt{\frac{32G}{3\pi}}$$

Функция охлаждения (*Sutherland & Dopita, 1993*)

$$\Lambda \sim 10^{-22} n_H^2 cm^{-3} erg$$

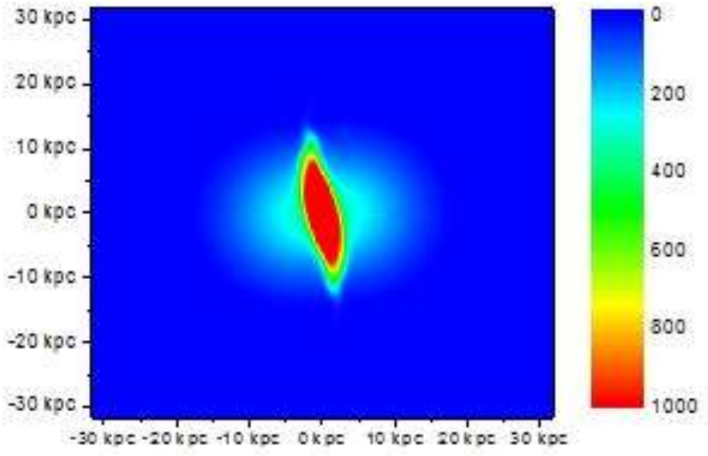
Сверхновые + нагревание (*Springel & Hernquist, 2003*)

$$\mathrm{S} = \beta \mathrm{C} n^{3/2}\sqrt{\frac{32G}{3\pi}}$$

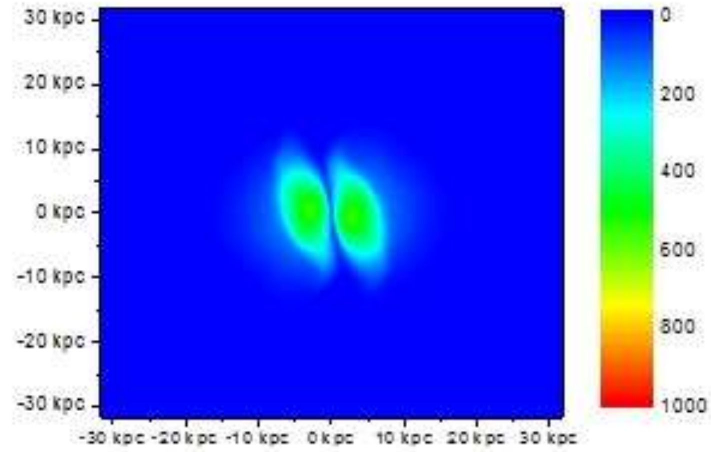
$$\Gamma = 10^{51} \frac{M^{SN}}{M_\odot} erg$$

Столкновение галактик в полной модели

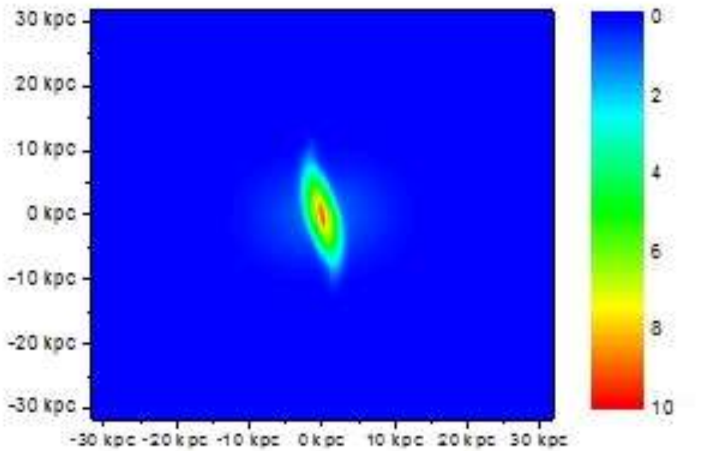
Газ (H + H_2)



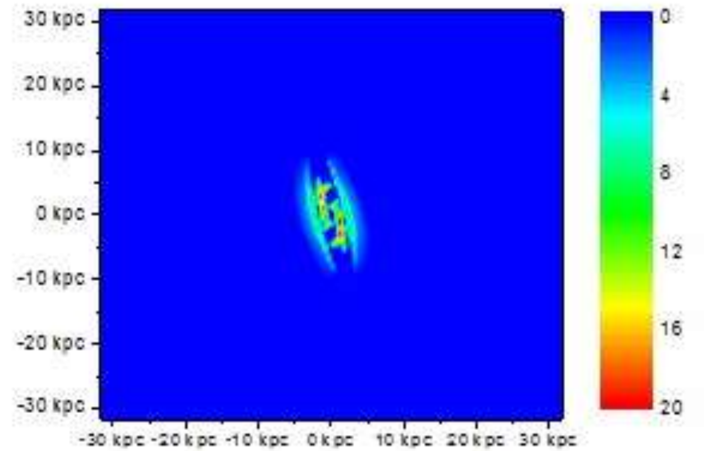
Звезды и темная материя



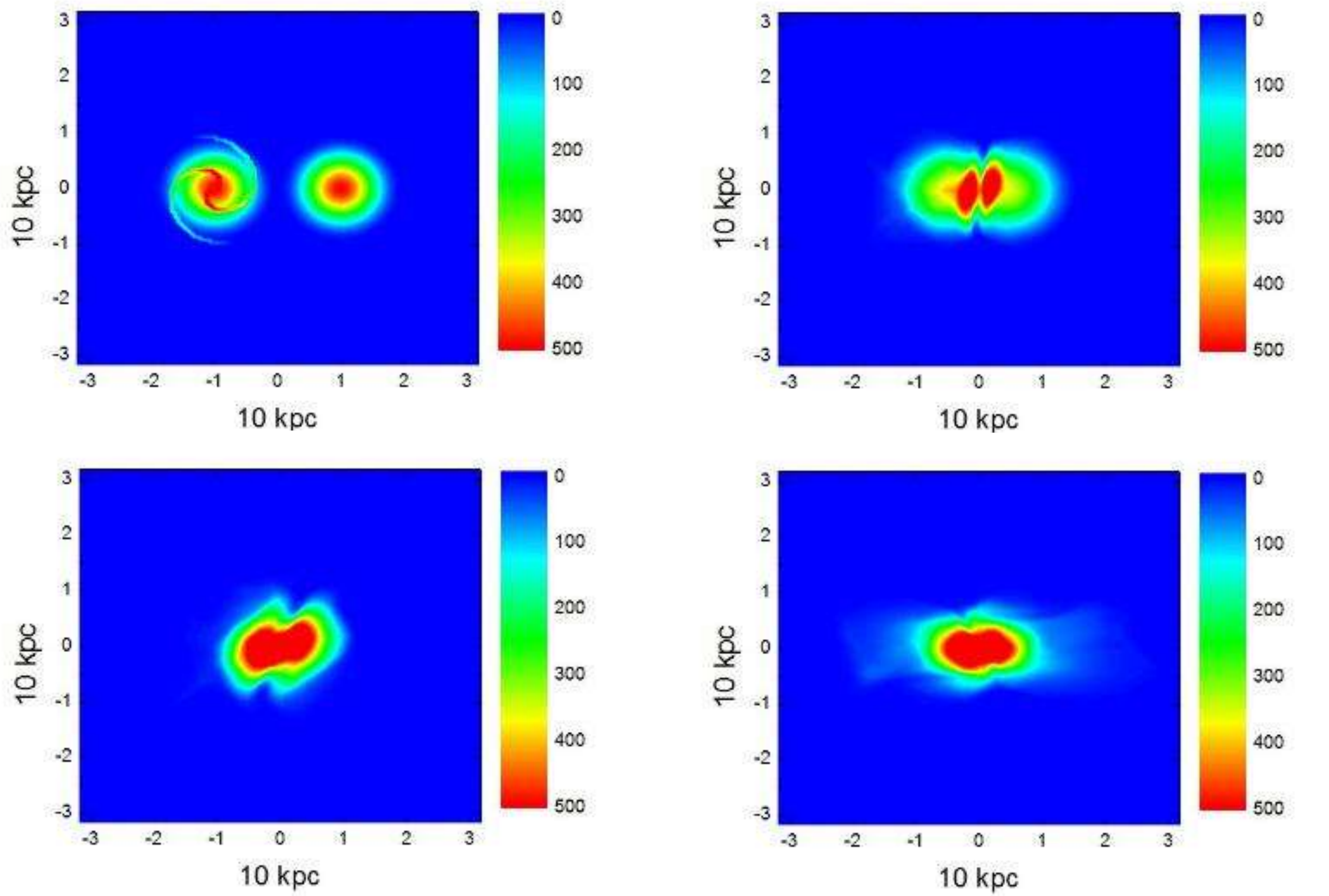
Молекулярный водород



Скорость звездообразования

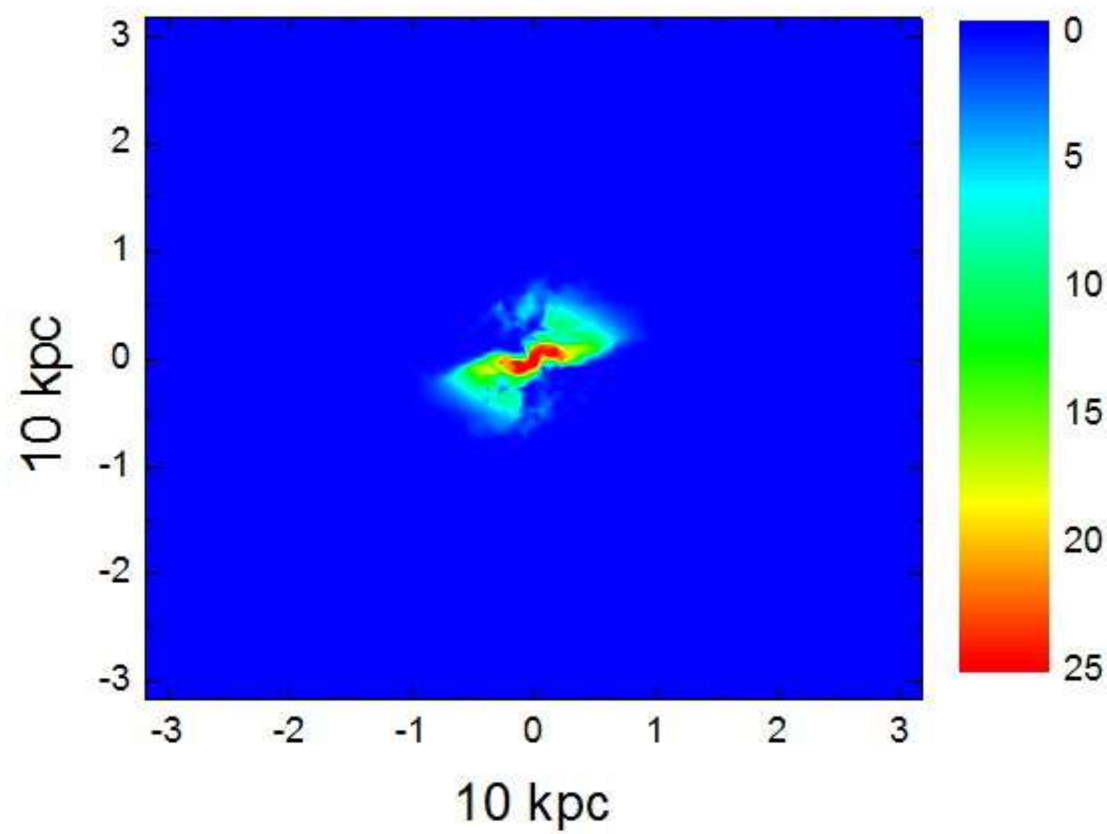


Столкновение галактик в полной модели. Столкновение E и S галактик



Столкновение галактик в полной модели. Столкновение E и S галактик

(область активного звездообразования в форме спирали)



Моделирование образования спиральных рукавов

Модель:

изотермическая гравитационная газовая динамика

Модель Гало:

аналитический NFW-профиль

Профиль диска:

равновесная вращающаяся конфигурация

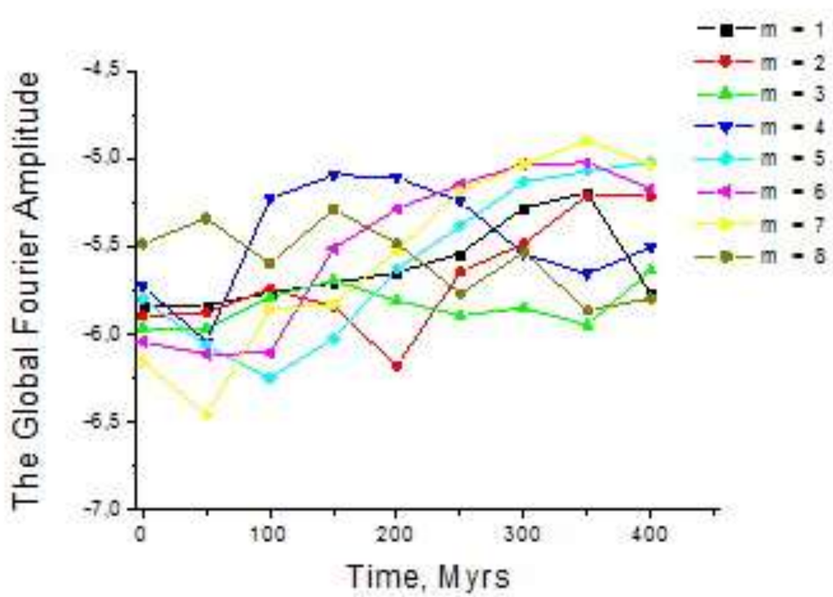
Масса диска: $10^9\ M_\odot$

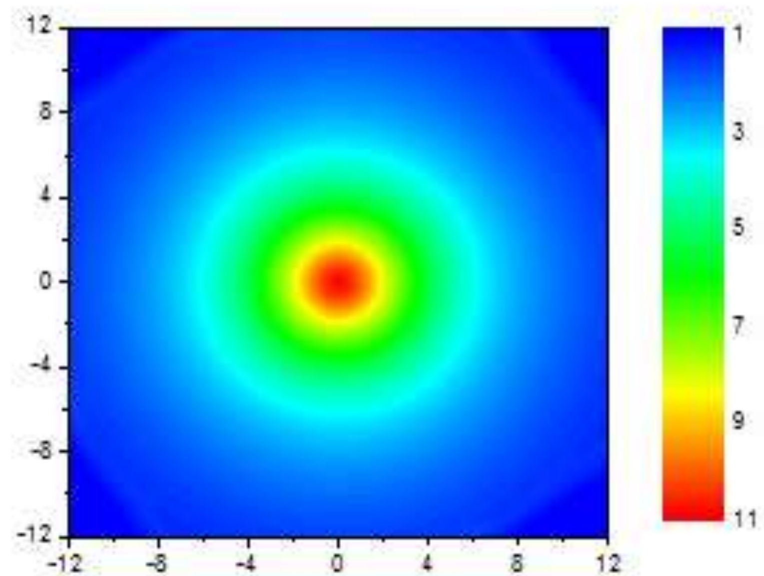
Сценарии:

устойчивая конфигурация
двурукавная конфигурация
четерыхрукавная конфигурация
семирукавная конфигурация

Моделирование образования спиральных рукавов

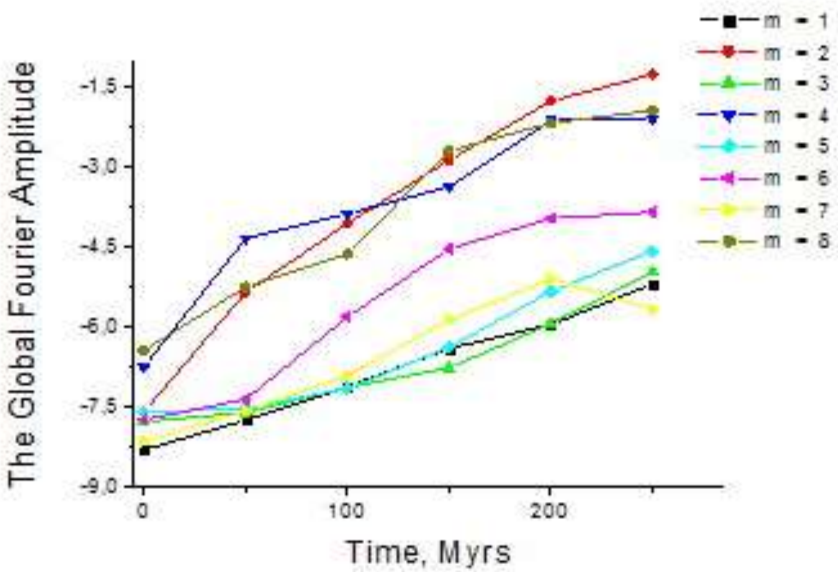
Модель:	**изотермическая гравитационная газовая динамика**
Модель Гало:	**аналитический NFW-профиль**
Профиль диска:	**равновесная вращающаяся конфигурация**
Масса диска:	**10^9 $M_\odot$**
Сценарий:	**устойчивая конфигурация**

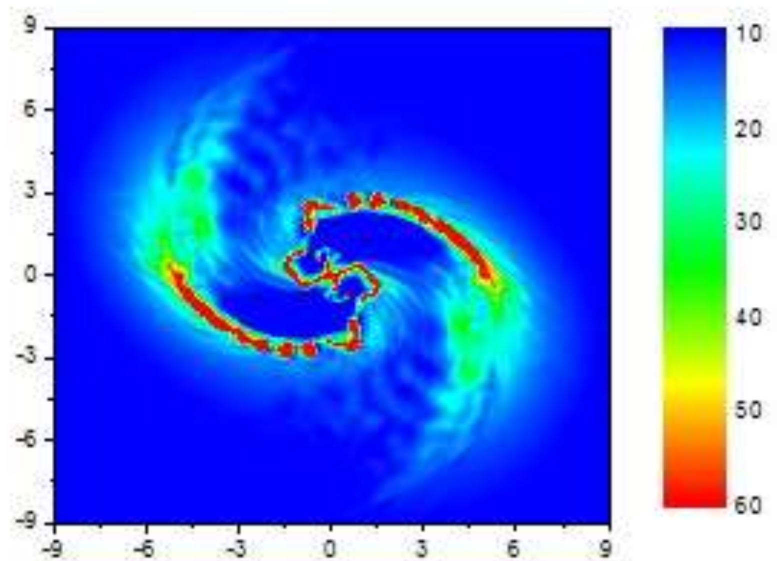




Моделирование образования спиральных рукавов

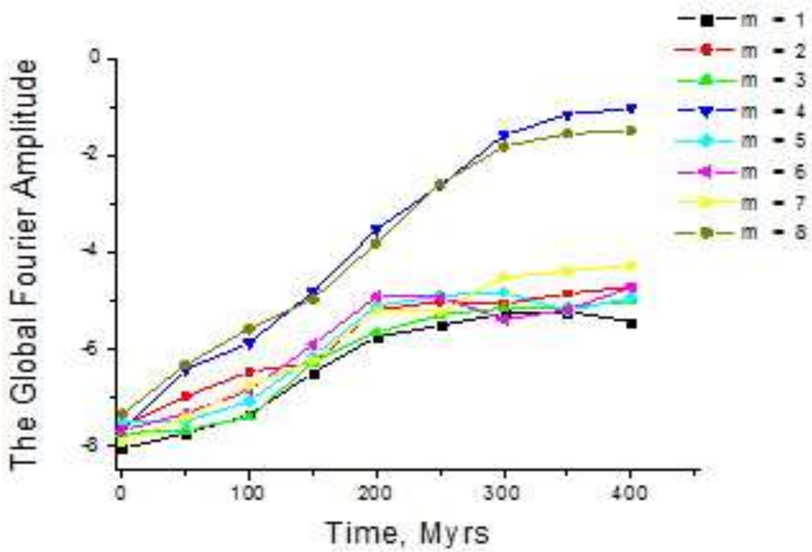
Модель:	**изотермическая гравитационная газовая динамика**
Модель Гало:	**аналитический NFW-профиль**
Профиль диска:	**равновесная вращающаяся конфигурация**
Масса диска:	**10^9 $M_\odot$**
Сценарий:	**неустойчивость, развитие двух рукавов (массивный диск ~ 17% массы Гало)**

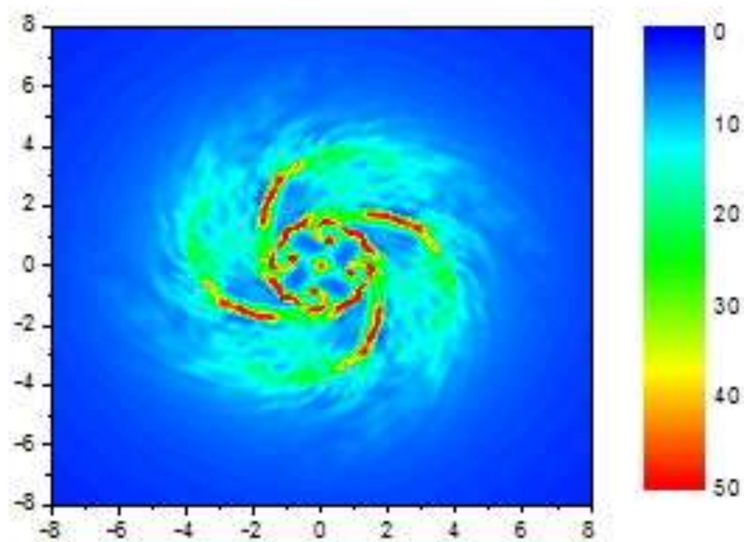




Моделирование образования спиральных рукавов

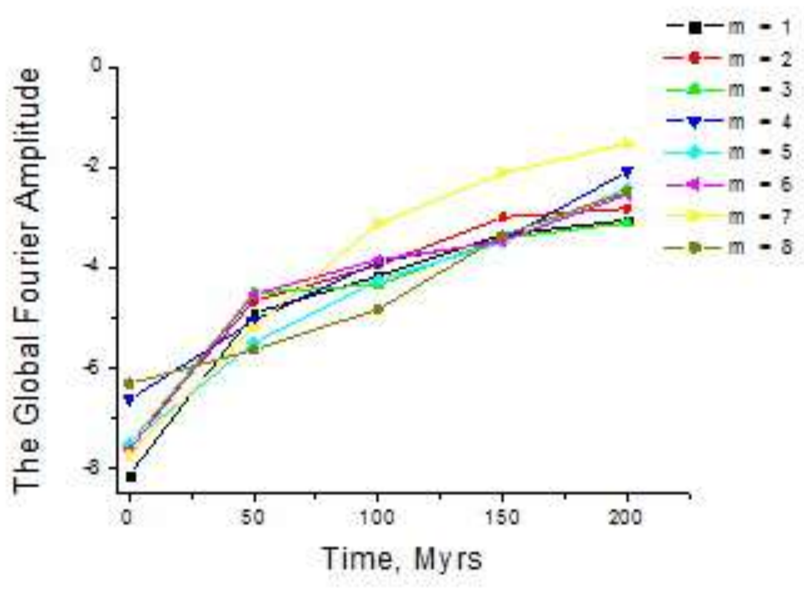
Модель:	**изотермическая гравитационная газовая динамика**
Модель Гало:	**аналитический NFW-профиль**
Профиль диска:	**равновесная вращающаяся конфигурация**
Масса диска:	**10^9 $M_{\odot}$**
Сценарий:	**неустойчивость, развитие четырёх рукавов (диск средней массы ~ 7% массы Гало)**

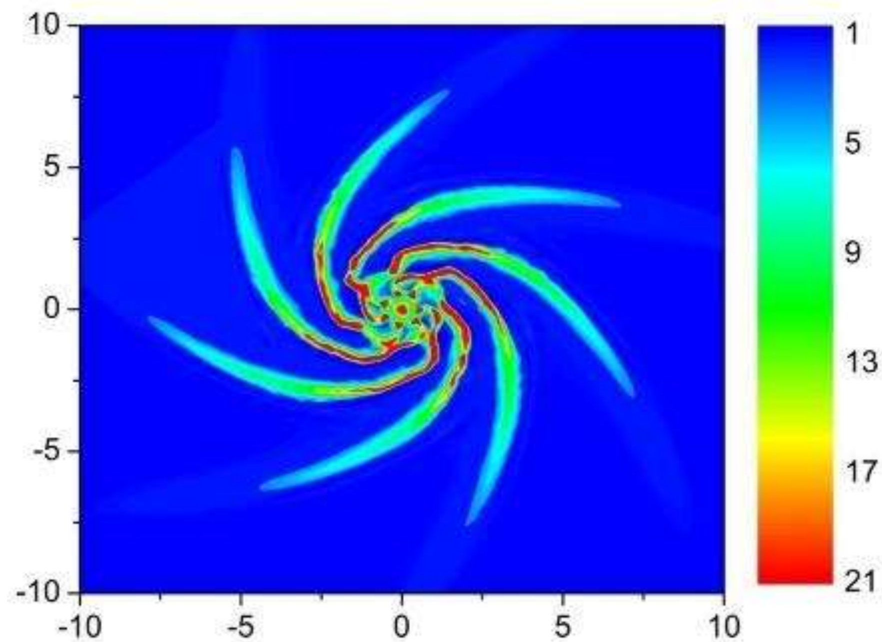




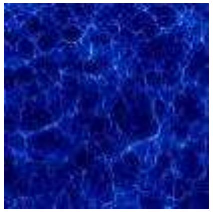
Моделирование образования спиральных рукавов

Модель:	**изотермическая гравитационная газовая динамика**
Модель Гало:	**аналитический NFW-профиль**
Профиль диска:	**равновесная вращающаяся конфигурация**
Масса диска:	**$10^9\ M_\odot$**
Сценарий:	**неустойчивость, развитие семи рукавов (легкий диск ~ 2% массы Гало)**





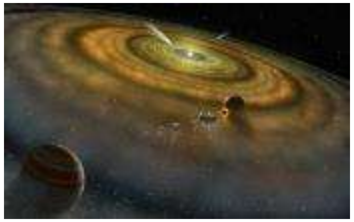
Масштабы астрофизических объектов



Космологические масштабы

Масштабы галактик

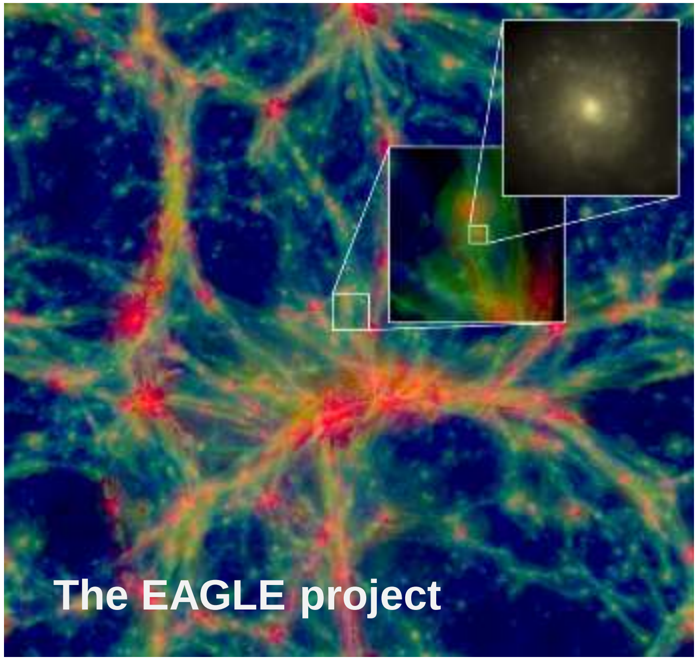
Молекулярные облака



Планетные системы

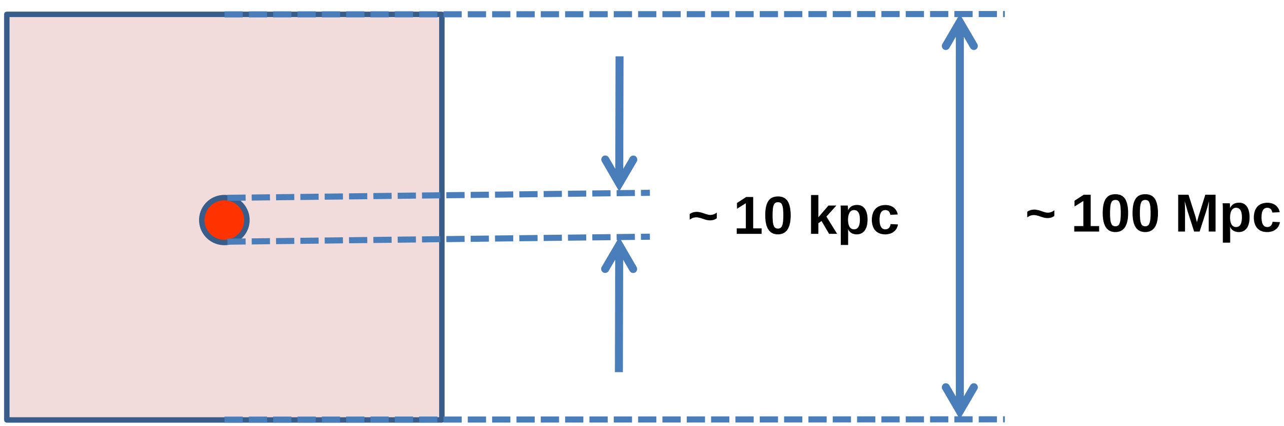
Импактные события

Космологическое моделирование



Процессы:

- Охлаждение/нагревание
- Звездообразование
- Эффект взрыва supernova
- Химические реакции



Космологическое моделирование

Гидродинамика

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{1}{a}\text{"}\cdot\left(\rho\vec{u}\right)=0$$

$$\frac{\partial\rho_i}{\partial t}+\frac{1}{a}\text{"}\cdot\left(\rho_i\vec{u}\right)=s_i$$

$$\frac{\partial\rho\vec{u}}{\partial t}+\frac{1}{a}\text{"}\cdot\left(\rho\vec{u}\vec{u}\right)=-\frac{1}{a}\text{"}\ p-\frac{a'}{a}\rho\vec{u}-\frac{\rho}{a^2}\text{"}\ \Phi$$

$$\frac{\partial\rho\varepsilon}{\partial t}+\frac{1}{a}\text{"}\cdot\left(\rho\varepsilon\vec{u}\right)=-\frac{1}{a}(\gamma-1)\rho\varepsilon\text{"}\cdot\left(\vec{u}\right)-2\frac{a'}{a}\rho\varepsilon+\Gamma-\Lambda$$

$$\frac{\partial\rho E}{\partial t}+\frac{1}{a}\text{"}\cdot\left(\rho E\vec{u}\right)=-\frac{1}{a}\text{"}\cdot\left(p\vec{u}\right)-2\frac{a'}{a}\rho E-\frac{1}{a^2}\left(\rho\vec{u},\text{"}\ \Phi\right)+\Gamma-\Lambda$$

Расширение по закону Хаббла

$$\frac{da}{dt}=H\sqrt{\Omega_M\left(a^{-1}-1\right)+\Omega_\Lambda\left(a^2-1\right)+1}$$

Космологическое моделирование

Бесстолкновительная компонента (звезды и темная материя)

$$\frac{\partial n}{\partial t}+\frac{1}{a}\nabla\cdot\left(n\vec{v}\right)=0$$

$$\frac{\partial n\vec{v}}{\partial t}+\frac{1}{a}\nabla\cdot\left(n\vec{v}\vec{v}\right)=-\frac{1}{a}\nabla\cdot(\Pi)-\frac{a'}{a}n\vec{v}-\frac{n}{a^2}\nabla\Phi$$

$$\frac{\partial \Pi_{xx}}{\partial t}+\frac{1}{a}\nabla\cdot\left(\Pi_{xx}\vec{v}\right)=-\frac{2}{a}\Pi_{xx}\frac{\partial v_x}{\partial x}-2\frac{a'}{a}\Pi_{xx}$$

$$\frac{\partial \Pi_{yy}}{\partial t}+\frac{1}{a}\nabla\cdot\left(\Pi_{yy}\vec{v}\right)=-\frac{2}{a}\Pi_{yy}\frac{\partial v_y}{\partial y}-2\frac{a'}{a}\Pi_{yy}$$

$$\frac{\partial \Pi_{zz}}{\partial t}+\frac{1}{a}\nabla\cdot\left(\Pi_{zz}\vec{v}\right)=-\frac{2}{a}\Pi_{zz}\frac{\partial v_z}{\partial z}-2\frac{a'}{a}\Pi_{zz}$$

$$\frac{\partial nW}{\partial t}+\frac{1}{a}\nabla\cdot\left(nW\vec{v}\right)=-\frac{1}{a}\nabla\cdot\left(\Pi\vec{v}\right)-2\frac{a'}{a}nW-\frac{1}{a^2}\left(n\vec{v},\nabla\Phi\right)$$

$$\Delta\Phi=4\pi G\left(\left(\rho+n\right)-\left(\rho+n\right)_0\right)$$

Космологическое моделирование

Химические реакции

$$H + e \rightarrow H^{+} + 2e \qquad H^{+} + e \rightarrow H + \gamma$$

$$H + e \rightarrow H^{-} + \gamma \qquad H^{-} + H \rightarrow H_2 + e$$

$$H + H^{+} \rightarrow H_2^{+} + \gamma \qquad H_2^{+} + H \rightarrow H_2 + H^{+}$$

$$H_2 + H^{+} \rightarrow H_2^{+} + H \qquad H_2 + e \rightarrow 2H + e$$

$$H^{-} + e \rightarrow H + 2e \qquad H^{-} + H \rightarrow 2H + e$$

$$H^{-} + H^{+} \rightarrow 2H + \gamma \qquad H^{-} + H^{+} \rightarrow H_2^{+} + e$$

$$H_2^{+} + e \rightarrow 2H + \gamma \qquad H_2^{+} + H^{-} \rightarrow H + H_2$$

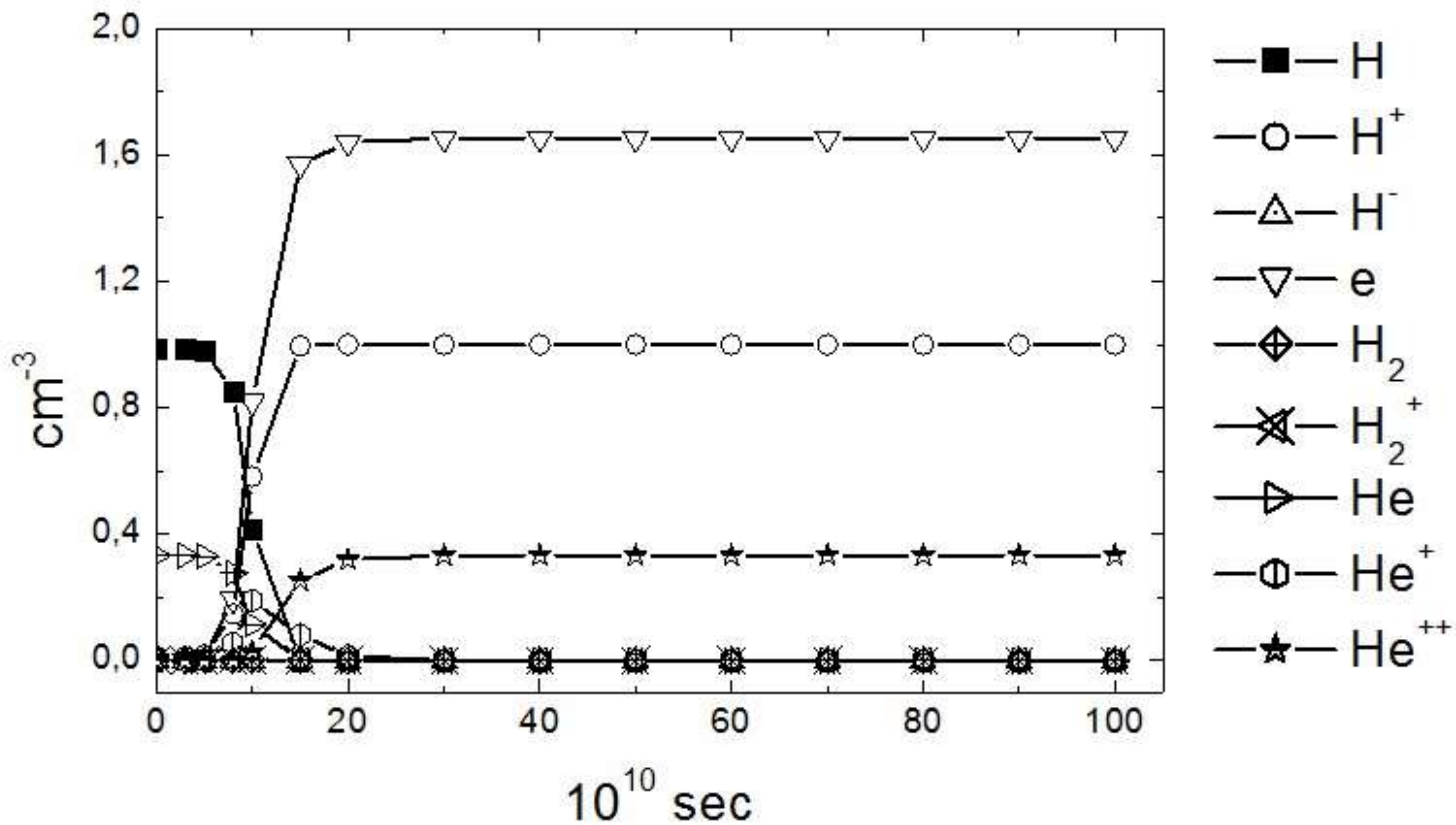
$$3H \rightarrow H_2 + H \qquad H_2 + H \rightarrow 3H$$

$$He + e \rightarrow He^{+} + 2e \qquad He^{+} + e \rightarrow He + \gamma$$

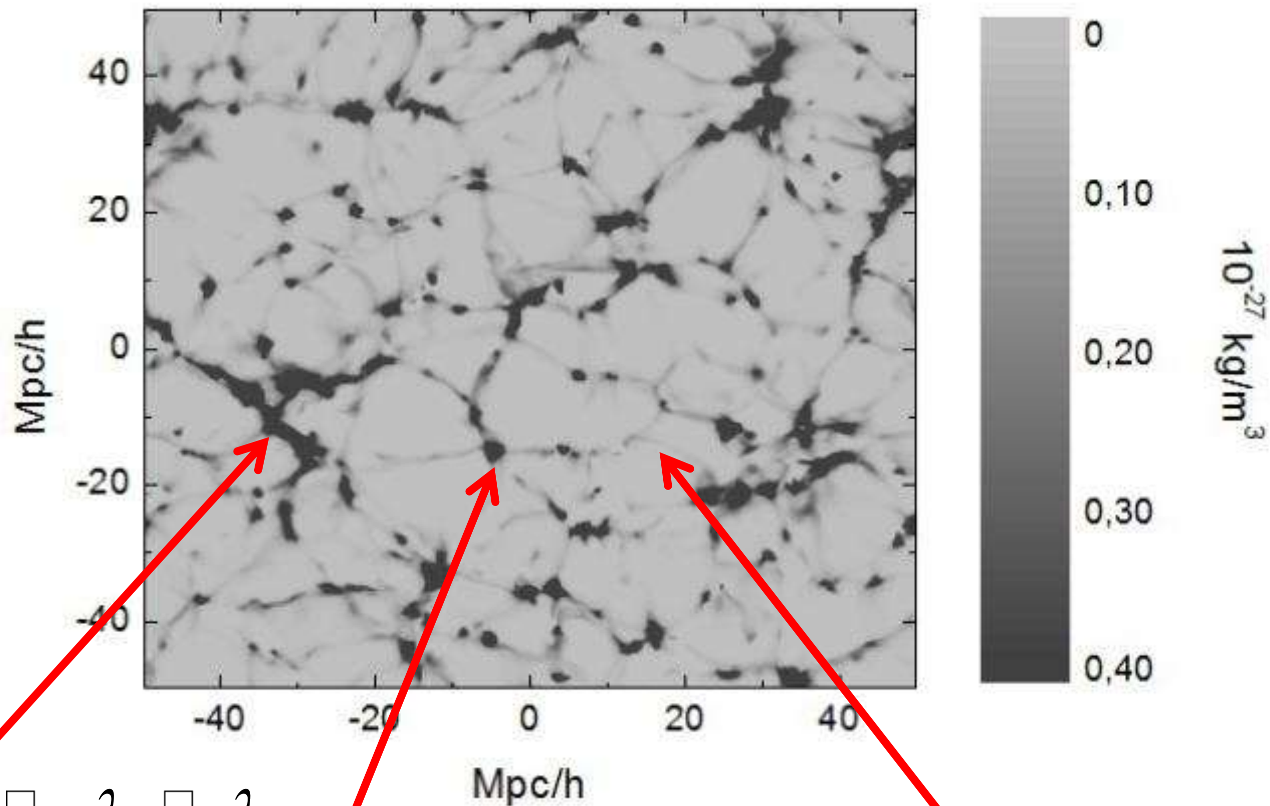
$$He^{+} + e \rightarrow He^{++} + 2e \qquad He^{++} + e \rightarrow He^{+} + \gamma$$

Космологическое моделирование

Химические реакции



Космологическое моделирование

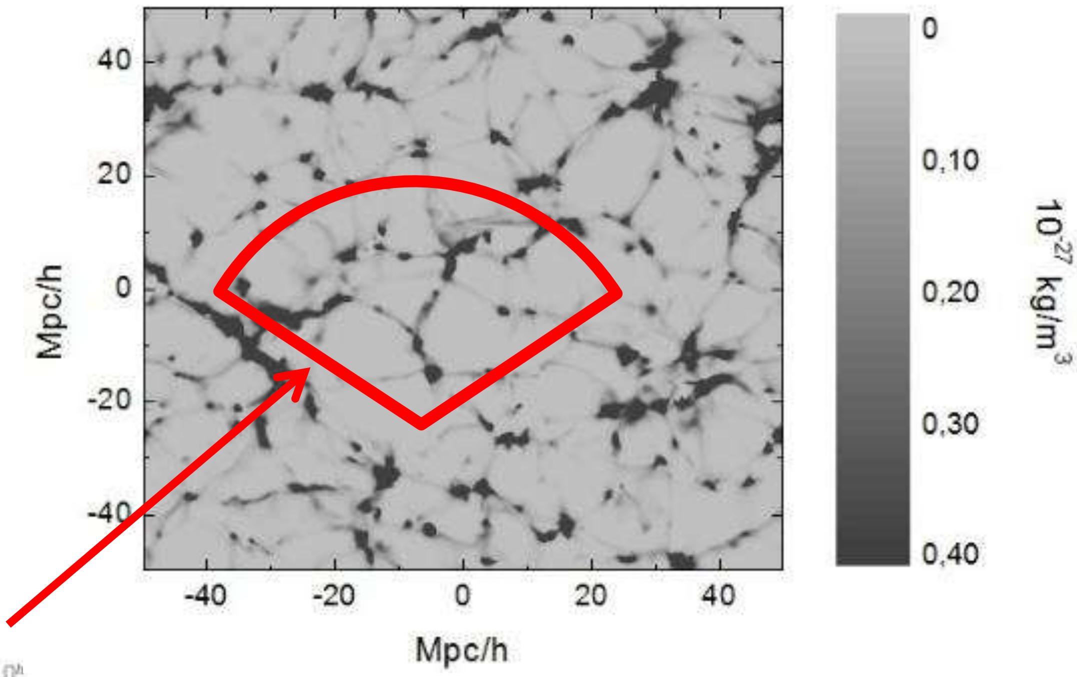


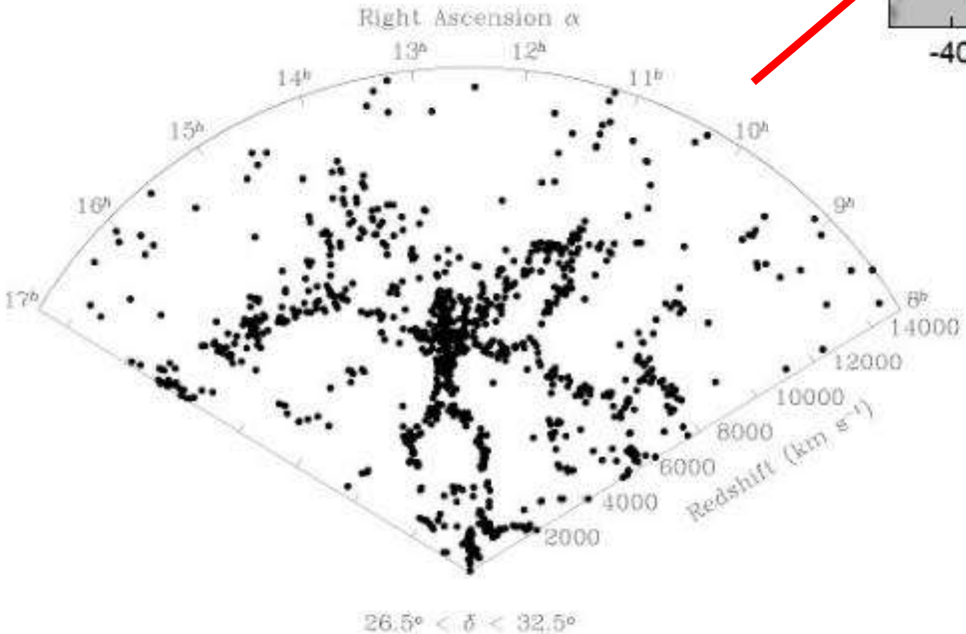
Стена $\lambda_1 \square \lambda_2 \square \lambda_3$

Филамент $\lambda_1 \square \lambda_2 \square \lambda_3$

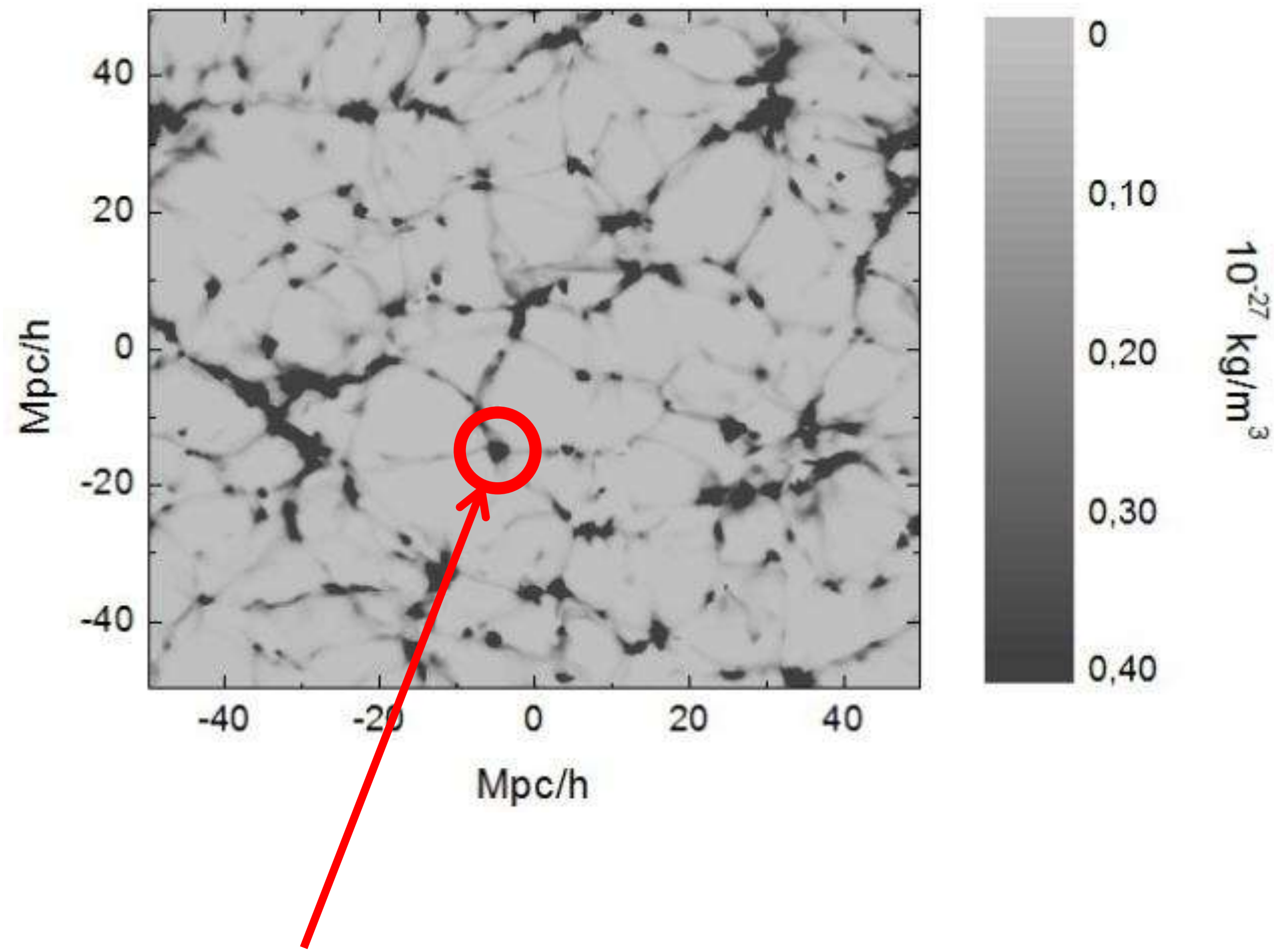
Кластер $\lambda_1 \square \lambda_2 \square \lambda_3$

Космологическое моделирование



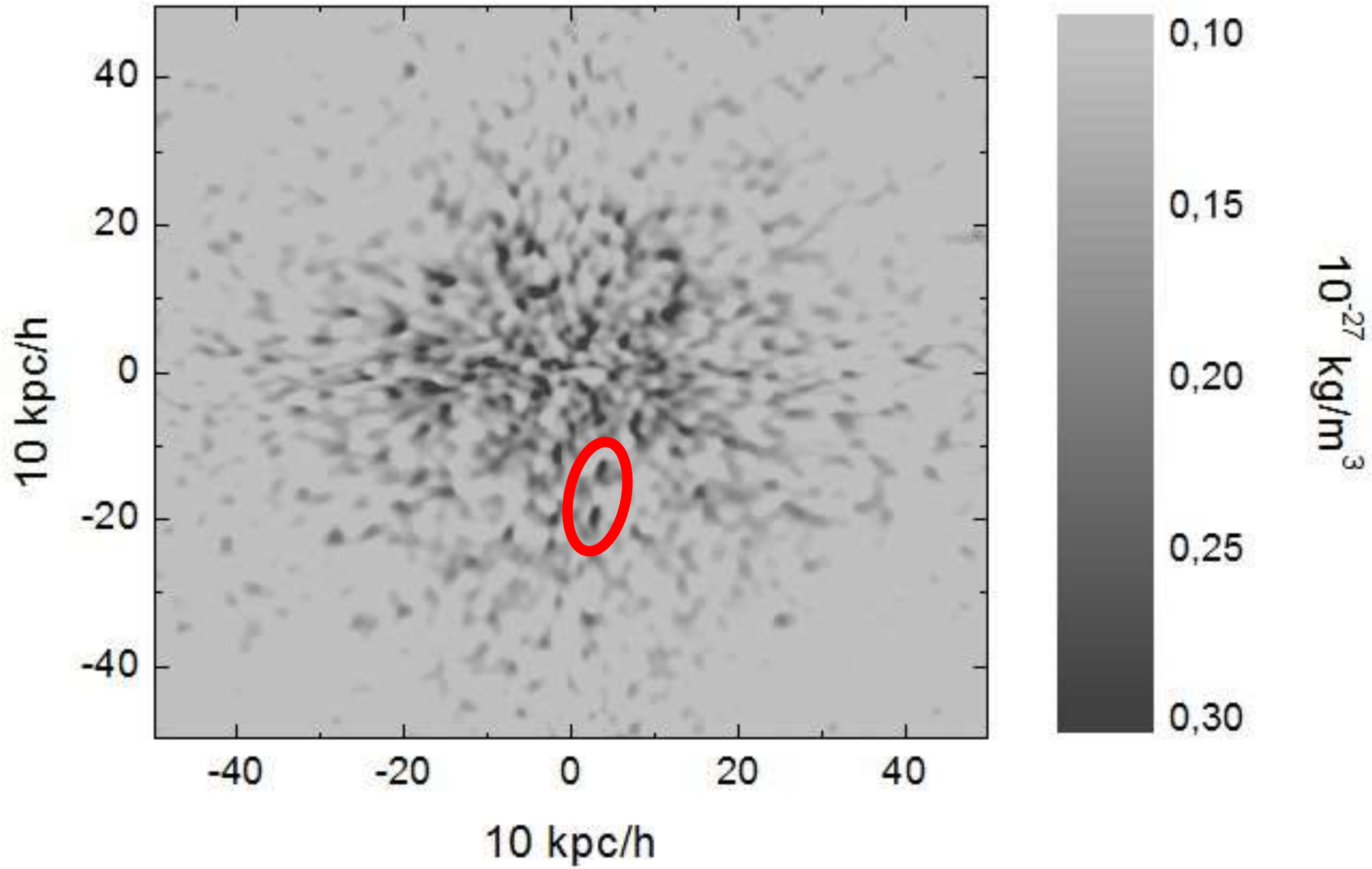


Космологическое моделирование. Моделирование скопления галактик

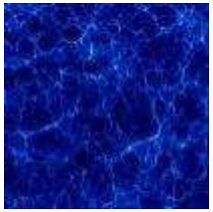


Кластер $\lambda_1 \;\square\; \lambda_2 \;\square\; \lambda_3$

Космологическое моделирование. Моделирование скопления галактик



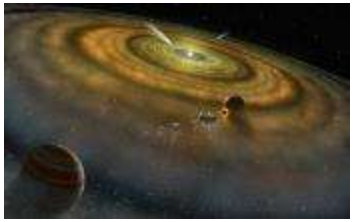
Масштабы астрофизических объектов



Космологические масштабы

Масштабы галактик

Молекулярные облака



Планетные системы

Импактные события

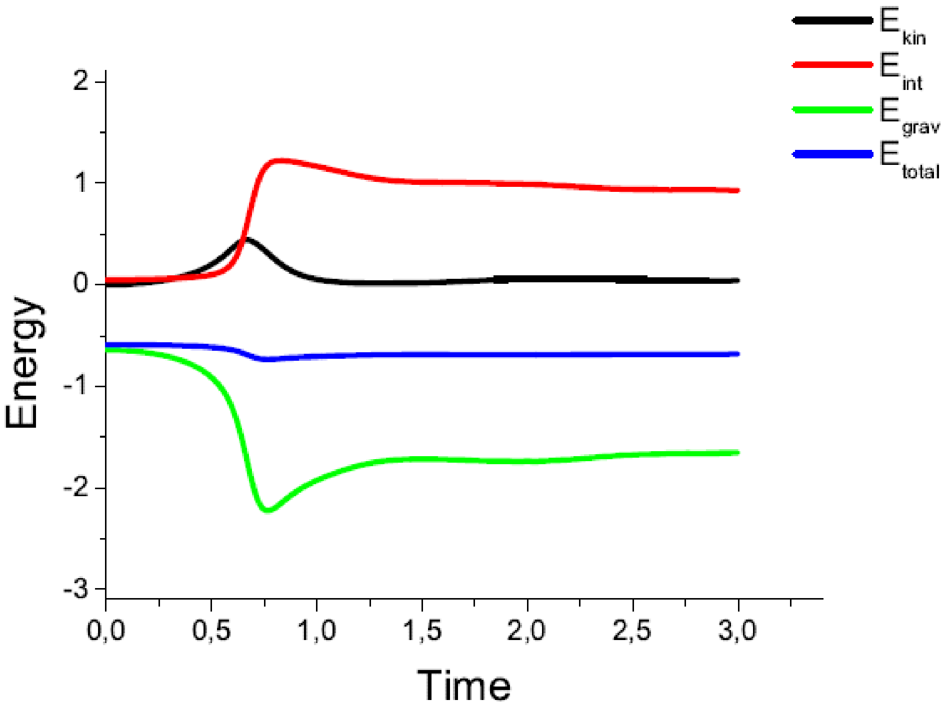
Коллапс Эврарда

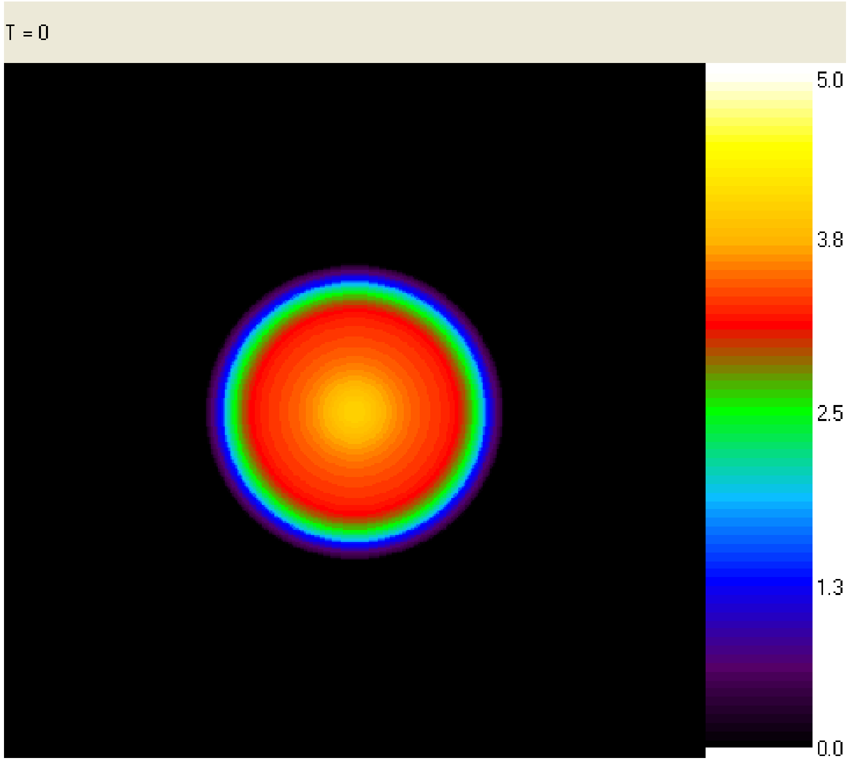
Радиус сферы = 1

Скорость = 0

Профиль плотности ~ 1/r

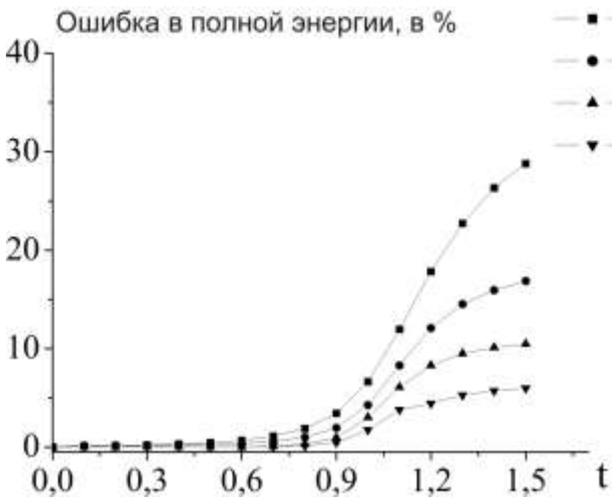
Профиль давления ~ 1/r





Задачи коллапса астрофизических объектов

Сжатие не вращающегося газового облака (сравнение с SPH [1])



Сжатие вращающегося молекулярного облака [2]

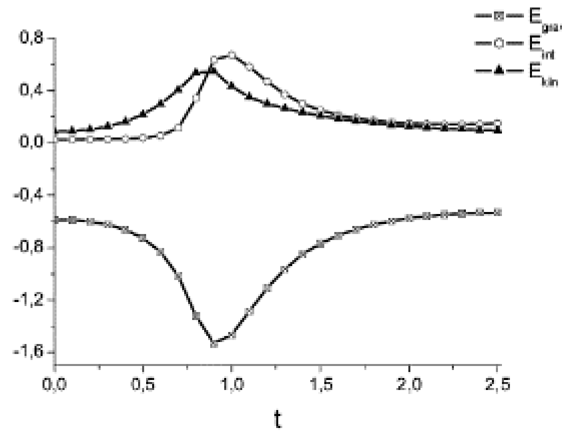
$$M = 10^7 M_{\odot}$$

$$R = 100 \; pc$$

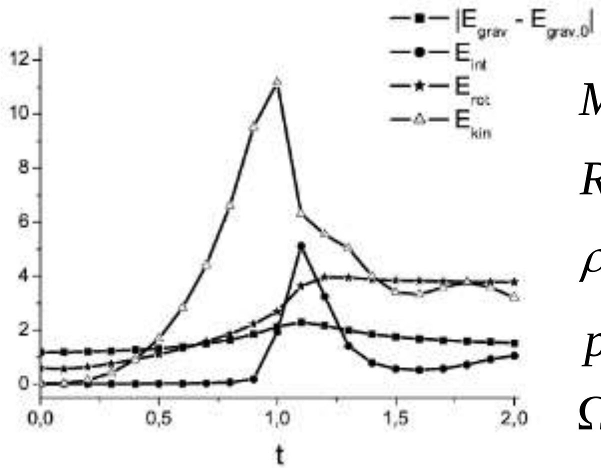
$$\rho(r) \sim 1/r$$

$$c = 3.8 \quad km/\sec$$

$$\Omega_0 = 21 \quad km/\sec$$



Сжатие быстровращающегося газового облака [3]



$$M = 3.457 \times 10^{30} \, kg$$

$$R = 3.81 \times 10^{14} \, m$$

$$\rho(r) \sim 1$$

$$p = 0.1548 \times 10^{-10} \, H / m^2$$

$$\Omega_0 = 2.008 \quad rad/\sec$$

[1] Vshivkov V., Lazareva G., Snytnikov A., Kulikov I. Supercomputer Simulation of an Astrophysical Object Collapse by the Fluids-in-Cell Method // LNCS. 2009. Vol. 5698. P.414--422.
[2] Kulikov I.M., Chernykh I.G., Snytnikov A.V., Glinskiy B.M., Tutukov A.V. AstroPhi: A code for complex simulation of dynamics of astrophysical objects using hybrid supercomputers // Computer Physics Communications. - 2015. - V. 186. - P. 71-80.
[3] Куликов И.М., Черных И.Г., Глинский Б.М. AstroPhi: программный комплекс для моделирования динамики астрофизических объектов на гибридных суперЭВМ, оснащенных ускорителями Intel Xeon Phi // Вестник ЮУрГУ. - 2013. - Т. 2, Вып. 4. - С. 57-79.

Процесс звездообразования и магнитное поле

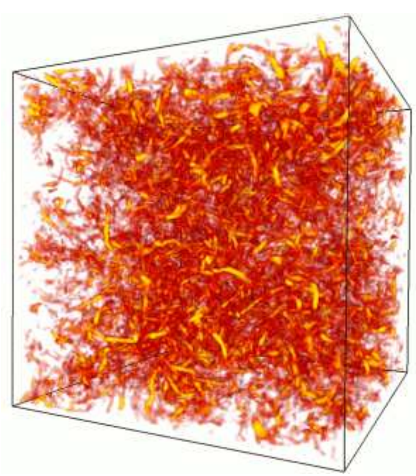
~~Stars form from Gas~~

~~Stars form from Molecular Gas~~

om Magnetically Supercritical Molecular
tion is slow: ε_{ff}~0.01-0.05 from n_H up to
naps due to turbulence or magnetic supp
rmation is localized in ~parsec-sized star
vs about the global dynamical timescale
n triggered by converging flows in galact
llisions can explain these local and globa
gle, self-similar model of a star-forming,
explain both disk galaxies and circumnu
requires detailed comparison of detailed

Summary points

- We are able to take magnetic fields into account in cosmological simulations of disc galaxy formation
- Disc galaxies with magnetic fields show a slight suppression of star formation and higher gas fraction
- Magnetic field strength saturates at 10 μG in the center, declines to a few μG in outer regions of the disk
- Cosmic rays seem to be an important driver of galactic winds in small galaxies
- Bridging the gap more pressing than ever – there is a direct link from small-scale physics to cosmology!
- We need to step up our efforts to make full use of existing computing technology – and those of the future



Метод решения уравнений магнитной газовой динамики

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} = 0 \qquad \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial(p v_x)}{\partial x} = -(\gamma - 1)\, p \frac{\partial v_x}{\partial x}$$

$$\frac{\partial(\rho v_y)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_y v_x - B_y B_x)}{\partial x} = 0 \qquad \frac{\partial B_y}{\partial t} + \frac{\partial(B_y v_x - B_x v_y)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial(\rho v_z)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_z v_x - B_z B_x)}{\partial x} = 0 \qquad \frac{\partial B_z}{\partial t} + \frac{\partial(B_z v_x - B_x v_z)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x^2 - B_x^2)}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(p + \frac{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}{2}\right)$$

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial\left(\left(\rho E + p + \frac{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}{2}\right)v_x - B_x(\vec{v}, \vec{B})\right)}{\partial x} = 0$$

Краткое описание численного метода

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \nabla \cdot \left(Q \cdot \vec{v} \right) = J\left(Q, \nabla Q \right)$$

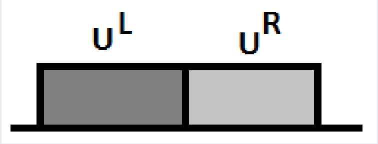
(1)

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = J\left(Q, \nabla Q \right)$$

(2)

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \nabla \cdot \left(Q \cdot \vec{v} \right) = 0$$

Задача Римана



$$\frac{\partial u}{\partial t} + B\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \qquad B = R\Lambda L \qquad LR = I$$

$$L\frac{\partial u}{\partial t} + LR\Lambda L\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \qquad w = Lu$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \Lambda\frac{\partial w}{\partial x} = 0 \qquad w\left(x,t\right) = w\left(x - \Lambda t\right) \qquad u = Rw$$

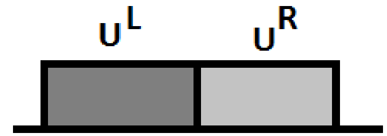
Кусочно-параболические функции

(*) Kulikov, et al., LNCS, 2009; APJS, 2011, 2014; AAABS, 2013; CPC 2015; JCP 2016

(**) Ustyugov, Popov, Comp. Math. & Math. Phys., 2007, 2008, Comp. Phys., 2009

Решение задачи Римана для МГД уравнений на эйлеровом этапе метода

$$\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ B_y \\ B_z \\ p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{B_y}{\rho} & \frac{B_z}{\rho} & \frac{1}{\rho} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{B_x}{\rho} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{B_x}{\rho} & 0 \\ B_y & -B_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_z & 0 & -B_x & 0 & 0 & 0 \\ \gamma p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x}\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ B_y \\ B_z \\ p \end{pmatrix} = 0$$



$$\rho = \frac{\rho^L\sqrt{\rho^L} + \rho^R\sqrt{\rho^R}}{\sqrt{\rho^L} + \sqrt{\rho^R}}$$

$$p = \frac{p^L\sqrt{\rho^L} + p^R\sqrt{\rho^R}}{\sqrt{\rho^L} + \sqrt{\rho^R}} \qquad c = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$$

$$B_{[x,y,z]} = \frac{B^R_{[x,y,z]}\sqrt{\rho^L} + B^L_{[x,y,z]}\sqrt{\rho^R}}{\sqrt{\rho^L} + \sqrt{\rho^R}} \qquad c_a = |b_x| = \left|\frac{B_x}{\sqrt{\rho}}\right|$$

$$v_{[x,y,z]} = \frac{v^L_{[x,y,z]}\sqrt{\rho^L} + v^R_{[x,y,z]}\sqrt{\rho^R}}{\sqrt{\rho^L} + \sqrt{\rho^R}} \qquad c_{f,s} = \sqrt{\frac{\left(c^2+b^2\right) \pm \sqrt{\left(c^2+b^2\right)^2 - 4c^2c_a^2}}{2}}$$

$$\left(\beta_y, \beta_z\right) = \begin{cases} \dfrac{\left(B_y, B_z\right)}{\sqrt{B_y^2 + B_z^2}}, & B_y^2 + B_z^2 \neq 0 \\ \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}, \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right), & B_y^2 + B_z^2 = 0 \end{cases}$$

$$\left(\alpha_f, \alpha_s\right) = \begin{cases} \dfrac{\left(\sqrt{c^2 - c_s^2}, \sqrt{c_f^2 - c^2}\right)}{\sqrt{c_f^2 - c_s^2}}, & B_y^2 + B_z^2 \neq 0 \ \text{ or } \ \gamma p \neq B_x^2 \\ \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}, \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right), & B_y^2 + B_z^2 = 0 \ \text{ and } \ \gamma p = B_x^2 \end{cases}$$

Процедура построения параболы в случае МГД уравнений

Приведем подробную процедуру построения параболы и параметров q_i^R, q_i^L, $\triangle q_i$, q_i^6. Для определенности будем конструировать кусочно-параболическую функцию произвольного параметра $q(x)$ на регулярной сетке с шагом h, на интервале $[x_{i-1/2}, x_{i+1/2}]$. В общем виде парабола может быть записана как:

$$q(x) = q_i^L + \xi \left(\triangle q_i + q_i^{(6)} (1 - \xi) \right)$$

где q_i – значение в центре ячейки, $\xi = (x - x_{i-1/2})h^{-1}$, $\triangle q_i = q_i^L - q_i^R$ и $q_i^{(6)} = 6(q_i - 1/2(q_i^L + q_i^R))$ при условии сохранения консервативности, то есть:

$$q_i = h^{-1} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} q(x) dx$$

Для конструирования значений $q_i^R = q_{i+1}^L = q_{i+1/2}$ будем использовать интерполяционную функцию четвертого порядка точности:

$$q_{i+1/2} = 1/2(q_i + q_{i+1}) - 1/6(\delta q_{i+1} - \delta q_i)$$

где $\delta q_i = 1/2(q_{i+1} - q_{i-1})$. Далее опишем алгоритм получения локальной параболы. На вход алгоритма подаются значения в точках ячеек q_i. На выходе алгоритма определяются все параметры кусочно-параболических функций на всех интервалах $[x_{i-1/2}, x_{i+1/2}]$.

Процедура построения параболы в случае МГД уравнений

Шаг 1. На первом шаге мы конструируем значения $\delta q_i = 1/2(q_{i+1} - q_{i-1})$. Для этого нам необходимо знание только соседних ячеек $q_{i+1}, qi - 1$. Для избежания экстремумов функций используем модификацию последней формулы для δq_i в виде:

$$\delta_m q_i = \begin{cases} min(|\delta q_i|, 2|q_{i+1} - q_i|, 2|q_i - q_{i-1}|)sign(\delta q_i), \\ (q_{i+1} - q_i)(q_i - q_{i-1}) > 0 \\ 0, (q_{i+1} - q_i)(q_i - q_{i-1}) \le 0 \end{cases}$$

В случае параллельной реализации на архитектурах с распределенной памятью мы должны сделать обмены одного слоя перекрытия расчетной области средствами MPI. После чего пересчитываем значения на границе с помощью интерполянта четвертого порядка точности:

$$q_i^R = q_{i+1}^L = q_{i+1/2} = 1/2(q_i + q_{i+1}) - 1/6(\delta_m q_{i+1} - \delta_m q_i)$$

Процедура построения параболы в случае МГД уравнений

Шаг 2. На втором шаге алгоритма мы начинаем конструировать саму локальную параболу с помощью формулы:

$$\triangle q_i = q_i^L - q_i^R$$

$$q_i^{(6)} = 6(q_i - 1/2(q_i^L + q_i^R))$$

В случае немонотонности локальной параболы (такое имеет место на разрывах) мы перестраиваем значения на границах q_i^L, q_i^R по формулам:

$$q_i^L = q_i, q_i^R = q_i, (q_i^L - q_i)(q_i - q_i^R) \leq 0$$

$$q_i^L = 3q_i - 2q_i^R, \triangle q_i q_i^{(6)} > (\triangle q_i)^2$$

$$q_i^R = 3q_i - 2q_i^L, \triangle q_i q_i^{(6)} < -(\triangle q_i)^2$$

Таким образом, граничные значения удовлетворяют условиям монотонности.

Процедура построения параболы в случае МГД уравнений

Шаг 3. На третьем шаге перестроим параметры параболы с учетом новых значений на границах ячеек:

$$\triangle q_i = q_i^L - q_i^R$$

$$q_i^{(6)} = 6(q_i - 1/2(q_i^L + q_i^R))$$

В результате локальная парабола в каждой ячейке $[x_{i-1/2}, x_{i+1/2}]$ получена. Стоит отметить, что параболы могут иметь разрыв на границах ячеек, что в случае использования классического кусочно-параболического метода (PPM) приводит к необходимости решения задачи Римана для парабол. В нашем случае локальные параболы используются как составная часть задачи Римана.

Процедура построения параболы в случае МГД уравнений

Шаг 4. На четвертом шаге происходит дополнительная монотонизация параболы. Если мы находимся в области разрыва рассматриваемой функции, тогда введятся дополнительный подправки в параболу:

$$q_i^{L,+} = q_i - \frac{1}{4}\delta_m q_i \qquad q_i^{R,+} = q_i + \frac{1}{4}\delta_m q_i$$

Вводим дополнительный критерий

$$\eta = -h^2 \frac{\delta_m^2 q_{i+1} - \delta_m^2 q_{i-1}}{q_{i+1} - q_{i-1}}$$

В случае если выполнено одно из следующих условий:

$$q_{i+1}q_{i-1} > 0 \qquad |q_{i+1} - q_{i-1}| - \frac{1}{100}\min(|q_{i+1}|, |q_{i-1}|, |q_{i+1}| + |q_{i-1}|) \leq 0$$

значений критерия η обнуляется. Вес, с которым будет браться в расчетную схему значения $q_i^{L,+}$ и $q_i^{R,+}$ определяется по формуле:

$$\hbar = \max(\min(20(\eta - 0.05), 1), 0)$$

Итоговые значения потоков на границе вычисляются по формулам:

$$q_i^{L,FINAL} = (1 - \hbar)q_i^{L,+} + \hbar q_i^L \qquad q_i^{R,FINAL} = (1 - \hbar)q_i^{R,+} + \hbar q_i^R$$

Использование схемы Рунге-Кутта для интегрирования по времени

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \nabla \cdot \left(Q \cdot \vec{v} \right) = J\left(Q, \nabla Q \right)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \nabla \cdot \left(Q \cdot \vec{v} \right) = 0 \qquad \qquad \frac{\partial Q}{\partial t} = J\left(Q, \nabla Q \right)$$

$$\frac{dQ}{dt} = R$$

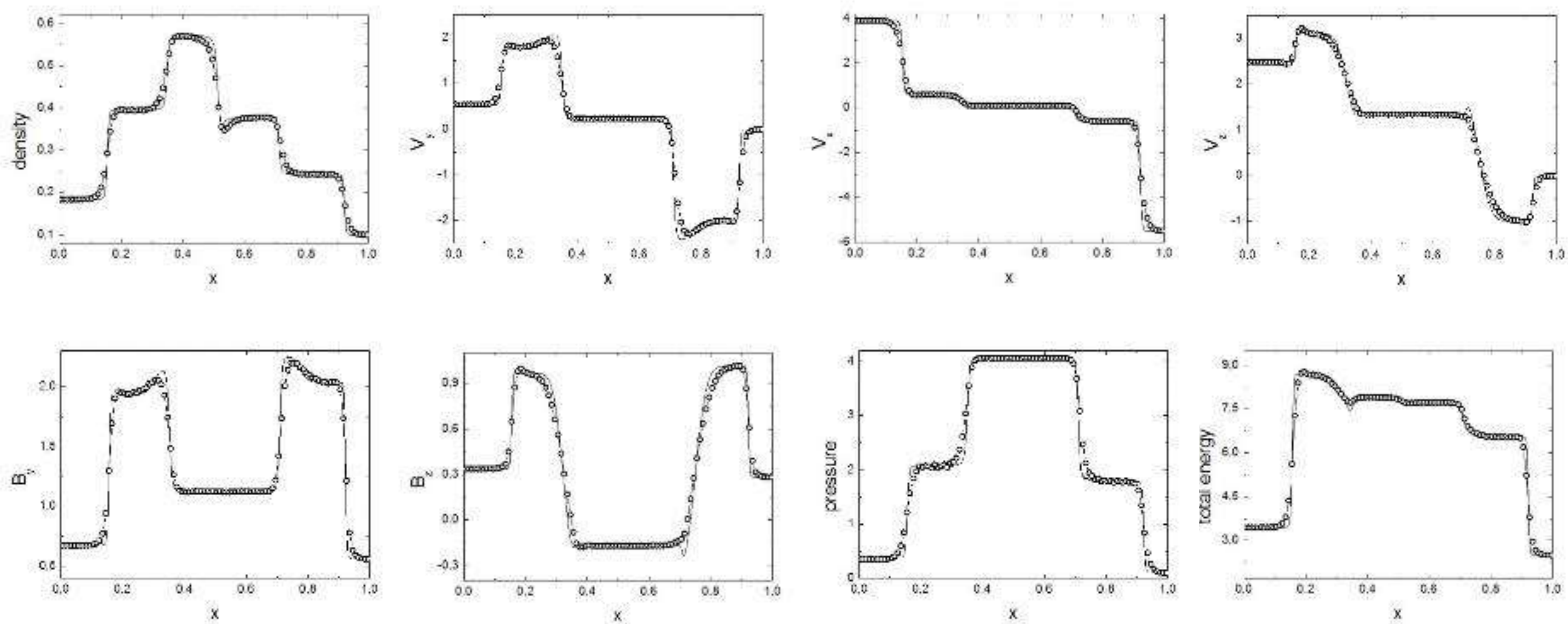
$$Q^{\left(n+1/3\right)} = Q^{(n)} + \tau R^{(n)}$$

$$Q^{\left(n+2/3\right)} = \frac{3}{4} Q^{(n)} + \frac{1}{4} Q^{\left(n+1/3\right)} + \frac{\tau}{4} R^{\left(n+1/3\right)}$$

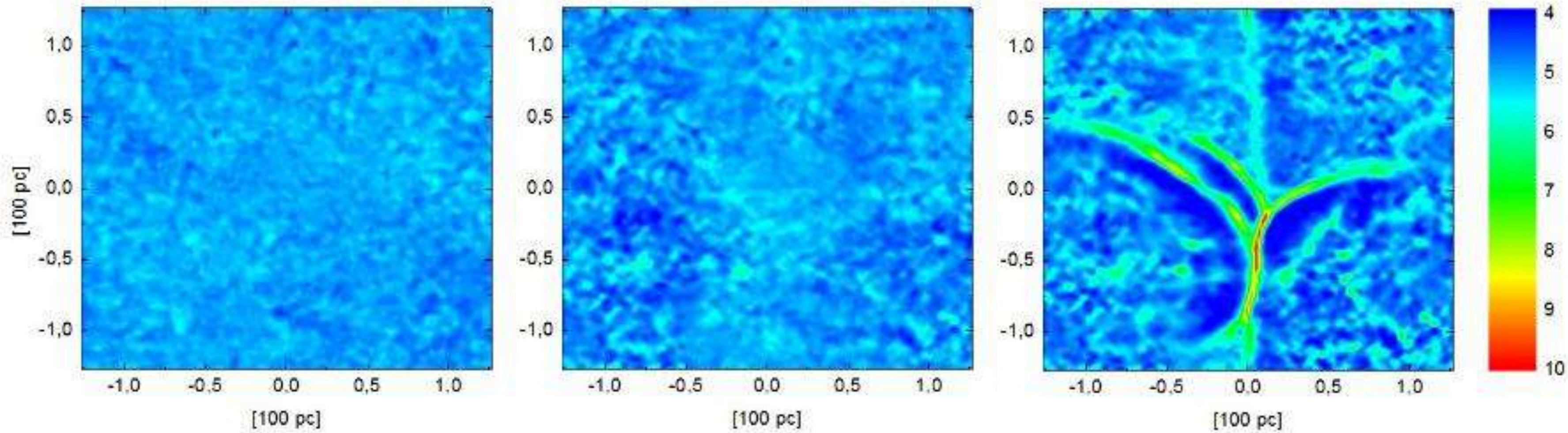
$$Q^{(n+1)} = \frac{1}{3} Q^{(n)} + \frac{2}{3} Q^{\left(n+2/3\right)} + \frac{2\tau}{3} R^{\left(n+2/3\right)}$$

МГД ударная труба (Куликовский, Погорелов, Семенов, 2001)

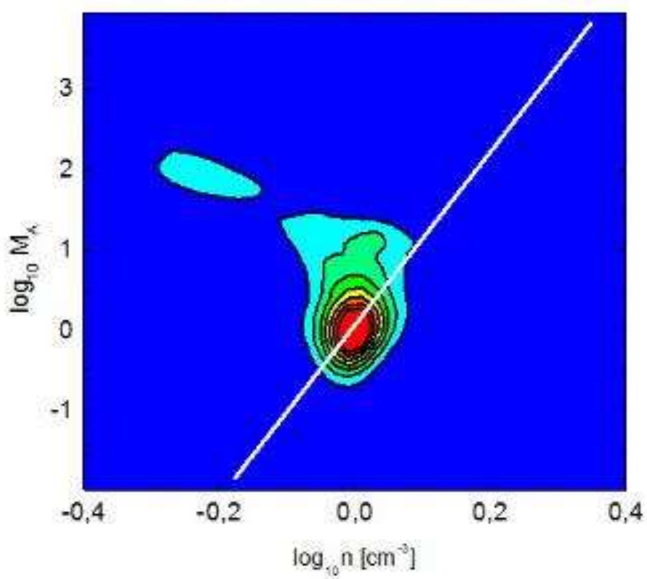
$$\left[\rho, p, v_x, v_y, v_z, \sqrt{4\pi}B_y, \sqrt{4\pi}B_z\right] = \begin{cases} \left[0.18405, 0.3541, 3.8964, 0.5361, 2.4866, 2.394, 1.197\right], & x < 0.5 \\ \left[0.1, 0.1, -5.5, 0, 0, 2, 1\right], \quad \sqrt{4\pi}B_x \equiv 4 \quad t = 0.15 & x \geq 0.5 \end{cases}$$

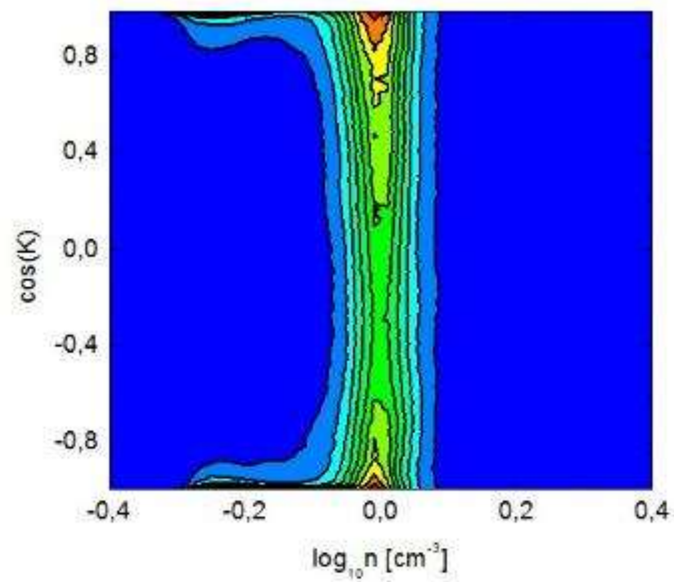


Развитие МГД турбулентности в межзвездной среде



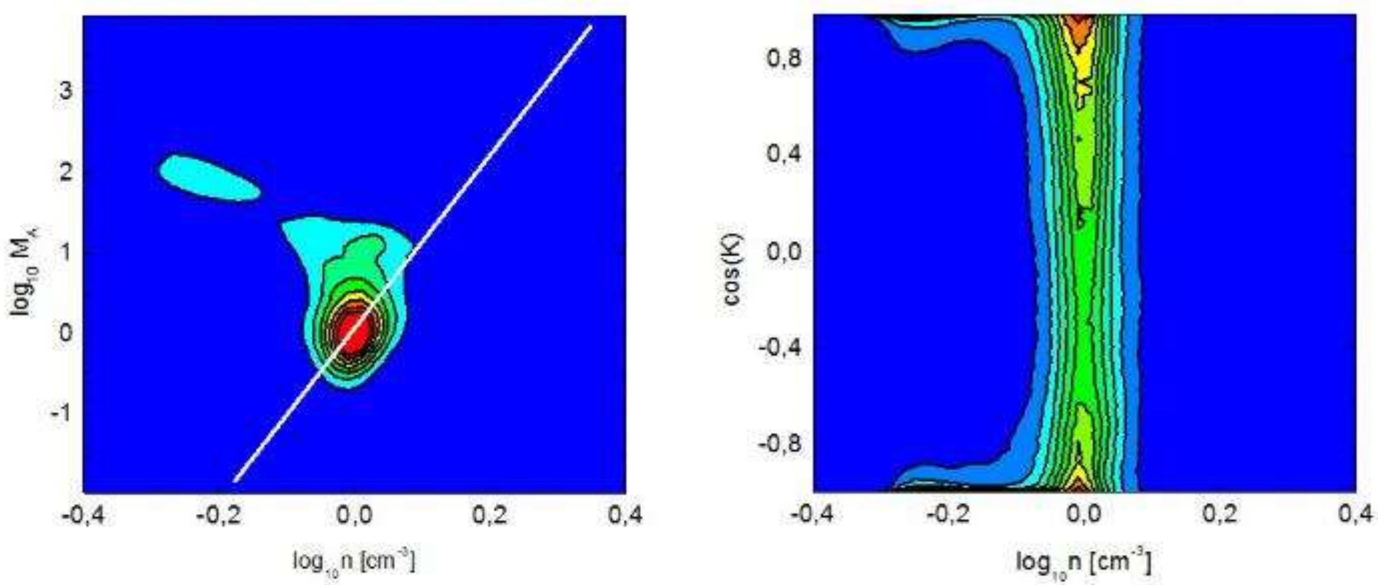
Плотность межзвездной среды в см$^{-3}$





Развитие МГД турбулентности в межзвездной среде

Для альфвеновского числа Маха прослеживается корреляция $M \sim n^2$, показанная белой линией и большая часть облака $n > 10$ см$^{-3}$ попадают в сверхальфвеновскую область. Причина возникновения такого режима связано с самоорганизацией в замагниченной турбулентной межзвездной среде в трансальфеновском режиме $M \sim 1$ при $n \sim 1$. При таких плотностях контуры косинуса угла колинеарности между векторами скорости и магнитного поля образуют седловидную структуру, что говорит о том, что сжатие происходит вдоль силовых линий магнитного поля. Затем за счёт влияния самогравитации происходит дальнейшее увеличение массы и плотности облаков. В свою очередь в полученных плотных облаках турбулентность является только сверхальфвеновской с числом Маха M > 100.



Зависимость альфвеновской скорости от плотности газа изображен на рисунке слева, косинуса угла колинеарности между векторами скорости и магнитного поля от плотности газа изображен справа

Задачи коллапса молекулярных облаков

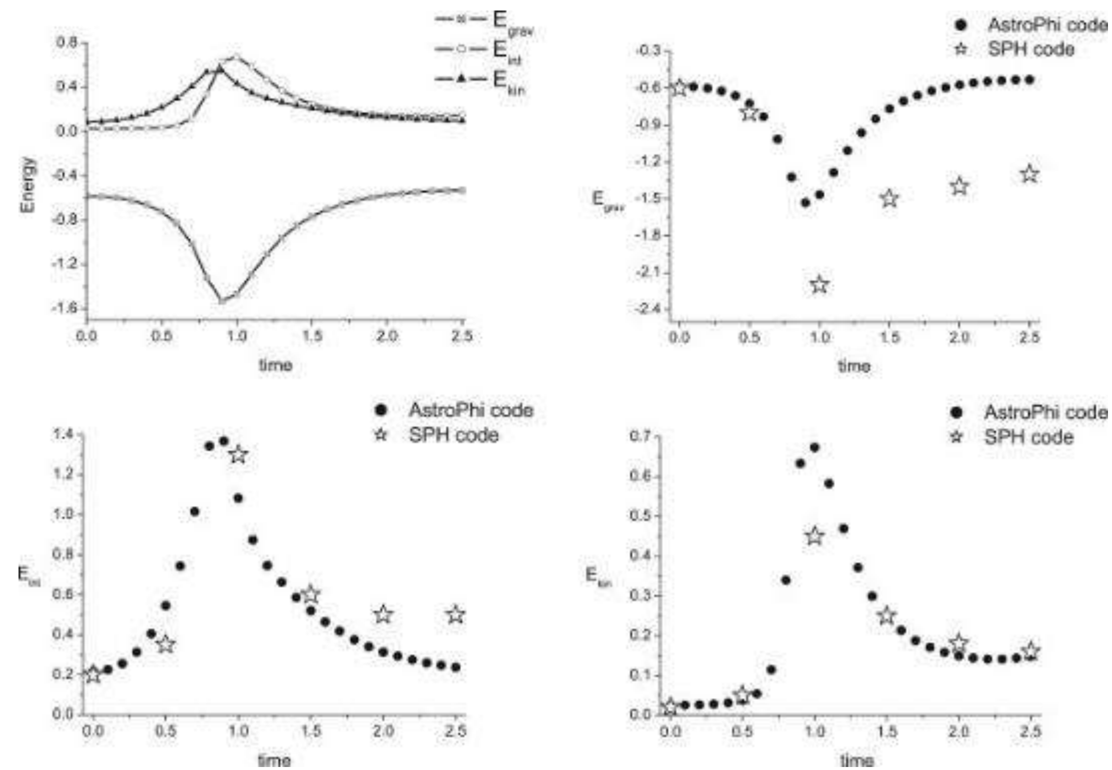
$$M = 10^7 M_{\odot}$$

$$R = 100 \ \ pc$$

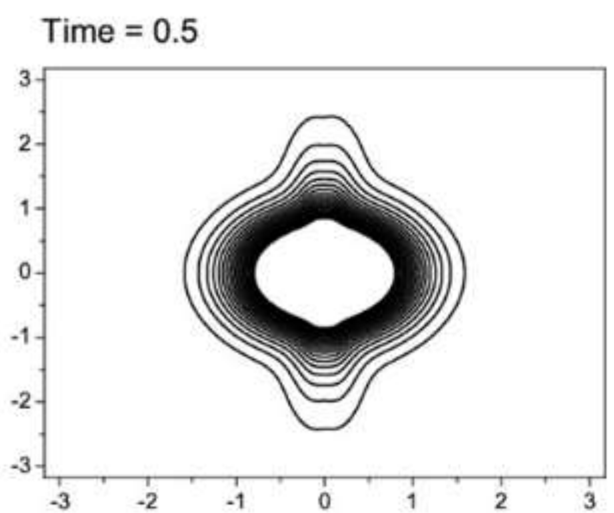
$$\rho(r) \sim 1/r$$

$$c = 3.8 \ \ km/\sec$$

$$\Omega_0 = 21 \ \ km/\sec$$



Поведение различных типов энергий, сравнение с SPH



$$E_{mag} \gg E_{kin} + \left|E_{grav}\right| + E_{\text{int}}$$

При наличии сильного вертикального магнитного поля происходит образование полярных течений

Заключение

В диссертации сформулированы и решены постановки новых задач математического моделирования гидродинамических процессов в самосогласованном гравитационном поле на суперЭВМ:

- **Построена новая модель упруго-пластических деформаций с учетом фазовых переходов. На задаче о косом соударении пластин объяснен механизм волнообразования и процесс фазовых переходов при формировании кумулятивной струи.**
- **Построена новая термодинамически согласованная гидродинамическая модель астрофизических объектов, основанная на совместном решении уравнений (магнитной) газовой динамики и уравнений для первых моментов бесстолкновительного уравнения Больцмана для описания бесстолкновительной компоненты.**
- **Разработан новый эффективный численный метод высокого порядка точности на гладких решениях и с малой диссипацией решения в области разрывов для решения гидродинамических уравнений. Было достигнуто 55-кратное ускорение на GPU и 134-кратное ускорение на Intel Xeon Phi с высокой степенью масштабируемости.**

Заключение

- **С помощью вычислительных экспериментов:**
  - **впервые в рамках полной гидродинамической модели исследована задача столкновения галактик, определены диапазоны гидродинамических параметров для развития каждого сценария столкновения;**
  - **определены области звездообразования, возникающие при столкновении галактик, и области образования сложных химических соединений;**
  - **впервые исследована задача образования различного числа рукавов галактики, определены гидродинамические параметры для образования двух-, четырех- и семирукавных галактик;**
  - **впервые на задаче самоорганизации молекулярных облаков показано преимущество разработанного численного метода над лагранжевым методом сглаженных частиц при воспроизведении высоких градиентов решения.**

Научная и практическая ценность

- **Объяснены процессы фазового перехода при волнообразовании и динамике кумулятивной струи, возникающей при косом соударении двух металлических пластин.**

- **Исследована задача столкновения галактик в полной термодинамически согласованной гидродинамической модели.**

- **Исследована в газодинамической и магнитно-газодинамической постановках задача коллапса молекулярных облаков в ходе эволюции межзвездной среды.**

Положения, выносимые на защиту

1) Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий:

- **Разработка, обоснование и тестирование математической модели упруго-пластических деформаций с учетом фазовых переходов.**
- **Разработка, обоснование и тестирование численной гидродинамической модели для описания астрофизических объектов.**
- **Разработка, обоснование и тестирование эффективного численного метода высокого порядка точности на гладких решениях и малой диссипации численного решения в области разрывов для математического моделирования гидродинамических течений на суперЭВМ.**

Положения, выносимые на защиту

2) Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента:

- **Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплекса программ для проведения вычислительных экспериментов для исследования динамики кумулятивной струи и процесса волнообразования при «сварке взрывом» двух металлических пластин**
- **Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплекса программ для проведения вычислительных экспериментов для исследования эволюции и взаимодействия галактик**
- **Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплекса программ для проведения вычислительных экспериментов для исследования эволюции межзвездной среды и коллапса молекулярных облаков**

Положения, выносимые на защиту

3) Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента:

- **Объяснен процесс волнообразования и процесс фазового перехода при эволюции кумулятивной струи, возникающей при косом соударении двух металлических пластин.**
- **Объяснен процесс развития центрального столкновения галактик. Определены области активного звездообразования и образования молекулярного водорода. Определены гидродинамические параметры для образования 2-4-7-рукавных галактик.**
- **Объяснен процесс и образование полярных течений в молекулярных облаках при самоорганизации межзвездной среды. Доказано преимущество разработанного в диссертации численного метода над лагранжевым методом сглаженных частиц при воспроизведении высоких градиентов решения.**

Список основных публикаций

1. Годунов С.К., Киселев С.П., Куликов И.М., Мали В.И. Моделирование ударно-волновых процессов в упругопластических материалах на различных (атомный, мезо и термодинамический) структурных уровнях. – Изд-во: Ижевский институт компьютерных исследований. – 2014. – 296 С.
2. Kulikov I. GPUPEGAS: A New GPU-accelerated Hydrodynamic Code for Numerical Simulations of Interacting Galaxies // The Astrophysical Journal Supplements Series. – 2014. – V. 214, 12.
3. Kulikov I.M., Chernykh I.G., Snytnikov A.V., Glinskiy B.M., Tutukov A.V. AstroPhi: A code for complex simulation of dynamics of astrophysical objects using hybrid supercomputers // Computer Physics Communications. – 2015. – V. 186. – P. 71-80.
4. Kulikov I., Chernykh I., Snytnikov A., Protasov V., Tutukov A., Glinsky B. Numerical Modelling of Astrophysical Flow on Hybrid Architecture Supercomputers // In Parallel Programming: Practical Aspects, Models and Current Limitations (ed. M. Tarkov). – 2014. – P. 71-116.
5. Kulikov I. PEGAS: Hydrodynamical code for numerical simulation of the gas components of interacting galaxies // Book Series of the Argentine Astronomical Society. – 2013. – V. 4. – P. 91-95.
6. Vshivkov V., Lazareva G., Snytnikov A., Kulikov I., Tutukov A. Hydrodynamical code for numerical simulation of the gas components of colliding galaxies // The Astrophysical Journal Supplement Series. – 2011. – V. 194, 47.
7. Vshivkov V., Lazareva G., Snytnikov A., Kulikov I., Tutukov A. Computational methods for ill-posed problems of gravitational gasodynamics // Journal of Inverse and Ill-posed Problems. – 2011. – V. 19. – P. 151-166.
8. Тутуков А.В., Лазарева Г.Г., Куликов И.М. Газодинамика центрального столкновения двух галактик: слияние, разрушение, пролет, образование новой галактики // Астрономический журнал.– 2011. – Т. 88, Вып. 9. – С. 837-851.
9. Godunov S., Kulikov I. Computation of Discontinuous Solutions of Fluid Dynamics Equations with Entropy Nondecrease Guarantee // Computational Mathematics and Mathematical Physics. – 2014. – V. 54, I. 6. – P. 1012-1024.

Список основных публикаций

10. Годунов С.К., Киселев С.П., Куликов И.М., Мали В.И. Численное и экспериментальное моделирование образования волн при сварке взрывом // Труды Математического Института им. В.А. Стеклова. – 2013.– Т. 281. – С. 16 - 31.
11. Kulikov I., Lazareva G., Snytnikov A., Vshivkov V. Supercomputer Simulation of an Astrophysical Object Collapse by the Fluids-in-Cell Method // Lecture Notes in Computer Science. – 2009. – V. 5698. – P. 414-422.
12. Вшивков В.А., Лазарева Г.Г., Куликов И.М. Модификация метода крупных частиц для задач гравитационной газовой динамики. // Автометрия. – 2007. – Т. 43, Вып. 6. – С. 56-65.
13. Вшивков В.А., Лазарева Г.Г., Киреев С.Е., Куликов И.М. Параллельная реализация модели газовой компоненты самогравитирующего протопланетного диска на суперЭВМ // Вычислительные технологии. – 2007. – Т. 12, Вып. 3. – С. 38-52.
14. Вшивков В.А., Лазарева Г.Г., Куликов И.М. Операторный подход для численного моделирования гравитационных задач газовой динамики // Вычислительные технологии. – 2006. – Т. 11, Вып. 3. – С. 27-35.
15. Kulikov I., Chernykh I. Glinskiy B., Weins D., Shmelev A. Astrophysics simulation on RSC massively parallel architecture // Proceedings - 2015 IEEE/ACM 15th International Symposium on Cluster, Cloud, and Grid Computing, CCGrid 2015. – 2015. – P. 1131-1134.
16. Protasov V., Serenko A., Nenashev V., Kulikov I., Chernykh I. High-Performance Computing in Astrophysical Simulations // Journal of Physics: Conference Series. – 2016. – V. 681, 012022.
17. Kulikov I., Chernykh I., Nenashev V., Katysheva E. Numerical modeling of interacting galaxies on Intel Xeon Phi supercomputers // CEUR Workshop Proceedings. – 2015. – V. 1482. – P. 226-237.
18. Glinskiy B., Kulikov I., Snytnikov A., Chernykh I., Weins D. A multilevel approach to algorithm and software design for exaflops supercomputers // CEUR Workshop Proceedings. – 2015. – V. 1482. – P. 4-16.

Список основных публикаций

19. Куликов И.М., Черных И.Г., Глинский Б.М. AstroPhi: программный комплекс для моделирования динамики астрофизических объектов на гибридных суперЭВМ, оснащенных ускорителями Intel Xeon Phi // Вестник Южно-Уральского Государственного Университета. Серия: Вычислительная математика и информатика. – 2013. – Т. 2, Вып. 4. – С. 57-79.
20. Протасов В.А., Куликов И.М. PADME – новый код для моделирования процесса формирования георесурсов планет на гетерогенных вычислительных системах // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2015. – Т. 326, Вып. 8. –- С. 61-70.
21. Вшивков В.А., Лазарева Г.Г., Киреев С.Е., Куликов И.М. Численное решение трехмерных задач динамики самогравитирующих многофазных систем // Научный вестник НГТУ. – 2011. – Вып. 3 (44). – С. 69-80.
22. Лазарева Г.Г., Куликов И.М., Вшивков В.А., Кошкарова Е.А., Берендеев Е.А., Горр М.Б., Антонова М.С. Параллельная реализация численной модели столкновения галактик // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Информационные технологии. – 2011. – Т. 9., Вып. 4. – С. 71-78.
23. Kulikov I., Vorobyov E. Using the PPML approach for constructing a low-dissipation, operator-splitting scheme for numerical simulations of hydrodynamic flows // Journal of Computational Physics. – 2016. – V. 317. – P. 318-346.

Результаты интеллектуальной деятельности

1. Программа для моделирования динамики трехмерных астрофизических газовых объектов, свидетельство 2013611678 от 19 апреля 2013 г.
2. Программа для решения нестационарных задач акустики в трехмерной постановке на гибридных суперЭВМ, свидетельство 2012618663 от 21 сентября 2012 г.
3. Программный пакет для решения задач гравитационной газовой динамики PEGAS, свидетельство 2012617347 от 15 июня 2012 г.

Спасибо

за

внимание