

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по науке и инновациям
федерального государственного автономного
образовательного учреждения высшего
образования «Северо-Восточный Федеральный
университет имени М.К. Аммосова»


Соловьев Евгений Эдуардович

« 10 » декабря 2021 г.



ОТЗЫВ

ведущей организации ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет
им. М.К. Аммосова» на диссертационную работу

Петраковой Виктории Сергеевны на тему «**Численные методы решения задач
«среднего поля»**», представленную к защите на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 – Математическое
моделирование, численные методы и комплексы программ

Актуальность темы диссертации. Большие системы взаимосвязанных агентов занимают центральное место во многих областях науки. В качестве агентов могут рассматриваться люди, техника, частицы и т.д., а в качестве систем – от жидкостей до финансовых рынков. Теория «среднего поля» была первоначально разработана для изучения систем элементарных физических частиц и с тех пор стала распространенным математическим подходом для изучения более широких классов задач, например, динамических экономико-социальных систем. В теории «игр среднего поля» («Mean Field Games» в оригинале) исследуются управляемые процессы с большим числом агентов N посредством изучения предела при $N \rightarrow \infty$, когда вклад каждого отдельно взятого агента становится пренебрежимо малым, а макроскопические и статистические особенности системы могут быть аппроксимированы через поведение типичного (усредненного) агента. основополагающими работами в этой области являются работы Д.М. Ласри и П.-Л. Лионса (2007). Именно в этих работах впервые было показано, что анализ поведения системы с большим числом участников сводится к изучению связанной системы «обратного» по времени уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана, гарантирующего оптимальное управление системой, и «прямого» уравнения Колмогорова (Фоккера-Планка), отвечающего за временную динамику всей массы агентов.

Вместе с тем, постоянно расширяющаяся область приложений моделей «среднего поля» требует разработки как эффективных методов численного решения таких задач, так и новых постановок, более предназначенных для моделирования реальных социально-экономических ситуаций.

Диссертационная работа В.С. Петраковой посвящена исследованию сеточной постановки оптимизационных дифференциальных задач «среднего поля» и их модификаций.

В силу вышеизложенного, актуальность темы диссертационной работы Петраковой В.С. не вызывает сомнений.

Целью диссертации является адаптация математических моделей «среднего поля» к оптимизации затрат, доходов, достижению поставленных социальных и экономических целей, прогнозированию критических ситуаций для выбранной предметной области, а также разработка и обоснование эффективных численных методов решения задач, описываемых такими математическими моделями.

Научная новизна полученных в диссертации результатов заключается в том, что предложенные в работе постановки и вычислительные алгоритмы приводятся впервые.

Теоретическая и практическая значимость. В работе представлен и обоснован подход получения сеточных аналогов дифференциальной постановки задач «среднего поля», обладающих полезными свойствами дифференциальной модели. Рассмотрено несколько модификаций известных постановок задач «среднего поля». Полученные численные алгоритмы могут быть использованы на практике для решения динамических социально-экономических задач прогнозирования для больших групп населения.

Основное содержание работы.

Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения и трех приложений.

Во **введении** описан объект исследования, определена цель работы, обусловлена актуальность работы, описана теоретическая и практическая значимость работы.

В **главе 1** представлен обзор имеющейся литературы по рассматриваемой тематике. Представлена общая схема постановки сеточной задачи оптимизации «среднего поля», используемая в дальнейшем в работе. Представлен обзор имеющейся литературы по семейству полулагранжевых методов, показаны их преимущества и недостатки.

В **главе 2** традиционная постановка одномерной (по пространству) дифференциальной модели «среднего поля» обобщена на случай более сложных неквадратичных функций управления. Предложен сеточный аналог рассматриваемой дифференциальной постановки, приводящий к системам линейных и нелинейных алгебраических уравнений. Показаны оценки устойчивости и правила минимизации целевого функционала.

В **главе 3** рассмотрена постановка с ограничением на финальное распределение агентов. Для построенных моделей разработаны новые численные алгоритмы, обоснована сходимость вычислительных схем в соответствующих нормах. Построенные в **главах 2 и 3** алгоритмы апробированы на задаче экономического взаимодействия в условиях альтернативных ресурсов.

Глава 4 обобщает полученные в **главе 2** утверждения на двумерный (по пространству) случай.

В **главе 5** рассмотрена двумерная постановка со смешанным управлением (когда динамику системы определяют два взаимосвязанных процесса). Построенные в **главах 4 и 5** вычислительные алгоритмы применены к задаче анализа ситуации торговли квотами на эмиссию в условиях налога на выбросы.

В **заключении** сформулированы основные результаты и представлены возможные направления будущего развития работы. В **приложениях** представлен дополнительный анализ представленных в работе вычислительных схем, а также приведено свидетельство о регистрации программы для ЭВМ.

Степень обоснованности и достоверности научных результатов и выводов диссертационной работы обеспечивается корректностью выводов, проведенных на хорошем математическом уровне в главах 2-5.

По теме диссертации в рецензируемых научных изданиях автором опубликовано 8 работ. Результаты исследований докладывались на российских и международных конференциях. Автореферат соответствует содержанию диссертации.

Замечания по диссертационной работе.

- Рассмотренные в работе модельные задачи для тестирования вычислительного алгоритма не имеют точного решения. В этом случае было бы корректнее сравнивать построенные методы с алгоритмами, описанными другими авторами или реальными данными.

- В работе не указано, какие вычислительные методы используются для решения нелинейных алгебраических уравнений, получаемых после модификаций традиционных постановок. При этом, в качестве преимущества построенных вычислительных алгоритмов отмечается «высокая скорость» нахождения оптимального решения по сравнению с известными алгоритмами. В свою очередь, решение нелинейных уравнений, осуществляемое на каждой итерации алгоритма, вносит существенный вклад в оценку сложности алгоритма.

Отмеченные недостатки не снижают теоретической и практической значимости диссертационной работы и не влияют на общую положительную оценку работы В.С. Петраковой.

Заключение по диссертации.

Диссертационная работа В.С. Петраковой представляет собой законченную научно-исследовательскую работу. В диссертационной работе получены новые результаты, имеющие несомненную теоретическую и прикладную ценность.

Тема, содержание и результаты диссертации В.С. Петраковой отвечают Паспорту специальности 1.2.2 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (физико-математические науки, ранее специальность 05.13.18). Автореферат полностью отражает содержание диссертации. Работа полностью соответствует требованиям п.п. 9, 10, 11, 13, 14

Положения о присуждении ученых степеней № 842 от 24.09.2013 г., а соискатель В.С. Петракова заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Отзыв на диссертационную работу обсужден и одобрен на расширенном научном семинаре кафедры «Вычислительные технологии» Института математики и информатики СВФУ им. М.К.Аммосова «27» октября 2021 г., протокол № 12.

Подпись:

Василий Иванович Васильев

Руководитель семинара, профессор, д.ф.-м.н., заведующий кафедрой «Вычислительные технологии» Института математики и информатики СВФУ.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова».

Адрес: 677000, Российская Федерация, г. Якутск, ул. Белинского, 58.

E-mail: rector@s-vfu.ru

Телефон: +7 (4112) 35-20-90

Веб-сайт: <https://www.s-vfu.ru>

Подпись В.И. Васильева заверяю.

Ученый секретарь СВФУ



/Е.Ф. Шарин/