

## ОТЗЫВ

на диссертационную работу **Петраковой Викторнии Сергеевны** «Численные методы решения задач «среднего поля»», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Диссертационная работа Петраковой В.С. посвящена разработке численных алгоритмов для решения различных постановок задач в рамках интенсивно развивающейся теории «игр среднего поля».

В работе предлагается гибкий математический аппарат для решения как традиционных постановок задач «среднего поля», так и для их модификаций, дополнительно учитывающих некоторые особенности систем.

Подход к моделированию поведения систем с большим числом компонентов, основанный на теории «игр среднего поля», описывает результат рациональных действий огромной массы участников в условиях складывающихся интегральных условий. Такие сложные модели, пришедшие из физики элементарных частиц, актуальны в настоящее время в динамических экономико-социальных задачах с огромным количеством участников, под которыми здесь могут пониматься как отдельные индивиды, так и домохозяйства, предприятия, социальные группы. Распространенность таких моделей «среднего поля» для разных практических приложений порождает необходимость в разработке эффективных вычислительных алгоритмов их решения. Это делает работу В.С. Петраковой актуальной.

Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения и трех приложений. *Во введении* описан объект исследования, сформулирована цель работы, а также выделены её задачи. Здесь также обоснованы актуальность работы, её теоретическая и практическая значимость, достоверность полученных результатов. Следует отметить, что все поставленные задачи выполнены, а достоверность полученных результатов достигается как строгими теоретическими оценками, так и численными проверками. *Первая глава* посвящена историческому обзору развития моделей «игр среднего поля». Представлена общая схема численного решения таких задач, используемая в последующих главах. Представлен краткий обзор развития полулагранжевых методов численного решения дифференциальных уравнений, который в последующих главах применен для построения вычислительных алгоритмов. *Во второй главе* предложена постановка одномерной дифференциальной модели в рамках «игр среднего

поля». Следует отметить, что рассмотренный подход является новым в части использования более сложных неквадратичных функций управления, более реалистичных, чем в традиционном подходе. В *третьей главе* задача обобщена на постановку с ограничением на финальное распределение агентов. Для построенных моделей разработаны новые численные алгоритмы, обоснована сходимость вычислительных схем в соответствующих нормах. Построенные алгоритмы апробированы на задаче экономического взаимодействия в условиях альтернативных ресурсов. *Четвертая и пятая главы* посвящены обобщению численного алгоритма, рассмотренного во второй главе, на двумерный случай. Рассмотрена интересная постановка со смешанным управлением. Построенные вычислительные алгоритмы применены к анализу ситуации торговли квотами на эмиссию в условиях налога на выбросы.

Выносимые на защиту изложенные математические модели, численные алгоритмы их решения и программная реализация алгоритмов могут рассматриваться как достаточно **аргументированные и обоснованные**, поскольку все положения, представленные в работе, строго выведены с использованием известных математических подходов, таких как метод множителей Лагранжа, правило Рунге, проверкой порядка аппроксимации схем разложением в ряд Тейлора, аналитическим вычислением интегралов, свойствами М-матриц, полученными в ходе построения аппроксимации и т.д.. **Достоверность** результатов подтверждается тем, что сделанные в работе выводы подвергались критичной проверке как с помощью доказательств соответствующих теорем и утверждений, так и с помощью численного анализа сходимости. Не вызывает сомнения **новизна работы** – отмеченная часть постановок и все представленные алгоритмы приводятся впервые. Полученные результаты могут быть использованы на практике для решения динамических социально-экономических задач прогнозирования для больших групп населения. **В целом работа Петраковой В.С. является законченным исследованием, представляет решение актуальных задач, объединенных общим подходом.**

Хотелось бы сделать несколько замечаний.

1. В тексте не отмечена верификация полученных вычислительных схем для дифференциальных уравнений в частных производных на модельных задачах с известным точным решением. В пользу автора здесь следует упомянуть проведенный анализ сходимости с помощью оценки погрешности по правилу Рунге и доказательство оценок устойчивости разностных схем.

2. Некоторые формулы в главе 3 дублируют аналогичные в главе 2. Видимо, это сделано для упрощения навигации по работе.

3. Задачи, используемые для тестирования вычислительных алгоритмов, являются модельными и не учитывают многих реальных факторов. Большой интерес могло вызвать сравнение полученных результатов либо с результатами, уже описанными в литературе и полученными другими авторами, либо с реальными статистическими данными.

Указанные замечания не снижают значимости полученных результатов и не влияют на общую положительную оценку исследования Петраковой В.С.

Автореферат полностью соответствует содержанию диссертации. Основные положения работы полностью отражены в публикациях в рецензируемых журналах. Материалы исследования докладывались на нескольких российских и международных конференциях разного уровня.

С учетом изложенного можно сделать заключение о том, что диссертация соответствует критериям, установленным «Положением о порядке присуждения ученых степеней» от 24 сентября 2013 г. № 842, а автор работы Петракова Виктория Сергеевна заслуживает присуждения степени кандидата физико-математических работ по специальности 1.2.2. «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

420008, Казань, Кремль, здание 88

р.т. 8(843)233-71-67

E-mail: rdautov@kpfu.ru



Я согласен на включение своих персональных данных в документы, связанные с работой диссертационного совета, и их дальнейшую обработку.

Заведующий кафедрой вычислительной математики

Института вычислительной математики и информационных технологий

Казанского (Приволжского) федерального университета

профессор, д.ф.-м.н. по специальности 1.1.6 (ранее специальность 01.01.07) –  
Вычислительная математика

дата: 20.12.2021

Ученый секретарь КФУ

Проректор по научной

деятельности КФУ

Даутов Рафаил Замилович

Хаерова Юлия Геннадьевна

Таурский Дмитрий Альбертович