

ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Хандеевой Надежды Александровны
на тему: «Исследование монотонности и точности схемы CABARET» по
специальности 01.01.07 – «Вычислительная математика».

Диссертационная работа Н.А. Хандеевой посвящена теоретическому и экспериментальному исследованию различных вариантов стандартной численной схемы CABARET с целью ее модернизации (улучшения ее свойств). В ходе детального исследования выявлены особенности и недостатки конкретных вариантов схем CABARET 2.5 и CABARET 2. Данная численная схема широко применяется для сквозного счета разрывных решений гиперболических систем уравнений, которые описывают законы сохранения. В диссертации разработаны новые модификации этих вариантов, в которых указанные недостатки устранены. Разработанные в диссертации модификации схемы CABARET обладают свойством монотонности при аппроксимации скалярного закона сохранения с выпуклым потоком как для области, где скорость распространения характеристик имеет постоянный знак, так и в областях, где эта скорость меняет знак. При этом сохраняется точность аппроксимации. Улучшенные свойства разработанных в диссертации модифицированных численных схем сформулированы в виде доказанных теорем и продемонстрированы в вычислительных экспериментах на основе тщательно подобранных тестов. **Актуальность данного исследования** определяется тем, что в настоящее время различные варианты схемы CABARET широко применяются для расчета самых разнообразных прикладных задач, которые моделируются гиперболическими системами законов сохранения. Поэтому полученные в диссертации результаты обладают несомненной научной и практической значимостью.

Диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения. Каждая глава является исследованием конкретной задачи; все они связаны общим предметом изучения.

Во введении обоснована актуальность работы, приведено краткое изложение содержания работы, сформулированы основные результаты и раскрыта их новизна и значимость.

В **Главе 1** приводится описание стандартных схем CABARET 2.5 (2.5-слойной по времени) и CABARET 2 (2-слойной по времени). На примере численного решения задачи Коши

$$V_t + f(V)_x = 0$$

с выпуклой функцией потока $f''(V) > 0$ и с кусочно-постоянными начальными данными показано, что схема CABARET 2 не является монотонной и при числах Куранта $\tau > 0.5$ не обеспечивает полного распада неустойчивого сильного разрыва начальных данных.

В **Главе 2** показано, что, подобно монотонным схемам повышенной точности типа TVD, схема CABARET 2.5 снижает порядок сходимости в областях локальных экстремумов рассчитываемых обобщённых решений. В пунктах 2.1 и 2.2 для схемы CABARET 2.5, аппроксимирующей задачу Коши для скалярного закона сохранения предложена модифицированная коррекция потоков, сохраняющая повышенную точность схемы в окрестностях локальных экстремумов, расположенных в областях гладкости точного решения. Полученная таким образом модифицированная схема обозначена в автореферате как CABARET-M2.5. Приведено сравнение расчетов по схемам CABARET-M2.5 и CABARET 2.5 задачи Коши с периодической функцией начальных данных. Показано, что схема CABARET 2.5 локализует фронты УВ с высокой точностью, но при этом искажает гладкую часть точного решения в окрестностях локальных максимумов. Модифицированная схема CABARET-M2.5 также локализует фронты УВ с высокой точностью, но при этом сохраняя повышенную точность в окрестностях локальных экстремумов.

В Главе 3 исследована схема CABARET 2, аппроксимирующая скалярный закон сохранения, со строго выпуклой функцией потока. Получена модификация двухслойной по времени схемы CABARET, обеспечивающая монотонность данной схемы при аппроксимации скалярного закона сохранения с выпуклым потоком, как в областях, в которых скорость распространения характеристик имеет постоянный знак, так и в случае, когда скорость распространения характеристик аппроксимируемого дивергентного уравнения меняет знак.

В Главе 4 для двухслойной по времени схемы CABARET, аппроксимирующей скалярный закон сохранения с выпуклым потоком, получен разностный аналог энтропийного неравенства и предложен метод, обеспечивающий в разностном решении полный распад неустойчивых сильных разрывов для любых чисел Куранта, при которых данная схема является устойчивой.

В Главе 5 предложен метод расщепления по физическим процессам для двухслойной по времени схемы CABARET, аппроксимирующей неоднородный скалярный закон сохранения с выпуклой и монотонно возрастающей функцией потока. При помощи модифицированной схемы CABARET проведено численное моделирование процесса распространения волн на поверхности стекающей пленки конденсата.

В заключении сформулированы основные результаты и выводы и обозначены перспективы дальнейших исследований. Также приведен список цитированной литературы, содержащий 75 наименований.

Научная новизна работы и основных результатов. Впервые сформулированы и доказаны теоремы, условия которых гарантируют монотонность схемы CABARET при аппроксимации однородного скалярного закона сохранения с выпуклым потоком. Впервые предложено несколько различных модификаций схемы CABARET, обеспечивающие ее повышенную точность на локальных экстремумах и монотонность при расчете разрывных решений неоднородного скалярного закона сохранения.

Научная и практическая значимость диссертационного исследования.

Полученные в диссертационном исследовании результаты вносят существенный вклад в развитие теории схемы CABARET и могут использоваться для создания новых перспективных модификаций этой схемы, предназначенных для численного моделирования различных гидродинамических, газодинамических и пленочных течений.

Основные результаты по теме диссертации опубликованы в 7 статьях, из которых 5 изданы в журналах, зарегистрированных в системе Web of Science, 7 статей — в журналах, зарегистрированных в системе Scopus, 7 публикаций — в журналах, индексируемых аналитической базой данных РИНЦ, что свидетельствует о **достаточной апробации** полученных результатов.

Замечания по диссертационной работе.

1. Неоднородный скалярный закон сохранения, путем аппроксимации которого в главе 5 проводится численный расчет пленочных течений, представляет собой слишком упрощенную модель данного процесса и в дальнейшем необходимо переходить на использование более точных моделей, описывающих стекание пленок жидкости.
2. В диссертационной работе рассматриваются и исследуются различные варианты схемы CABARET, аппроксимирующей скалярный закон сохранения. Можно рекомендовать внедрить разработанные модификации схемы CABARET в стандартные численные алгоритмы, предназначенные для расчета гиперболических систем законов сохранения, в том числе, и в многомерном случае.
3. В автореферате в подписи к рис.3 и рис.4 следовало бы указать каким случаям соответствуют значки на графиках (кружки, квадратики, точки, сплошные линии), как это сделано на рис.1 и 2.

Указанные замечания несколько не умаляют значимости диссертационного исследования.

Заключение.

Оценивая работу в целом, следует отметить, что диссертационная работа Н.А. Хандеевой является завершенной научной-исследовательской работой, в которой получены новые результаты в области вычислительной математики, имеющие как фундаментальное, так и прикладное значение. Результаты исследования достоверны и научно обоснованы. Стил изложения материала ясный, продуманный. Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации; в нем приведены основные постановки задач и хорошо проиллюстрированы полученные результаты. Работа удовлетворяет всем требованиям ВАК, предъявленным к кандидатской диссертации, а её автор Хандеева Надежда Александровна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.07 – «Вычислительная математика»

Официальный оппонент: Актершев Сергей Петрович, доктор физико-математических наук, доцент, ведущий научный сотрудник лаборатории Проблем тепломассопереноса Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН

Актершев Сергей Петрович



10.03.2021 г.

Контактные данные: тел.: +79231856994, e-mail: sergey-aktershev@mail.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена

диссертация: 01.02.05 – «Механика жидкости, газа и плазмы»

Адрес места работы: 630090, г. Новосибирск, пр. ак. Лаврентьева, д. 1,

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт

теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, лаборатория Проблем

тепломассопереноса. Тел +7(383)3308480; e-mail: director@itp.nsc.ru

Подпись С.П. Актершева удостоверено:

Ученый секретарь ИТ СО РАН



к.ф.-м.н. М.С. Макаров

10.3.2021