

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по научной работе
«Московского авиационного института
(национального исследовательского
университета) (МАИ)»
д.т.н., профессор, Ю.А. Равикович



«17» июля 2016г.

ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертационную работу
Гусева Сергея Анатольевича
на тему: «Оценка математических ожиданий функционалов от диффузионных
процессов и их производных по параметрам методом Монте-Карло»,
представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических
наук по специальности 01.01.07 «Вычислительная математика»

Актуальность темы исследования диссертационной работы. Задачи, в которых фактор случайности играет основную роль, встречаются во многих областях науки и техники. Существует много задач, в которых для моделирования случайных явлений, изменяющихся во времени, используются случайные процессы диффузионного типа. Метод статистического моделирования является наиболее подходящим средством прикладной и вычислительной математики для решения задач вероятностных по своей постановке. Также в практике встречаются детерминированные задачи, решения которых могут быть найдены на основе вероятностных представлений методом Монте-Карло.

Практически в постановке каждой прикладной задаче присутствуют числовые параметры, от точного определения которых существенным образом зависит успешное решение задачи. Определение значений параметров модели, оценка чувствительности решения задачи к изменениям параметров и оптимизация параметров по заданным критериям возможны с использованием производных решения задачи по этим параметрам. В связи с этим разработка новых методов анализа параметрической чувствительности открывает новые возможности для решения прикладных задач на основе математического моделирования.

В последнее время, в связи с развитием многопроцессорных вычислений, возможности методов Монте-Карло значительно расширяются,

поэтому разработка новых методов статистического моделирования является актуальной.

Анализ содержания диссертационной работы. Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы и приложения. Общий объем работы составляет 188 страниц. Список литературы содержит 117 наименований.

Во **введении** определена актуальность темы, сформулированы цели исследования, дано краткое описание содержания по главам, приведены основные положения, выносимые на защиту. Также отмечены личный вклад автора и практическая значимость результатов диссертации, даны сведения об апробации результатов диссертации.

В **первой главе** сформулирована задача оценки функционалов от диффузионных процессов с условием поглощения на границе. Математические ожидания рассматриваемого типа функционалов совпадают с вероятностными представлениями решений краевых задач для линейных параболических уравнений с краевыми условиями первого рода. В данной главе представлены два метода определения математических ожиданий от функционалов указанного типа и их производных по параметрам. Основной проблемой, которая возникает при дифференцировании функционалов рассматриваемого типа, и которая решена в диссертации, является необходимость определения производных времени первого выхода диффузионного процесса из области. Разработанные методы основаны на численном моделировании траекторий решений стохастических дифференциальных уравнений (СДУ). В работе получена оценка точности определения производных по параметрам математических ожиданий от рассматриваемых функционалов методом Эйлера. Представлены результаты расчетов по определению решения и его производной по параметру первой краевой задачи для уравнения теплопроводности. Проведенный численный эксперимент показал хорошее совпадение с известным точным решением краевой задачи и его производной по параметру.

Во **второй главе** рассмотрена задача оценки функционалов от диффузионных процессов с условием отражения на границе. Математические ожидания рассматриваемого типа функционалов совпадают с вероятностными представлениями решений краевых задач для линейных параболических уравнений с краевыми условиями третьего рода. Предложен метод определения математических ожиданий и от этих функционалов и их производных по параметрам на основе численного решения СДУ. Рассмотрены получаемые при этом оценки погрешности. Решаемые СДУ содержат локальное время пребывания диффузионного процесса на границе, которое зависит от параметров задачи. В работе исследована возможность дифференцирования локального времени по параметрам. Представлены результаты расчетов по определению решения и его производной по параметру краевой задачи для

уравнения теплопроводности с граничным условием третьего рода. Проведенный численный эксперимент показал хорошее совпадение с данными, полученными на основе известного точного решения.

В **третьей главе** рассмотрено применение построенного соискателем во второй главе метода определения производных по параметрам решения третьей краевой задачи для уравнения теплопроводности к решению обратной краевой задачи для уравнения теплопроводности. В рассматриваемой обратной задаче требуется определить значения неизвестных коэффициентов по результатам измерения температуры в нескольких заданных точках области. Для расчетов была взята краевая задача с известным точным решением, зависящая от двух параметров. Измерения температуры в заданных точках области были получены путем компьютерного моделирования. Регуляризация решения обратной задачи осуществлялась с использованием метода -квазирешений. Результаты численного эксперимента показали сходимость получаемых оценок параметров к точным значениям.

В **четвертой главе** представлен метод минимизации дисперсии функционалов от диффузионных процессов. В работе получена формула для предельного значения дисперсии функционала при уменьшении длины шага в методе Эйлера. Из полученной формулы видно, что дисперсия функционала зависит от коэффициента диффузии и градиента решения соответствующей функционалу краевой задачи для параболического уравнения. Минимизация дисперсии сводится к параметризованному преобразованию краевой задачи, которое приводит к уменьшению градиента решения краевой задачи. В предложенном методе осуществляется минимизация выборочного значения квадрата коэффициента вариации функционала, получаемого в результате вычислений. При этом для минимизации используется метод градиентного типа, а вычисление градиента осуществляется с помощью методов определения производных по параметрам функционалов от диффузионных процессов, построенных в первой и второй главах. Результаты численных экспериментов показали значительное уменьшение стандартного отклонения оценки исходной задачи как в случае поглощения диффузионного процесса на границе, так и в случае условия отражения на границе.

В **пятой главе** предложен метод оценки решения уравнения теплопроводности с разрывными коэффициентами. Идея метода состоит в аппроксимации решения задачи с разрывными коэффициентами решением задачи со сглаженными коэффициентами, получаемой на основе интегрального усреднения. В качестве оценки приближенного решения исходной задачи в заданных точках принимаются полученные оценки методом Монте-Карло для задачи со сглаженными коэффициентами на основе численного решения СДУ. Данный метод используется для решения практической задачи по определению теплового состояния теплозащитного покрытия самолета, содержащего сотовые теплозащитные панели. Приведены результаты расчетов, в которых

используются реальные полетные данные, соответствующие режиму взлета самолета.

В заключении сформулированы основные результаты диссертации.

В приложении приведен акт о внедрении результатов диссертации на предприятии ФГУП СибНИА им. С.А. Чаплыгина.

Диссертация написана на высоком математическом уровне. Все основные результаты диссертации опубликованы в 21 печатных работах, из которых 12 - это статьи в журналах, рекомендованных ВАК. Результаты диссертации прошли **апробацию** на представительных всероссийских и международных научных конференциях, а также обсуждались на научных семинарах с участием специалистов высокого уровня. Диссертационная работа представляет собой законченную научно-квалификационную работу и соответствует п.9 Положения о присуждении ученых степеней.

Автореферат в полной мере отражает содержание диссертации.

Научная новизна. Основными достижениями, представляющими научную ценность, являются следующие результаты, полученные соискателем:

1. Предложен подход для вычисления производных по параметрам математических ожиданий функционалов от диффузионных процессов, содержащих время первого выхода процесса из области. Построены два метода вычисления производных по параметрам математических ожиданий функционалов от диффузионных процессов с условием поглощения на границе области.

2. Предложен и обоснован метод для вычисления производных по параметрам математических ожиданий функционалов от диффузионных процессов с условием отражения на границе.

3. Получена формула предельного значения дисперсии оценки математического ожидания функционала от диффузионного процесса при убывании длины шага в методе Эйлера. Построен метод минимизации дисперсии оценок функционалов от диффузионных процессов с условиями поглощения или отражения на границе области.

4. Разработан метод оценки решения краевой задачи для линейного уравнения теплопроводности с разрывными коэффициентами, основанный на численном решении СДУ.

Теоретическая ценность и практическая значимость. В диссертационной работе исследована возможность дифференцирования по параметрам математических ожиданий функционалов от диффузионных процессов с граничными условиями поглощения и отражения. Разработанные в работе методы вычисления производных по параметрам могут применяться для решения задач стохастической оптимизации параметров, а также для решения детерминированных краевых задач, решения которых имеют вероятностные

представления в виде функционалов от диффузионных процессов. Предложенный метод минимизации дисперсии оценок может быть очень полезен, когда требуется решить большое количество однотипных задач, в которых требуется найти оценку математического ожидания функционала от диффузионного процесса. Построенный метод оценки решений уравнений теплопроводности с разрывными коэффициентами нашел применение в авиации для решения задач теплообмена в сотовых теплозащитных панелях. Метод может быть достаточно эффективным при использовании параллельных вычислений.

Обоснованность и достоверность полученных результатов подтверждается теоретическими исследованиями, математическими доказательствами утверждений в диссертации и проведенными численными экспериментами.

Рекомендации по возможности применения результатов диссертации. Полученные в диссертационной работе результаты целесообразно использовать на предприятиях и в организациях, где разрабатываются сложные технические устройства. Это могут быть исследовательские центры авиационной и космической промышленности, автомобильной, радиотехнической, химической промышленности, медицинского оборудования; также полученные результаты также могут быть включены в образовательные программы высших учебных заведений соответствующих специальностей. Конкретными организациями, где могут быть полезными результаты диссертации являются предприятия Авиационного исследовательского центра им. Н.Е. Жуковского, ВНИАМ «ВНИИ авиационных материалов», Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Институт прикладной физики РАН, ИСС им. ак. М.Ф. Решетнева; МАИ, МГТУ им Н.Э. Баумана, НГТУ и другие ВУЗы РФ.

Замечания по диссертационной работе:

1) На страницах 34 и 38 одним и тем же символом f_m^λ обозначены ступенчатые функции с разным набором аргументов.

2) Страница 39, в третьей строке формулы (1.67) неверно указан нижний предел интегрирования. Правильно будет t_n , а не t_{n_t} .

3) Страницы 40, 41 формула (1.70). Такое же замечание как в п.2.

4) Страница 83, полученная методом Эйлера аппроксимация решения краевой задачи в формуле (2.14) обозначена u^h , а на страницах 121, 137 в аналогичных формулах (4.15), (4.63) такая же по смыслу величина имеет обозначение u^N .

5) В базовых для работы теоремах 3 и 4 формулируются полученные автором результаты для производных по параметру функционалов вида (1.2):

формула (1.77) в теореме 3 и формулы (1.102), (1.103) в теореме 4. В диссертации и автореферате эти результаты содержательно никак не прокомментированы, в частности, не объяснено, чем один результат отличается от другого, хотя в формулах (1.77) и (1.102) фигурирует одна и та же производная. Это обстоятельство наряду с необъятностью приводимых формул сильно затрудняет восприятие текста.

б) Формулируемые теоремы справедливы при условии выполнения целого комплекса условий, налагаемых на фигурирующие в этих теоремах функции и объекты. Но при этом никак не комментируется возможность проверки этих условий.

Заключение. Представленная диссертационная работа С.А. Гусева является завершенной научно-квалификационной работой, ее результаты имеют важное научное и практическое значение для решения многих прикладных задач, математическое описание которых содержит случайные процессы диффузионного типа. Работа выполнена на высоком научном уровне и содержит оригинальные подходы и идеи в решении задач стохастической динамики. Результаты работы обладают научной новизной и достоверностью. Основные положения работы достаточно полно освещены в научных публикациях соискателя. Диссертационная работа соответствует паспорту заявленной специальности 01.01.07 - вычислительная математика и удовлетворяет критериям Положения о порядке присуждения ученых степеней, а её автор Гусев Сергей Анатольевич заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.07 - вычислительная математика.

Результаты представленной диссертации и отзыв на нее обсуждены и одобрены на заседании кафедры «Теория вероятностей» МАИ, протокол № 4 от «23» марта 2016 г.

Отзыв составили:

д.ф.-м.н., профессор,
заведующий кафедрой

«Теория вероятностей» МАИ

05.13.01 - системный анализ, управление и обработка информации (по отраслям)
д.ф.-м.н., профессор кафедры

«Теория вероятностей» МАИ

05.13.01 - системный анализ, управление и обработка информации (по отраслям)

Адрес: Москва, 125993, ГСП-3,

Волоколамское ш., 4

А.И. Кибзун

А.В. Наумов