

ОТЗЫВ

официального оппонента

на диссертацию Сергея Анатольевича Гусева "Оценка математических ожиданий функционалов от диффузионных процессов и их производных по параметрам методом Монте-Карло", представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.07-вычислительная математика.

Связь случайных процессов диффузионного типа с начально-краевыми задачами для параболических уравнений является классическим разделом стохастического дифференциального исчисления и широко используется в теоретических исследованиях стохастических дифференциальных уравнений (СДУ). Использование этой связи для построения стохастических методов (Монте-Карло) численного решения параболических задач не столь плодотворно. Тем не менее, имеются задачи, в которых статистические методы оказываются конкурентноспособными и даже предпочтительными по сравнению с конечно-разностными. Если иметь в виду решение детерминированных задач на основе их вероятностных представлений, то определенные преимущества статистических методов состоят в их возможности оценки решения в малом числе точек области, а также в решении задач экстремальной размерности. В связи с быстрым усложнением математических моделей в экономике, социологии, науках о Земле, технике, непрерывно появляются новые области приложения соответствующих методов. Поэтому исследования диссертанта, посвященные развитию методов численного решения детерминированных задач с использованием СДУ, являются актуальными как с точки зрения развития их теоретической основы, так и в свете возможных приложений.

Результаты диссертации естественным образом делятся на две части. В первых двух главах работы исследуется проблема дифференцируемости математических ожиданий функционалов от диффузионных процессов по неслучайным параметрам, входящим в коэффициенты сноса и диффузии. В последующих трех главах полученные оценки производных по параметрам применяются к решению задач, связанных с параболическими уравнениями.

Основные результаты работы состоят в следующем.

В первой главе строятся оценки производных по параметру математических ожиданий функционалов от диффузионного процесса с условием поглощения на границе области, который представляет решение краевой задачи для параболического уравнения с условием на верхней крышке временного цилиндра. Здесь центральной является Теорема 3, дающая способ приближенного вычисления производной от решения задачи на основе моделирования диффузионного процесса. Предложены два численных метода построения искомой оценки, различающиеся способом учета зависимости времени τ первого выхода траектории процесса на границу. Методы проиллюстрированы численными примерами, показывающими их работоспособность.

Вторая глава посвящена рассмотрению оценки параметрической производной математического ожидания функционала от диффузионного процесса с условием отражения на границе, представляющего решение начально-краевой задачи для параболического уравнения с граничными условиями третьего рода. Процесс описывается уравнением Скорохода. В отличие от первой главы здесь рассматривается случай скалярного параметра. Для численного моделирования траекторий процесса предлагается использовать вариант метода Эйлера, для которого получена оценка погрешности порядка $O(\sqrt{h})$. Теорема 8 дает условия существования производной по параметру от решения СДУ Скорохода. В заключение главы приведены результаты численного эксперимента для параболического уравнения, которые сравниваются с известным точным решением.

В третьей главе рассматривается решение обратной задачи для параболического уравнения с граничным условием третьего рода. Задача состоит в оценке неизвестного параметра по известным значениям решения на некотором множестве точек. Задаче ставится в соответствие СДУ с отражением на границе. Решение задачи и его производной по параметрам моделируется на основе полученных в предыдущей главе результатов для уравнения Скорохода. Рассмотрен модельный пример.

В четвертой главе результаты первой и второй глав применяются к задаче минимизации дисперсии функционалов от диффузионных процессов с граничными условиями поглощения и отражения. Предлагаемый подход основан на параметризованном преобразовании сопоставляемой случайному процессу краевой задачи для параболического уравнения. Для преобразованного уравнения с параметрами строятся оценки решения и его производных по параметрам, с помощью которых минимизируется дисперсия математического ожидания от функционала для исходной задачи. Представлены результаты численных экспериментов для обоих граничных условий, показывающие существенную экономию времени вычислений для минимизированных дисперсий.

В пятой главе представлен разработанный диссертантом подход к статистической оценке решения линейного уравнения теплопроводности с разрывными коэффициентами. Предполагается, что расчетная область разбита на конечное число непересекающихся подобластей, в которых коэффициенты уравнения Липшиц-непрерывны по времени, но терпят разрывы первого рода на внутренних границах. Такая постановка соответствует реальному объекту - сотовой теплоизоляционной панели, используемой в самолетостроении.

Исходная задача заменяется последовательностью задач со сглаженными коэффициентами. Процедура сглаживания в окрестности границ подобластей выполняется с помощью интегральных усреднений с бесконечно дифференцируемыми ядрами. Доказана сходимости последовательности решений сглаженных задач к решению исходной задачи. Автором разработан программный продукт для расчета нестационарного теплового состояния сотовых панелей, внедренный в СИБНИА, позволивший существенно

повысить информативность дорогостоящих летных экспериментов, что зафиксировано актом о внедрении.

В качестве общего замечания по работе следует отметить, что в модельных примерах полностью отсутствует собственно описание алгоритмов, которые, на наш взгляд, необходимы в диссертации по вычислительной математике.

Основные результаты диссертации достаточно полно опубликованы в авторитетных международных и российских периодических изданиях, в том числе входящих в рекомендательный список ВАК, докладывались на многочисленных всероссийских и международных конференциях и получили положительную оценку специалистов в области стохастических численных методов.


Автореферат с достаточной полнотой отражает содержание диссертации.

Оценивая работу в целом, можно квалифицировать диссертацию С.А. Гусева как крупный вклад в теорию методов Монте-Карло, в которой впервые предложены и теоретически обоснованы алгоритмы статистического оценивания функционалов от диффузионных процессов и их производных по параметрам, имеющие эффективные приложения в численном моделировании параболических задач.

Диссертационная работа С.А. Гусева удовлетворяет требованиям ВАК России, предъявляемым к докторским диссертациям по специальности по специальности 01.01.07- вычислительная математика

Считаю, что Сергей Анатольевич Гусев несомненно заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по избранной специальности.

Главный научный сотрудник лаборатории
анализа и оптимизации нелинейных систем
ИВТ СО РАН д.ф.-м.н., профессор

 /Ю.Н. Григорьев/

Подпись профессора Ю.Н. Григорьева
удостоверяю. Ученый секретарь ИВТ СО РАН
к.ф.-м.н.

 /Д.В.Есипов/

Григорьев Юрий Николаевич, д.ф.-м.н. по специальности 01.02.05- механика жидкости, газа и плазмы, профессор, главный научный сотрудник лаборатории анализа и оптимизации нелинейных систем Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института вычислительных технологий СО РАН (ИВТ СО РАН). 630090, г. Новосибирск, пр. ак. Лаврентьева, 6, ИВТ СО РАН. Тел. 89139525142, e-mail: grigor@ict/nsc.ru

12.09.2016 г.