

## ОТЗЫВ

официального оппонента

на диссертацию Гусева Сергея Анатольевича

«Оценка математических ожиданий функционалов от диффузионных процессов и их производных по параметрам методом Монте-Карло»,

представленную на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук по специальности

01.01.07 - Вычислительная математика

**Актуальность темы исследований.** В различных задачах науки и техники исследуется динамика сложных объектов, описываемых дифференциальными уравнениями со случайными возмущениями в правой части. Решения таких уравнений представляют собой случайные процессы, вероятностные характеристики которых во многих случаях не поддаются аналитическому исследованию. Как правило, в этих задачах требуется оценить вероятности некоторых событий и математические ожидания некоторых функционалов от решений. Применение методов Монте-Карло в таких случаях является наиболее подходящим, а иногда и единственным средством решения. Разработка новых методов статистического моделирования в последнее время приобрела большую актуальность и привлекательность в связи с растущими возможностями параллельных вычислений на суперкомпьютерах.

**Научная новизна.** Все полученные автором результаты являются новыми. Особо следует отметить наиболее важный результат - методы оценки производных по параметрам математических ожиданий функционалов от диффузионных процессов в ограниченных областях. Основные проблемы при этом связаны с необходимостью учитывать условия на границе. По имеющимся публикациям, автору впервые удалось найти возможность определения производных математических ожиданий, содержащих время первого выхода случайного процесса из области, а также

дифференцировать по параметрам математические ожидания функционалов от диффузионных процессов с условием отражения на границе.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы и приложения.

**Введение** посвящено целям и задачам исследования. Здесь в простой и доступной форме изложена проблема исследования достаточно широкого класса задач и намечены пути ее решения. Описана структура диссертации и приведены основные результаты, выносимые на защиту.

**В первой главе** разработаны численные методы оценки производных по параметрам функционалов от диффузионных процессов с условием поглощения на границе. Основная проблема, которую удалось решить соискателю, связана с необходимостью учитывать зависимость от параметров времени первого выхода случайного процесса из области. Проведенные вычислительные эксперименты наглядно подтверждают работоспособность предложенных методов и алгоритмов.

**Вторая глава** посвящена разработке метода для определения производных по параметрам математических ожиданий функционалов от диффузионных процессов с условием отражения на границе. Как известно, стохастические дифференциальные уравнения, описывающие такие процессы, содержат локальное время пребывания диффузионного процесса на границе. В работе исследована возможность дифференцирования по параметрам случайных процессов такого вида. В результате был построен метод для вычисления производных по параметрам математических ожиданий от случайных процессов в областях с отражающими границами. Представленные результаты численных испытаний подтверждают работоспособность предложенного метода и вычислительного алгоритма.

**Третья глава** посвящена применению построенных в главах 1, 2 диссертации методов вычисления производных по параметрам, к решению обратной задачи для уравнения теплопроводности с граничным условием третьего рода. Решение этой краевой задачи и производные решения по



параметрам определялись на основе вероятностного представления в виде функционала от диффузионного процесса с условием отражения на границе. Приведены результаты численного эксперимента, иллюстрирующие сходимость полученных оценок параметров к их точным значениям при уменьшении погрешностей измерения.

**В четвертой главе** предложен метод минимизации дисперсии оценок математических ожиданий от функционалов рассматриваемых в диссертации типов. Предложенный метод сводится к минимизации квадрата коэффициента вариации оценки. При этом параметрами для минимизации являются параметры предлагаемого в работе преобразования краевой задачи, решение которой имеет вероятностное представление в виде математического ожидания исходного функционала. Результаты численных экспериментов показали значительное уменьшение среднеквадратического отклонения, полученное в результате минимизации. При этом оказалось, что минимизация дисперсии оценки для одной точки привела к значительному уменьшению дисперсии оценок и в других точках области.

**В пятой главе** разработан метод оценки решений краевых задач для параболических уравнений с разрывными коэффициентами. Как известно из теории, при определенных условиях решение задачи с разрывными коэффициентами может быть аппроксимировано решением задачи со сглаженными коэффициентами на основе интегрального усреднения. В качестве оценки решения исходной задачи соискателем предлагается брать оценку решения задачи со сглаженными коэффициентами, полученную с помощью статистического моделирования траекторий диффузионного процесса. Представлено применение этого метода к решению задачи теплообмена в сотовых конструкциях, которые используются в авиации для тепловой защиты фюзеляжей самолетов. Дано краткое описание компьютерной программы, использованной при решении указанной прикладной задачи.

**В заключении** перечислены основные результаты работы.

**Список** литературы содержит монографии и статьи, существенно относящиеся к теме исследования, и содержащие необходимые теоретические результаты.

**В приложении** приведен акт о внедрении результатов диссертации.

**Обоснованность и достоверность** полученных в диссертации результатов подтверждается корректными ссылками на необходимые математические утверждения, строгими доказательствами собственных лемм и теорем, а также результатами проведенных вычислительных экспериментов на ЭВМ.

**Научная и практическая ценность полученных результатов.**

1. Проведенные в работе исследования возможности определения производных по параметрам математических ожиданий функционалов от диффузионных процессов и разработанные на этой основе методы открывают перспективу в решении большого класса задач на основе статистического моделирования, включая задачи параметрической оптимизации и оптимального управления стохастическими системами, описываемыми процессами диффузионного типа.
2. Предложенные в диссертации методы могут применяться для решения и параметрической оптимизации эллиптических и параболических краевых задач, что очень важно в случае их большой размерности.
3. Разработанный в главе 5 метод оценки решений краевых задач для линейных параболических уравнений с разрывными коэффициентами использован при конструировании теплозащитных покрытий в авиации, что подтверждается актом о внедрении в приложении к основному тексту диссертации.

**Замечания по диссертационной работе.**

1. На стр. 19-20 и 81-82 следовало бы уделить большее внимание методу Эйлера. Следовало бы указать, почему применяется именно метод Эйлера и не применяются другие (возможно более высокого порядка)



- методы. Кроме того, не затрагивается вопрос о переменном шаге интегрирования вблизи границы области (уменьшение шага).
2. На стр. 23 не очень четко обосновывается возможность перестановки операции дифференцирования по параметрам и операции вычисления математического ожидания для выражения (1.2). Аналогичное замечание относится к выражениям вида (2.3), (5.45) и т.д.
  3. Неравенство (2.49), приведенное на стр. 92, не является вполне очевидным, и его следовало бы доказать.
  4. На стр. 103-105 использованы не совсем удачные обозначения: один и тот же символ  $\langle\langle a \rangle\rangle$  означает функции и левые границы для параметров  $\theta$ .
  5. На стр. 43, по-видимому, следовало бы указать, что используемые семейства величин  $\{\lambda(0)\}$  и  $\{w(v)\}$  являются взаимно-независимыми.
  6. На стр. 53-56 и стр. 74-77 приведены результаты вычислений только для одного значения параметра  $\theta$ . Было бы более убедительно и наглядно привести результаты для нескольких (существенно различных) значений параметров.

Перечисленные замечания не носят принципиального характера и не влияют на общую положительную оценку работы.

### **Заключение.**

Автор диссертации – С.А. Гусев продемонстрировал высокую научную квалификацию и внес значительный вклад в методы решения задач по численному исследованию функционалов от диффузионных процессов и их производных по параметрам. Основные научные результаты опубликованы в профильных научных изданиях и доложены на многочисленных профильных научных конференциях и семинарах. Теоретические положения, разработанные в диссертации, нашли свое применение в решении важной прикладной задачи. Автореферат полностью и правильно отражает основное содержание диссертации. Диссертационная работа полностью соответствует паспорту специальности 01.01.07 - Вычислительная

математика и соответствует всем требованиям ВАК РФ, предъявляемым к докторским диссертациям.

Опираясь на вышеизложенное, считаю, что представленная диссертация является законченной научно-квалификационной работой. В этой диссертации разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как крупное научное достижение, а ее автор - Гусев Сергей Анатольевич - заслуживает присуждение ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.07 - Вычислительная математика.

Официальный оппонент  
главный научный сотрудник лаборатории  
теоретико-вероятностных методов  
ОФ ИМ СО РАН, д.ф.-м.н., профессор



Н.В. Перцев

08.09.2016

Подпись д.ф.-м.н., профессора Н.В. Перцева заверяю  
Ученый секретарь ОФ ИМ СО РАН



В.А. Планкова

Перцев Николай Викторович, д.ф.-м.н. по специальности 05.13.16 – «применение вычислительной техники, математического моделирования и математических методов в научных исследованиях», профессор, главный научный сотрудник лаборатории теоретико-вероятностных методов Омского филиала Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН (ОФ ИМ СО РАН)  
644043, г. Омск, ул. Певцова, 13, ОФ ИМ СО РАН  
тел. 8 (3812) 97-22-51, e-mail: pertsevnv@mail.ru  
<http://ofim.oscsbras.ru>