

ОТЗЫВ

официального оппонента доктора физико-математических наук, профессора Учайкина Владимира Васильевича на диссертацию Гусева Сергея Анатольевича «Оценка математических ожиданий функционалов от диффузионных процессов и их производных по параметрам методом Монте-Карло», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.07 - Вычислительная математика

Актуальность темы диссертации. Диссертация С.А. Гусева посвящена исследованию и разработке новых методов численного анализа свойств функционалов от случайных процессов. Возрастающие возможности вычислительной техники, основанные на параллельной работе многих процессоров, открывают новые перспективы в решении задач на основе статистического моделирования. Класс задач, которые можно решить этим методом с приемлемой точностью, постоянно расширяется. В него попадают не только задачи с вероятностным содержанием по своей постановке, но также и задачи детерминированные. Расширение этого класса сопровождается не только совершенствованием программно-технического обеспечения, но развитием теоретического аппарата. К этому направлению и принадлежит работа С.А. Гусева.

В центре внимания автора диссертации проблема дифференцирования по параметрам математических ожиданий функционалов от диффузионных процессов. Эти производные характеризуют параметрическую чувствительность динамической системы, и они очень важны как для подбора параметров системы, так и для решения оптимизационных и обратных задач. Возрастающие возможности вычислительной техники, основанные на параллельной работе многих процессоров, открывают новые перспективы в решении задач на основе статистического моделирования. В этом актуальность темы диссертации.

Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения и приложения.

В первой главе построены два метода вычисления производных по параметрам математических ожиданий функционалов от диффузионных процессов с условием поглощения на границе. Основная проблема, которая здесь возникает, связана с необходимостью определения производных по параметрам времени первого выхода случайного процесса из области. Эта задача не является простой, т.к. известны примеры, когда время первого выхода из области гладкой кривой на гладкую границу не является непрерывной функцией от параметра.

В стохастическом анализе для вычисления производных случайных функций под знаком математического ожидания общепризнанным является использование стохастического исчисления Маллявэна, хотя возможности его применения в данном случае не очевидны. Новизна авторского подхода основана на оригинальной идее связанной с применением формулы Ито к специально подобранной функции, принимающей на границе нулевое значение. Заслуживает внимания также детально разработанная в первой главе оригинальная техника аппроксимации приращений винеровского процесса с помощью стационарного гауссовского процесса с экспоненциальной корреляционной функцией. Эта методика может оказаться полезной для решения и других задач, связанных с численным моделированием траекторий стохастических дифференциальных уравнений (СДУ).

Во второй главе рассматриваются диффузионные процессы с условием отражения на границе. В этом случае в СДУ, описывающем рассматриваемый диффузионный процесс, присутствует локальное время пребывания диффузионного процесса на границе - скалярный процесс, который растет только тогда, когда диффузионный процесс достигает границы области. При дифференцировании по параметрам функционалов рассматриваемого типа основная проблема, которая была решена, состояла в обосновании дифференцируемости по параметрам локального времени диффузионного

процесса на границе. В результате был построен метод оценки требуемых производных по параметрам. Численные эксперименты для задачи с известным решением подтверждают работоспособность метода.

Третья глава посвящена задаче оценки неизвестных коэффициентов в краевой задаче для линейного уравнения теплопроводности с граничными условиями третьего рода. Исходными данными в этой задаче являются измеренные в заданных точках области значения температур. Вычисление решения краевой задачи и его производных по параметрам предлагается осуществлять с использованием численного решения СДУ на основе предложенного во второй главе метода. Результаты расчетов еще раз подтверждают работоспособность предложенного метода вычисления производных, а также возможность применения разработанной методики к решению обратных задач для линейных параболических уравнений. Надо полагать, что по такой же схеме можно решать подобные обратные задачи, когда на границе задано условие Дирихле.

В четвертой главе рассмотрено применение разработанных в первых двух главах методов к минимизации дисперсии оценок функционалов от диффузионных процессов. Предложенный метод основан на параметризованном преобразовании краевой задачи для параболического уравнения, соответствующей рассматриваемому функционалу. Задача минимизации дисперсии рассматривается как оптимизационная и решается с применением градиентных методов. Вычисление градиентов минимизируемой функции осуществляется с использованием оценок производных по параметрам математических ожиданий функционалов от диффузионных процессов, получаемых методами первой и второй глав. Расчеты, проведенные для модельных примеров показывают, что применение метода для одной точки области дает значительное уменьшение дисперсии во многих других точках за исключением приграничных зон.

Пятая глава посвящена разработке метода, позволяющего с использованием численного решения СДУ, определять приближенное значение

решения краевой задачи для параболического уравнения с разрывными коэффициентами в заданной точке области. Предложенный метод основан на известном из теории параболических уравнений факте, что при определенных условиях решение задачи с разрывными коэффициентами может быть аппроксимировано решением задачи со сглаженными коэффициентами. Оценка решения задачи со сглаженными коэффициентами, получаемая путем статистического моделирования траекторий диффузионного процесса, принимается в качестве значения приближенного решения исходной задачи. Этот метод нашел практическое применение в авиации, где он используется для расчета теплозащитных покрытий фюзеляжей самолетов.

Научная новизна. Новизна представленных диссертантом результатов сомнений не вызывает. Впервые найден способ вычисления производных по параметрам от диффузионных процессов в областях с поглощающими границами, впервые разработан численный метод оценки производных в случае отражающей границы, новым является метод получения оценок параболического уравнения с разрывными коэффициентами. Проведенные в диссертации доказательства утверждений и вычислительные эксперименты подтверждают **обоснованность и достоверность** полученных результатов. Результаты апробированы на всероссийских и международных конференциях, изложены в 21-й печатной работе, 12 из которых опубликованы в журналах из списка ВАК.

Научная и практическая ценность результатов диссертации. Изложенные в диссертации результаты существенно значимы для дальнейшего развития методов решения задач на основе статистического моделирования. Особенно следует выделить, на мой взгляд, методы, опирающиеся на возможности параллельного счета, которые могут быть использованы для решения многих практических задач, таких как, например, задачи динамики стохастических систем и их параметрической идентификации, решение прямых и обратных задач для параболических уравнений большой размерности, решение задач теплообмена для неоднородных сред. Ярким примером такого типа является

задача оценки теплового состояния сотовых конструкций фюзеляжа самолёта на основе численного решения стохастических дифференциальных уравнений. Практическая ценность работы подтверждена также актом о внедрении результатов диссертации в Сибирском научно-исследовательском институте авиации имени Чаплыгина.

Замечания по диссертационной работе.

1. Актуальная по постановке задачи и глубокая по исполнению работа (а именно такой представляется мне диссертационная работа С.А.Гусева) неизбежно сталкивается с устоявшимися стереотипами, неточными (а то и вообще, ошибочными) утверждениями предшественников. Собственно говоря, эти факты и являются движущей силой исследования, его мотивацией. Такое исследование должно начинаться с критики предыдущих постулатов или выводов и в определённой мере порождать дискуссионную атмосферу. Этого не видно в представленной диссертации.

2. В Заключении диссертации, суммирующем основные результаты выполненной работы, перечислено пять методов вычислений: два метода оценки производных по параметрам... (п.1), метод оценки ...с условием отражения на границе (п.2), метод минимизации дисперсии (п.4), метод оценки решений ...с разрывными коэффициентами (п.5). Однако ни в одном из них мне не удалось увидеть теоретического анализа статистической погрешности метода, её распределения, практических способов её прогнозирования. В плане практических применений статистическая погрешность результата не менее важна, чем его математическое ожидание.

Заключение о диссертационной работе. Диссертация С.А.Гусева представляет собой глубокое математическое исследование в актуальном направлении вычислительной математике – стохастическом анализе, свидетельствующее о высокой научной квалификации автора. Основные результаты, полученные в диссертации С.А. Гусева, вносят существенный вклад в развитие методов

статистического моделирования. Представленная диссертация является
завершенной научно-квалификационной работой. Автореферат в полной мере
отражает основное содержание диссертации. Основные результаты научно
обоснованы и достаточно полно изложены в публикациях автора.
Диссертационная работа полностью соответствует паспорту специальности
01.01.07 - Вычислительная математика и соответствует всем требованиям ВАК,
предъявляемым к докторским диссертациям. Считаю, что автор представленной
диссертации Гусев Сергей Анатольевич заслуживает присуждения ему ученой
степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.07 -
Вычислительная математика.

Официальный оппонент, доктор физико-математических наук, специальность
ВАК 01.04.12 — Геофизика и 01.04.16 — Физика ядра и элементарных частиц,
профессор по кафедре общей и теоретической физики, заведующий кафедрой
теоретической физики Федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования «Ульяновский
государственный университет», www.ulsu.ru

В.Учайкин

Учайкин Владимир Васильевич

Адрес: 432017, Российская Федерация, город Ульяновск, улица Льва Толстого,
дом 42.

Телефон/Факс: 8 (8422) 37-24-62

E-mail: vuchaikin@gmail.com

