

На правах рукописи



Филимонов Сергей Анатольевич

ГИБРИДНЫЙ МЕТОД ДЛЯ СОВМЕСТНОГО РЕШЕНИЯ МНОГОМЕРНЫХ И  
СЕТЕВЫХ ЗАДАЧ ГИДРОДИНАМИКИ И ТЕПЛООБМЕНА

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Красноярск — 2018

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Сибирский федеральный университет»

**Научный руководитель:**

кандидат технических наук, доцент, Дектерев Александр Анатольевич, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Сибирский федеральный университет», кафедра теплофизики, заведующий

**Официальные оппоненты:**

Белолипецкий Виктор Михайлович, доктор физико-математических наук, профессор, Институт вычислительного моделирования Сибирского отделения Российской академии наук – обособленное подразделение Федерального государственного бюджетного научного учреждения Федеральный исследовательский центр «Красноярский научный центр Сибирского отделения Российской академии наук», г. Красноярск, Отдел Вычислительных моделей в гидрофизике, главный научный сотрудник.

Тарасевич Владимир Владимирович, кандидат физико-математических наук, доцент, Новосибирский филиал Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института водных и экологических проблем Сибирского отделения Российской академии наук, г. Новосибирск, научный сотрудник

**Ведущая организация:** Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева Сибирского отделения Российской академии наук, г. Иркутск

Защита состоится 19 июня 2018 года в 15 часов 00 минут на заседании диссертационного совета Д 003.061.02 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук (ИВМиМГ СО РАН) по адресу: 630090, г. Новосибирск, проспект Академика Лаврентьева, 6, конференц-зал ИВМиМГ СО РАН, тел. +7 (383) 330-71-59.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук: <http://icmmg.nsc.ru>.

Автореферат разослан 16 апреля 2018 г.

Учёный секретарь

диссертационного совета,  
д.ф.-м.н.



Сорокин Сергей Борисович

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы.** В современном мире численное моделирование практически незаменимо при изучении природных систем, а также при проектировании технических объектов. При решении задач гидродинамики, в зависимости от типа объекта (системы, устройства и так далее) используются разные подходы моделирования. Если объект можно представить в виде набора протяжённых элементов, в которых соотношение характерных размеров отличается в 10-1000 раз, например: трубопроводы, каналы, газоходы и др., то обычно используется сетевое – гидравлическое моделирование. При этом расчёт искомых характеристик такой системы (давление, скорость, температура и так далее) осуществляется методами теории гидравлических цепей (ТГЦ). Гидравлическая цепь состоит из набора узлов и ветвей (простой ориентированный граф). В узлах обеспечиваются законы сохранения массы и энергии (законы Кирхгофа). На ветвях обеспечивается закон количества движения, который описывает зависимость перепада давления по длине ветви от расхода.

При необходимости получить пространственное распределение характеристик течения и теплообмена в «компактных» объектах, то есть в объектах, отношение характерных размеров которых отличаются в 1-10 раз, применяют методы вычислительной гидродинамики (CFD). В основе данных методов лежит численное решение уравнений Навье-Стокса. В результате расчёта получаются поля характеристик исследуемого объекта, распределённые по объёму, например: скорость, давление, температура, концентрации, турбулентные характеристики и др.

Оба подхода моделирования нашли широкое применение при решении практических задач. Однако возникают случаи, когда моделирование объекта исследования в рамках одного подхода затруднительно. В этом случае необходимо построение разномасштабной модели, которая позволяет описывать объекты, состоящие из «компактных» и протяжённых элементов. Примеры таких объектов моделирования можно обнаружить в различных областях жизни:

- кровеносная система, состоящая из сердечной мышцы, аорты, крупных артерий и вен, с одной стороны, и сети мелких кровеносных сосудов и капилляров с другой;
- система тепло- и водоснабжения, содержащая длинные участки трубопроводов и сложные регулирующие, раздающие и собирающие устройства;
- системы природных водоемов, включающие русла рек с протоками и дельтой, гидротехнические сооружения.

В настоящей работе представлен гибридный метод решения такого рода задач, который объединяет в себе оба подхода моделирования в рамках единого расчетного алгоритма.

В основе предложенного гибридного метода лежит объединение сетевого и CFD методов расчета с использованием процедуры аналогичной хорошо известному SIMPLE алгоритму, предложенному Патанкарком и Сполдингом для CFD методов. Особенностью предложенного в данной работе метода является построение единого уравнения на поправку давления для всей области исследуемой системы как для протяженной – сетевой, так и для «компактной» – пространственной части, т.е. получение непрерывного поля давления.

Предложенный метод реализован на базе SigmaFlow. Программный CFD комплекс SigmaFlow предназначен для решения широкого спектра задач гидродинамики и теплообмена. В функционале программного комплекса добавлена возможность решения сетевых моделей, организовано взаимодействие между пространственными и сетевыми элементами разномасштабной модели, реализован предложенный метод решения уравнений для получения единого непрерывного поля давления.

**Цель работы.** Разработка и реализация численного метода для моделирования задач гидродинамики и теплообмена гидравлических систем, содержащих протяженные и «компактные» элементы.

**Задачи,** поставленные для достижения цели.

1. Разработать гибридный метод, основанный на объединении сетевого и CFD методов при решении задач гидродинамики для объектов, состоящих из «компактных» и протяженных элементов.
2. Разработать метод расчета теплообмена в разномасштабной модели при совместном решении многомерных и сетевых задач.
3. На основе предложенных методов построить алгоритм расчета гидродинамики и теплообмена разномасштабных моделей. Реализовать алгоритм расчета в виде программного модуля.
4. Провести тестирование разработанных численных методов и проверку адекватности алгоритма расчета на основе: аналитических решений; данных эксперимента; результатов полностью пространственного CFD моделирования.
5. Применить разработанную методику к решению прикладных задач.

**Научная новизна** изложенных в диссертационной работе результатов заключается в следующих положениях.

- **Впервые** предложен эффективный численный метод сопряжения сетевых и пространственных моделей гидродинамики и теплообмена в одну общую разномасштабную модель, с использованием стыковочных ветвей.
- Предложен метод расчета и алгоритм его реализации, основанный на объединении сетевого и CFD методов расчета с использованием **оригинальной** процедуры коррекции давления, позволяющий получить непрерывное поле давления для всей гидродинамической разномасштабной модели, которая описывает «компактные» и протяженные элементы.
- Предложена **оригинальная** модель «гибридного теплообменника» для расчета сопряжённого теплообмена, основанная на формировании источниковых членов в уравнениях сохранения энергии для моделирования теплового взаимодействия между сетевой и CFD частями модели.
- **Впервые** при расчетном исследовании теплообменных систем используется сочетание модели «гибридного теплообменника» и разномасштабной модели гидродинамики для компактных и протяженных элементов.

**Практическая значимость.**

- Предложенные модели, методы и алгоритмы, реализованные в программном модуле NetFlow комплекса программ SigmaFlow, являются эффективными инструментами для решения широкого класса задач гидродинамики и теплообмена. Позволяют при достаточной точности результата расчетов значительно сократить вычислительные затраты при моделировании в сравнении с использованием существующих CFD методов.
- С помощью разработанного комплекса программ решены разнообразные методические и практические задачи гидродинамики и теплообмена. Проведены исследования системы газоудаления от электролизных ванн алюминиевого производства (Красноярский алюминиевый завод). Выполнена адаптация программного модуля для расчета микроканальных теплообменников (ООО «ТОРИНС») и в рамках проекта РНФ.
- Разработанный программный комплекс может использоваться для решения технологических задач газоудаления, вентиляции, тепло- и водоснабжения, проектирования и оптимизации теплообменного, энергетического оборудования и систем смазки механизмов, решения задач гемодинамики практической медицины.
- Учебная версия программного комплекса SigmaFlow с программным модулем NetFlow внедрена в учебный процесс и широко используется в СФУ для выполнения студентами

вычислительных лабораторных работ, а также для проведения научных исследований в рамках бакалаврской и магистерской подготовки.

**Обоснованность и достоверность результатов обеспечивается:** использованием математической модели, основанной на фундаментальных законах сохранения массы, импульса и энергии в потоке жидкости или газа; всесторонним тестированием разработанного кода на ряде модельных задач путем сравнения получаемых результатов с аналитическими решениями, эталонными расчетами и экспериментальными данными.

**На защиту выносятся** следующие положения и научные результаты, соответствующие трём пунктам паспорта специальности 05.13.18 — «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» по техническим наукам:

1. Численный метод расчета сетевых и пространственных моделей гидродинамики и теплообмена, объединенных в одну общую разномасштабную модель с использованием стыковочных ветвей.
2. Метод расчета непрерывного поля давления разномасштабной модели, состоящей из «компактных» и протяженных элементов, моделируемых CFD и сетевыми методами соответственно.
3. Математическая модель “гибридного теплообменника” для расчета теплового взаимодействия между сетевой и CFD частями модели.
4. Результаты тестовых расчетов, демонстрирующих достоверность и эффективность предложенных моделей, методов и алгоритма расчета.
5. Результаты применения разработанного программного обеспечения NetFlow для решения практических и научных задач.

**Апробация работы** Основные результаты диссертации докладывались на следующих научных мероприятиях:

Всероссийский семинар кафедр вузов по теплофизике и теплоэнергетике. (Красноярск 2009, Кемерово 2011), Всероссийская научно-практическая конференция с международным участием «Теплофизические основы энергетических технологий» (Томск 2010), Всероссийская конференция «XXIX Сибирский теплофизический семинар» (Новосибирск 2010), XIII, XIV, XV Всероссийский семинар с международным участием «Математические модели и методы анализа и оптимального синтеза развивающихся трубопроводных и гидравлических систем» (Ялта 2010, Белокуриха 2014, Иркутск 2016), Конференция молодых учёных по математическому моделированию и информационным технологиям (Красноярск. 2010), Международная конференция, посвященная 90-летию со дня рождения Н.Н. Яненко (Новосибирск 2011), XII, XIII Всероссийская конференция молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям (Новосибирск 2011, Новосибирск 2012), Всероссийская научно-практическая конференция с международным участием (Томск 2011), XII Всероссийская научно-практическая конференция (Красноярск 2011), XXXI Сибирский Теплофизический семинар (Новосибирск 2014), Cfd Weekend 2015, II Всероссийская научная конференция "Теплофизика и физическая гидродинамика" с элементами школы молодых ученых. (Ялта 2017).

**Публикации.** По материалам диссертации опубликовано 20 работ, в том числе 6 статей в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК для представления основных результатов диссертации. Список работ приведен в конце автореферата.

**Личный вклад** автора заключается в разработке математических моделей и метода расчета, реализации и апробации гибридного алгоритма, а также в проведении численных экспериментов. Автор участвовал в постановке задачи и анализе полученных результатов. Основное содержание диссертационной работы и её результатов полностью отражено в 20 научных публикациях автора. В материалах совместных публикаций личный вклад автора является определяющим.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы из 104 наименований, 11 таблиц и 70 рисунков. Общий объем диссертации составляет 137 страницы.

### Содержание работы

Во **Введении** обосновывается актуальность темы исследования, формулируются цели и задачи, научная новизна и практическая значимость результатов работы.

В **главе 1** приведен обзор актуальных на сегодняшний день примеров применения разномасштабных моделей в разных научных и практических областях. Кроме того приведен обзор методов их решения.

В обзоре представлены примеры из трех различных научных областей – это моделирование кровеносной системы, моделирование речных систем и применение разномасштабных моделей для проектирования объектов электроэнергетики. Следует отметить, что применение разномасштабных методов моделирования не ограничено только этими четырьмя областями.

Применение разномасштабных моделей очень эффективный инструмент для исследования больших систем. Однако, в подавляющем большинстве случаев, анализ такой модели основан на раздельном описании разных по масштабу элементов системы в отдельных программных продуктах. При этом разные части модели обмениваются между собой краевыми условиями. В основном, вниз по потоку передаются расходные характеристики, а вверх передается давление. Такой подход обоснован для топологии модели типа «дерево», однако, при наличии колец может привести к потере устойчивости и снижению скорости сходимости.

Алгоритм, предложенный автором, основан на расчёте единого поля давления для всей системы в целом и применим для любой топологии исследуемой системы.

В **главе 2** излагается математическая модель. Сначала отдельно описаны методы моделирования сетевых и пространственных частей модели. Затем способ объединения их в единый алгоритм.

В параграфе 2.1 приведено описание построения сетевой модели в теории гидравлических цепей. Дискретизация сетевой модели выполнена на основе простого ориентированного графа (рис. 1). – Под графом понимается множество узлов и ветвей, соединяющих их.

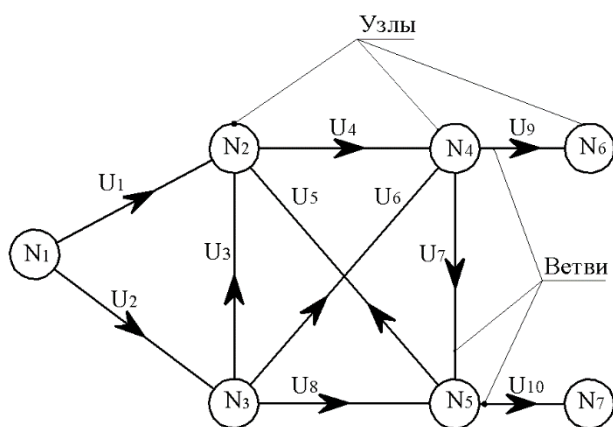


Рис. 1. Пример ориентированного графа

Для описания непосредственно-сетевой модели введем соответствующие обозначения: множество узлов обозначим  $N$ , множество ветвей (труб) –  $U$ . Пусть,  $O_i$  является подмножеством ветвей, начинающихся в  $i$ -том узле, а  $I_i$  подмножеством ветвей, заканчивающихся в  $i$ -том узле. Соответственно с каждой ветвью соотносится пара узлов с принятым обозначением  $N_{in}$  – начальный узел и  $N_{out}$  – конечный узел. Направление ветви задается от начального узла к конечному, соответственно значение расхода  $q_l$  и

скорости  $u_l$  на  $l$ -й ветви ( $l \in U$ ) может принимать как положительное значение (течение жидкости совпадает с направлением ветви), так и отрицательное. Стоит также отметить, что в общем случае, большинство узлов в сети между собой не связаны: в среднем на каждый

узел приходится две-четыре ветви. Следовательно, из всего множества ветвей  $U_{ij}$ , где  $i, j \in N$  необходимо выделить только сравнительно небольшое подмножество существующих ветвей.

Такой подход позволяет задать матрицу связей для всего графа в виде (1). Используя это выражение, задачу потокораспределения в сети можно свести к сочетанию закона сохранения массы в узле (2) и закона сопротивления в трубе (3).

$$D_{il} = \begin{cases} 1, & \text{если } l \in O_i \\ -1, & \text{если } l \in I_i, \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (1)$$

$$\sum_{l \in U_i} D_{il} q_l = Q_i, i \in N, \quad (2)$$

$$s_l |q_l| q_l = \sum_{i \in N} D_{il} \cdot p_{Di} + H_l, l \in U, \quad (3)$$

где  $q_l$  – массовый несущий поток на ветви,  $Q_i$  – источник массы, существующий в узле,  $p_{Di}$  – давление в  $i$ -том узле,  $H_l$  – действующий на ветви напор,  $s_l$  – коэффициент сопротивления, определяемый по формуле, также известной как закон Дарси-Вейсбаха:

$$s_l = \left( \frac{\lambda_{fr} \cdot l}{d} + \xi \right) \frac{1}{2 \cdot \rho \cdot f^2}, \quad (4)$$

где  $\lambda_{fr}$  – коэффициент линейного трения,  $d$  – гидравлический диаметр ветви,  $l$  – длина ветви,  $\rho$  – плотность жидкости,  $f$  – площадь сечения трубы,  $\xi$  – коэффициент местного сопротивления.

Записав эти уравнения для каждого узла и ветви (с учетом граничных условий), получаем систему нелинейных алгебраических уравнений, описывающих всю модель.

Уравнение сохранения тепловой энергии для данной части модели представлено в виде:

$$h_i \cdot \sum_M (q_M) = \sum_L (q_L \cdot h_L) + Q_i \cdot h_q + S_{h_i}. \quad (5)$$

Здесь  $h_i$  – энтальпия в  $i$ -м узле,  $M$  – множество узлов, по которым поток расходится от  $i$ -го узла,  $L$  – множество ветвей, по которым поток приходит в  $i$ -й узел,  $h_q$  – энтальпия источника массы,  $S_{h_i}$  – тепловой источник (сток) в  $i$ -м узле.

В параграфе 2.2 приведено описание основных математических моделей и алгоритмов, используемых в программном комплексе «SigmaFlow», предназначенном для расчета задач вычислительной гидродинамики, в рамках которого реализованы представленные методы и алгоритмы решения уравнения радиационного теплопереноса. Программный комплекс «SigmaFlow» основан на решении основных уравнений вычислительной гидродинамики.

Уравнение неразрывности:

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0. \quad (6)$$

Закон сохранения количества движения:

$$\rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \nabla (\hat{t}^m + \hat{t}^t) + \mathbf{F}, \quad (7)$$

где  $\hat{t}^m$  – тензор вязких напряжений,  $\hat{t}^t$  – тензор турбулентных напряжений Рейнольдса,  $\mathbf{F}$  – вектор объемных сил.

Закон сохранения энергии:

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{v} h) = \nabla (\lambda \nabla T) + \nabla \cdot \left( \frac{\mu_t}{Pr_t} \nabla h \right) + S_h, \quad (8)$$

где  $h$  – энтальпия,  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности,  $T$  – температура,  $\mu_t$  – турбулентная вязкость,  $Pr_t$  – турбулентное число Прандтля,  $S_h$  – объемная плотность внутренних источников тепла (приток/отток энергии в процессе химического реагирования, излучения, или каких-либо других процессов).

Программный комплекс «SigmaFlow» моделирует пространственные нестационарные турбулентные течения и содержит программные модули, позволяющие рассчитывать процессы смешения и диффузии неоднородных газовых смесей, химические реакции в потоке, горение газообразных, жидких и твердых веществ, конвективный, радиационный теплообмен и процессы теплопроводности, а также движение дисперсной фазы в потоке газа.

Численная методика, заложенная в пакете, основывается на методе контрольного объема. В пакете «SigmaFlow» реализованы схемы аппроксимации различного порядка точности.

Связь между полями скорости и давления реализуется при помощи эффективной SIMPLE-подобной процедуры расщепления.

Для решения систем линейных алгебраических уравнений в пакете реализовано несколько методов: переменных направлений, неполной факторизации Булеева, метод сопряженных невязок с факторизацией по Булееву.

В параграфе 2.3 описан способ объединения двух частей модели в одну на базе SIMPLE-подобной процедуры. Основой объединения является понятие стыковочных ветвей (рис. 2). На данных ветвях не решается уравнение сохранения импульса, а значение расхода определяется путем интерполяции по расходу в граничной ветви и на границе в пространственной области. Однако в уравнении на поправку давления стыковочные ветви учитываются как обычная ветвь.

При интерполяции расхода между пространственной и сетевой частями модели необходимо избежать на входе в пространственную часть ударного профиля скорости, и соответственно потери давления на его восстановление. Форма профиля скорости определяется на основе решения уравнения сохранения импульса в пространственной части модели, а значение скорости для каждой стыковочной грани умножается на соотношение среднего расхода в сетевой и пространственной частях модели и суммарного расхода через границу стыковки. Таким образом, процедура интерполяции определена в следующем виде:

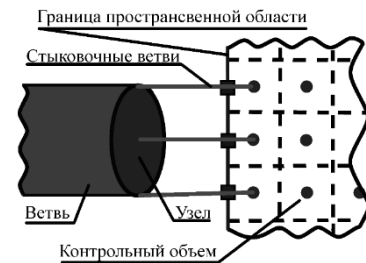


Рис. 2. Объединение сетевой и пространственной частей модели

$$q_{\text{interface}_i} = q_{\text{interface}_i}^* \cdot \frac{(Q_{\text{net}}^* + Q_{\text{cfd}}^*)}{2} \cdot \frac{1}{Q_{\text{cfd}}^*}, \quad (9)$$

здесь  $q_{\text{interface}_i}$  - расход через стыковочную грань, аналогичный расходу через соответствующую стыковочную ветвь,  $Q_{\text{net}}^*$  и  $Q_{\text{cfd}}^*$  - расход через подводящую ветвь и суммарный расход на стыковочных гранях соответственно. В выражении (9) символ \* обозначает, что значения получены в результате расчётов уравнения сохранения импульса для пространственной (7) и сетевой частей (3) задачи.

Такая связь позволяет построить единое уравнение на поправку давления, а единое для всей модели поле давления существенно увеличивает скорость сходимости. Для этого решение обеих частей модели выполнено в SIMPLE алгоритмом. Данный алгоритм основан на итерационном получении поля давления:

$$p^k = p^{k-1} + p', \quad (10)$$

где  $p^k$  - значение давления на текущей итерации,  $p^{k-1}$  - значение давления на предыдущей итерации,  $p'$  - поправка давления. Уравнения на поправку давления для обеих частей модели выглядят следующим образом:

$$\nabla(\tau_{\text{cfd}} \cdot \nabla p') = \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}^{k-1}) + q, \quad (11a)$$

$$\sum_{l \in U} D_{jl}(\tau_{\text{net}} \cdot \sum_{i \in N} D_{il} p') = q_j - \sum_{l \in U} D_{jl} q_l^{k-1}, \quad (11b)$$



здесь  $\tau_{\text{cfd}}$  и  $\tau_{\text{net}}$  коэффициенты, которые получаются в зависимости от схемы аппроксимации уравнений (3) и (7).

Систему уравнений (11) для каждого контрольного объема пространственной части модели и узла сетевой можно представить в матричном виде:

$$Ap' = \Delta q,$$

где  $A$  – матрица коэффициентов,  $p'$  – вектор искомых поправок давления и  $\Delta q$  – вектор невязок расходов, или если расписать:

$$\begin{pmatrix} A_{1,1}^{\text{cfd}} & A_{1,2}^{\text{cfd}} & \dots & A_{1,j} & \dots & A_{1,N-1}^{\text{net}} & A_{1,N}^{\text{net}} \\ A_{2,1}^{\text{cfd}} & A_{2,2}^{\text{cfd}} & \dots & A_{1,j} & \dots & A_{2,N-1}^{\text{net}} & A_{2,N}^{\text{net}} \\ & & & \vdots & & & \\ A_{i,1}^{\text{cfd}} & A_{i,2}^{\text{cfd}} & \dots & A_{i,j} & \dots & A_{i,N-1}^{\text{net}} & A_{i,N}^{\text{net}} \\ & & & \vdots & & & \\ A_{N-1,1}^{\text{cfd}} & A_{N-1,2}^{\text{cfd}} & \dots & A_{N-1,j} & \dots & A_{N-1,N-1}^{\text{net}} & A_{N-1,N}^{\text{net}} \\ A_{N,1}^{\text{cfd}} & A_{N,2}^{\text{cfd}} & \dots & A_{N,j} & \dots & A_{N,N-1}^{\text{net}} & A_{N,N}^{\text{net}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{p}_1^{\text{cfd}} \\ \dot{p}_1^{\text{cfd}} \\ \vdots \\ \dot{p}_i \\ \vdots \\ \dot{p}_{N-1}^{\text{net}} \\ \dot{p}_N^{\text{net}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta q_1^{\text{cfd}} \\ \Delta q_2^{\text{cfd}} \\ \vdots \\ \Delta q_i \\ \vdots \\ \Delta q_{N-1}^{\text{net}} \\ \Delta q_N^{\text{net}} \end{pmatrix}$$

здесь  $A_{i,j}, i = j$  – диагональные элементы матрицы,  $A_{i,j}, i \neq j$  – недиагональные коэффициенты связанные с влиянием совместных конвективных и диффузионных процессов на гранях контрольного объема и ветвях сети, где  $i, j \in N; N = N_{\text{cell}} + N_{\text{nod}}$  – суммарное количество контрольных объемов и узлов в модели. Индексы cfd и net показывают какой части модели принадлежит расчетный узел, переменные без индекса ( $A_{i,j}, \dot{p}_i$  и  $\Delta q_i$ ) обозначают, что данный элемент может принадлежать как пространственной, так и сетевой части модели.

Также в этом параграфе рассматриваются два способа, описывающих теплообмен между двумя частями модели.

Первый способ – это снос пассивной компоненты вниз по потоку, который осуществлён следующим образом: если поток направлен из сетевой части в пространственную, то значение температуры от крайнего узла передается в стыковочные грани  $T_{\text{interface}_i} = T_{\text{nod}}$ . В противном случае температура из стыковочных граней записывается в узлы стыковочных ветвей и участвует в правой части уравнения (5).

Второй способ связи двух частей модели по теплу – это гибридная модель описания теплообменника. В данной постановке подразумевается прохождение сетевых элементов (труб с теплоносителем) сквозь объем пространственной области. В этой модели течение теплоносителя по трубам моделируется в виде сетевого элемента, а область вокруг труб моделируется пространственными методами. Каждому элементу сети присваивается список контрольных объемов, расположенных в области теплообменника. Тепловой источник для каждого контрольного объема  $S_i$  пространственной части теплообменника определялся следующим образом:

$$S_i = K \cdot F \cdot (T_{\text{net}}^{\text{mid}} - T_{\text{cfd}_i}); S_{\text{net}} = -\sum_i S_i. \quad (10)$$

Здесь  $K$  – коэффициент теплопередачи,  $T_{\text{net}}^{\text{mid}}$  – среднеарифметическая температура на ветви,  $T_{\text{cfd}_i}$  – температура в  $i$ -ом контрольном объеме,  $F$  – площадь поверхности теплообменника в ячейке. Сумма тепловых источников в пространственной части с обратным знаком является источником для сетевого элемента.

Стоит обратить внимание на то, что в пространственной части модели может быть задана как жидкость, так и твердое тело, что позволяет решать задачи сопряженного теплообмена. При этом единственным изменением в модели является замена коэффициента теплопередачи на коэффициент теплоотдачи.

Итоговый SIMPLE-подобный гибридный алгоритм представлен на рис. 3:

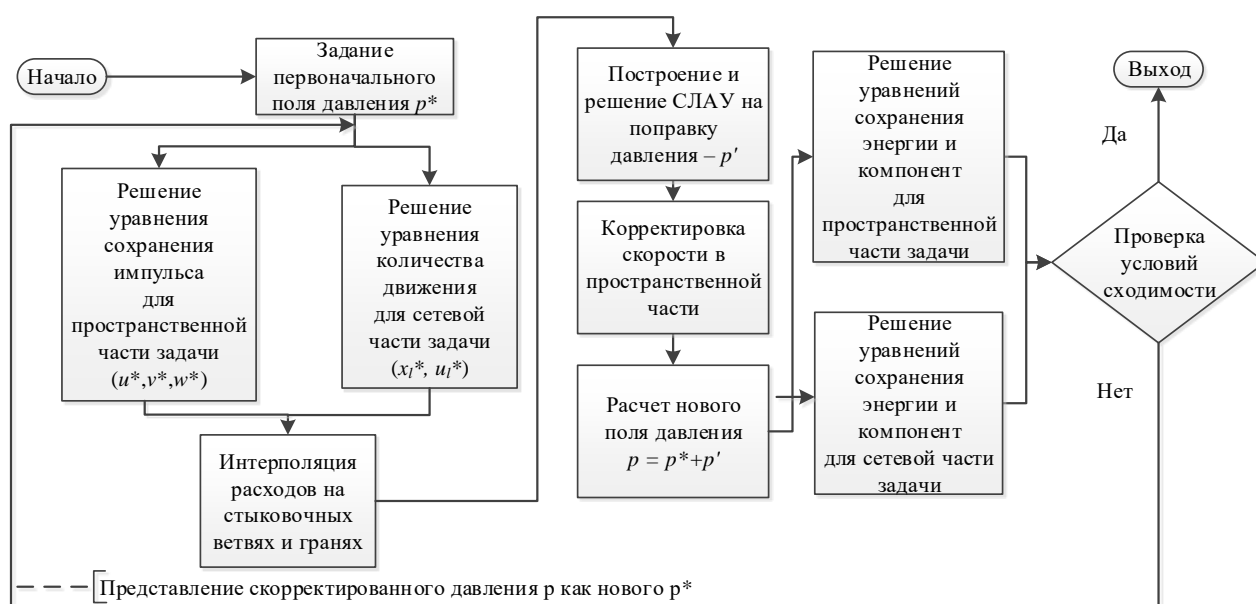


Рис. 3 Блок-схема алгоритма

Результаты тестирования алгоритма представлены в главе 3.

Для проверки методики сопряжения сетевой и CFD методов было построено две модели, представленные на Рис. 6. Оценка работоспособности разномасштабной модели проводилась на сравнении с эталонным вариантом модели, выполненным в полностью пространственной постановке. Параметрами для сравнения являются перепад давления на входе и выходе, профили скорости в различных сечениях и время расчета. На рис. 4 представлены эталонная (3D) и разномасштабная модели системы для турбулентного режима течения. Цифрами I и II обозначены сечения, в которых проводилось сравнение профилей скорости.

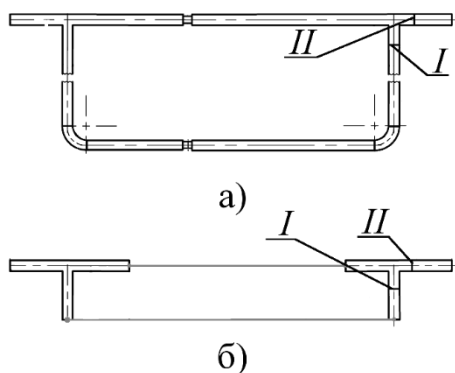


Рис. 4. Геометрия теста «Два тройника» (размеры указаны в метрах,  $R$  – обозначает радиус): а) – полностью пространственный вариант, б) – гибридный вариант. I и II – сечения в в которых исследуются профили скорости

Местные сопротивления в гибридном варианте расчета определялись по справочнику Идельчика (Идельчик, И. Е., Справочник по гидравлическим сопротивлениям, М.: Машиностроение, 1992, р. 672 с.).

Таблица 1: Результаты моделирования

| варианты решения | расход, м <sup>3</sup> /сек |         | потеря давления |
|------------------|-----------------------------|---------|-----------------|
|                  | прямой                      | боковой |                 |
| 3 х мерное       | 0,496                       | 0,289   | 1,094           |
| гибридное        | 0,498                       | 0,287   | 1,107           |

В таблице 1 представлено сравнение расходов в прямом и боковом каналах, а также полного перепада давления для различных вариантов расчета. Получено хорошее совпадение по перепадам давления и расходам между полностью пространственным и гибридным расчетами. Локальные характеристики проверялись сравнением поперечной компоненты скорости в сечениях, расположенных в двух калибрах до и после сборного тройника (05). Видно, что профили скорости в гибридном и 3D вариантах расчета очень близки. Также стоит отметить, что расчет разномасштабной модели происходит в 8 раз быстрее, чем полностью пространственной.

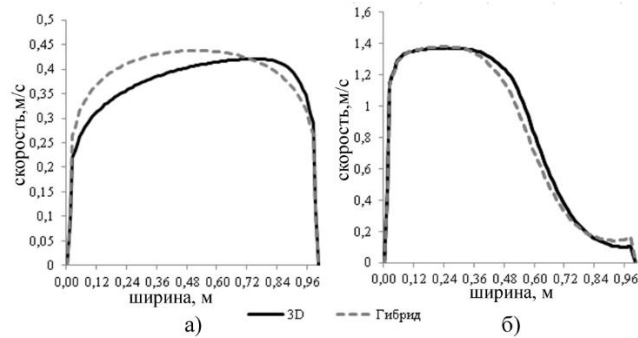


Рис. 5. Сравнение профилей скорости: а) сечение I, б) сечение II

В параграфе 3.3 рассматривается тестирование разработанного алгоритма при решении тепловой задачи. Для проверки модели «гибридного теплообменника» была решена задача о моделировании теплообмена в экспериментальной установке воздухоохлаждителя центробежного компрессора (Талдыкин, Ю.А., Повышение эффективности работы крупных турбокомпрессорных станций алюминиевой промышленности. Автореферат. канд. тех. наук. 05.14.4, Красноярск, 1997 – 15 с). Данная установка состоит из канала, в который подается воздух с заданным расходом и температурой. Геометрия модели представлена на рис. 6. В качестве охлаждающей жидкости использовалась вода, которая протекает через змеевидную трубку.

Особенности геометрии данной установки обуславливают затруднение в использовании стандартных эмпирических методов. В модели каждый проход воды рассчитывался как отдельный теплообменник. При проведении эксперимента варьировались расход воздуха и воды, а также температура воздуха. Сравнение результатов расчета с экспериментом проводилось по перепаду температуры воздуха.

Результаты расчета показывают достаточно сложную картину течения и поля температур, что оправдывает применение численного моделирования.

Сравнение результатов проводилось по выходной температуре: абсолютные отклонения перепада температур теплоносителей и теплового потока представлены на рис. 7. Температура воздуха замерялась в центральной точке выходного сечения, это связано с тем, что в эксперименте замеры проводились также в одной точке.

Из результатов видно хорошее совпадение эксперимента с расчетом по перепаду температуры воздуха (не более 1%) и по количеству переданной теплоты (не более 4,5%).

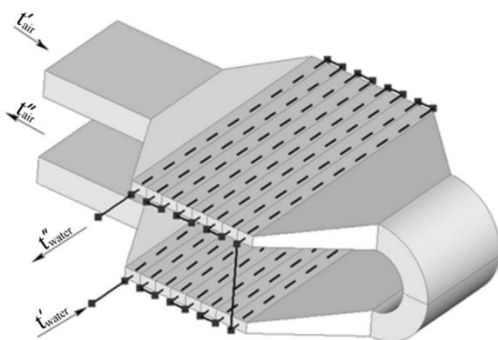


Рис. 6. Модель экспериментальной установки

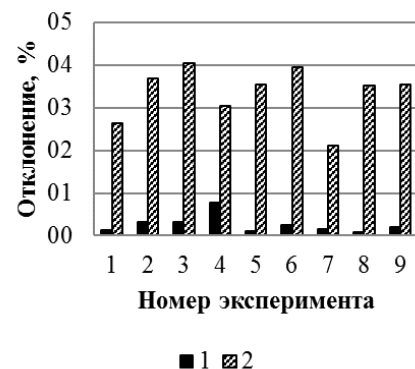


Рис. 7. Отклонения эксперимента от расчета: 1 – перепад температуры воздуха; 2 – количество теплоты

В главе 4 приведены примеры применения разработанного гибридного алгоритма для практических и научных задач.

Первой (параграф 4.1) рассматривается задача об оптимизации системы межкорпусных газоходов алюминиевого завода. Данная система предназначена для сбора вредных газов, выходящих из бригад электролизных ванн, и передачи их в аппараты газоочистки. Была поставлена задача о выравнивании расходов от каждой ванны в четырёх бригадах (1-я и 2-я бригады – 24 ванны, 3-я бригада – 26 ванн и 4-я – 20 ванн). Предполагалось осуществить выравнивание расходов с помощью регулирующих заслонок, а также провести оценку изменения общего разрежения в системе до и после выравнивания.

Главной особенностью данного газохода является наличие центрального сборного коллектора (пространственная часть представлена на рис. 8), потери давления в котором составляют примерно половину от общей потери давления в исследуемой части системы. В общем случае моделирование такой задачи в рамках одного из основных подходов (полностью 3D или полностью ТГЦ) невозможно. Размер расчётной сетки для построения полностью пространственной модели всего корпуса будет слишком велик, так как длины некоторых участков больше 100м, также при таком подходе сложно представить бригаду эквивалентным элементом. При построении полностью сетевой модели необходимо определить гидравлическое сопротивление коллектора для разных режимов его работы, что также является достаточно трудоёмкой задачей. Конструктивные элементы (отвод от третьей бригады, сборный тройник и диффузор) находятся слишком близко (3-5 калибров) и оказывают влияние друг на друга, что делает невозможным расчет их гидравлического сопротивления по справочным данным. Применение разделённой модели для определения гидравлического сопротивления каждого отвода коллектора также не подходит, так как есть предположение, что до и после выравнивания расходов оно будет сильно отличаться. Построение разномасштабной модели позволяет устранить это препятствие: протяженные элементы представлены в виде сети, сборный коллектор в виде пространственного элемента (см. рис. 8), а сопротивление коллектора будет рассчитано для конкретных величин расходов.

Геометрия коллектора строилась по чертежам, полученным от заказчика. Сетевые элементы гибридной модели можно разделить на три группы: 1) Ветви, параметры которых задаются исходя из геометрических характеристик (ветви 2, 9,10). 2) Ветви, моделирующие область под вставку регулирующей заслонки (ветви 1, 4, 6, 8). Минимальная длина и сопротивление соответствуют открытой заслонке. 3) Ветви, описывающие бригаду подкорпусного газохода (ветви 0, 3, 5, 7).

Параметры ветвей третьей группы определялись исходя из экспериментальных данных.

Результаты гибридного расчета сравнивались с данными эксперимента рис. 9. Максимальное отклонение наблюдается для четвертой бригады и составляет примерно 6%, что меньше требуемой основной погрешности средств измерения объемного расхода газов на  $\pm 10\%$  (см РД 52.04.59-85). Разрежение на выходе из коллектора равно 2416 Па. После процедуры определения дополнительного сопротивления регулирующих заслонок был проведён повторный расчет, результаты которого представлены на рис. 9. Общее разрежение в системе выросло до 2868 Па, то есть на  $\approx 20\%$ .

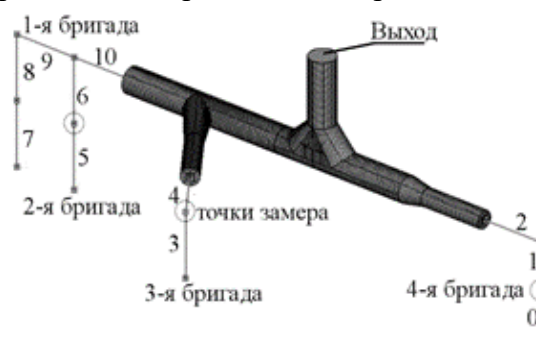


Рис. 8. Разномасштабная модель системы выносных газоходов корпуса: №1, №2, №3, №4 – номера бригад, 0–10 номера ветвей, кругом выделены точки замеров

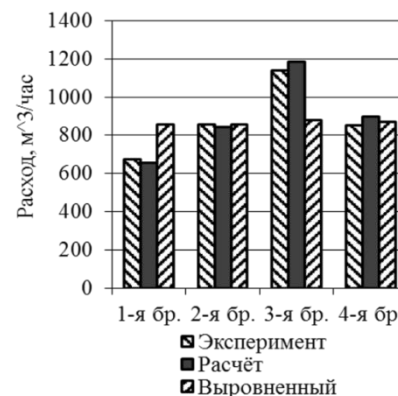


Рис. 9. Результаты расчёта системы газоудаления

В следующих параграфах (4.2, 4.3) рассмотрено моделирование микроканальных теплообменников, выполненное в рамках научно-исследовательской работы «Экспериментальное изучение и моделирование течений дисперсных флюидов, включая наножидкости, в каналах микросистемной техники различного назначения» (РНФ 14-19-00312).

Были построены разномасштабные модели двух различных микротеплообменников. Первый микротеплообменник состоит из 15 микроканалов прямоугольного сечения. Размеры микроканалов были следующими: высота канала – 772 мкм, ширина – 1100 мкм, длина – 5000 мкм, количество микроканалов в блоке – 15. Схематично геометрия рассматриваемого теплообменника представлена на рис. 10а. Охлаждающая вода подается через круглый канал диаметром 5 мм (расположен на рис. 10 сверху). Охлаждаемая поверхность имеет размеры 30мм на 50 мм, что соответствует размерам типичных элементов микросхем, поэтому такие системы удобно использовать, например, для охлаждения процессоров ЭВМ. Было выполнено два варианта расчета: в полностью пространственной (рис. 10а) и гибридной (рис. 10б) постановках. Была проведена серия расчётов, в которых число Рейнольдса варьировалось в диапазоне от 100 до 800. Число Рейнольдса определялось через расход воды на входе в теплообменник и диаметр подводящего канала. Исследуемой величиной являлось падение давления между входом и выходом в теплообменник и нагрев воды в теплообменнике.

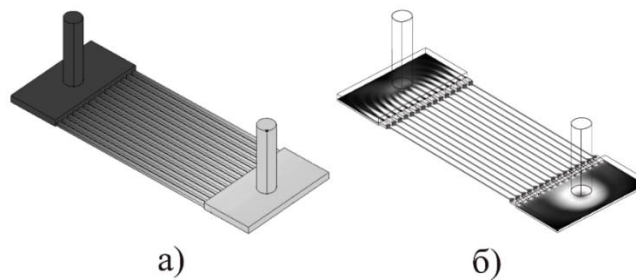


Рис. 10 Два варианта постановки задачи о теплообмене в блоке микроканалов: а) пространственная постановка (поле температуры на стенках канала, °С); б) гибридная постановка (модуль скорости в центральном сечении микроканалов, м/с)

Сравнение проводилось с экспериментальными данными (Sameer Khandekar, Gaurav Agarwal, Manoj Kumar Moharana, «Thermo-Hydrodynamics of Developing Flow in a Rectangular Mini-Channel Array,» pp. 1342-1349, 2010) и между полностью пространственной и гибридной моделями (см. рис. 11). Как видно из данного рисунка результаты расчета полностью пространственного и гибридного вариантов, практически совпадают.

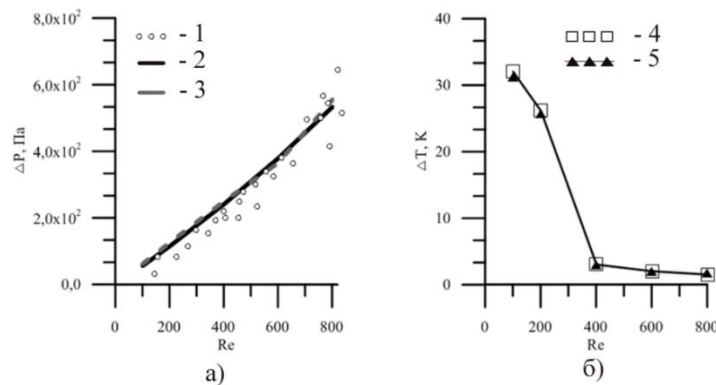


Рис. 11 Зависимость а) перепада давления: (1 – эксперимент, 2 - пространственная постановка, 3 - гибридная постановка), и б) перепада температуры (4 – пространственная постановка, 5 – гибридная постановка) от числа Рейнольдса

Второй микротеплообменник представляет собой блок охлаждения электронного чипа системой разветвленных микроканалов (см. рис. 12а). Особенностью данного теплообменника, по сравнению с предыдущим, является участие в процессе охлаждения подложки, играющей роль радиатора. С точки зрения моделирования - это сопряженный теплообмен. Качественная оценка результатов проводилась по полю температур, представленному в работе Xiang-QiWang (Xiang-Qi Wang, Arun S. Mujumdar, Christopher Yip., "Thermal characteristics of tree-shaped microchannel nets for cooling of a rectangular heat sink," International Journal of Thermal Sciences, vol.45, p.1103–1112, 2006), полностью пространственному и гибриднему расчётам. Количественная верификация проводилась по распределению температуры вдоль двух линий (пунктирные линии на рис. 12), а также по полному перепаду давления и температуры на входе и выходе из теплообменника

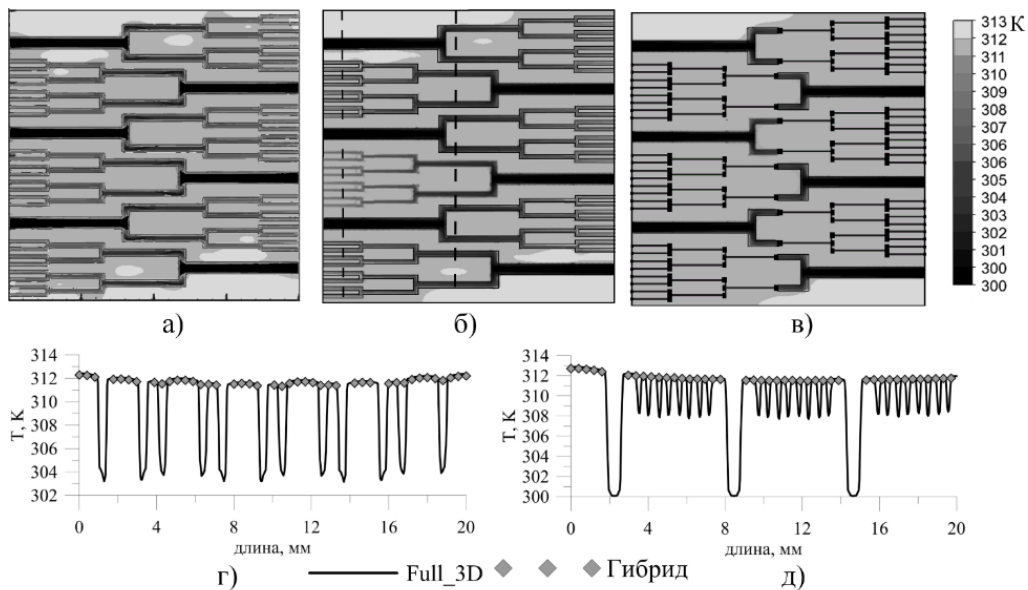


Рис.12. Сравнение полей температуры ( $^{\circ}\text{C}$ ) в центральном сечении: а) Xiang-QiWang, б) SigmaFlow\_3D, в) SigmaFlow\_Hybrid; сравнение температуры вдоль линии: г) в сечении 2 мм от левого края, д) в сечении 9 мм от левого края (сплошная линия – SigmaFlow\_3D, маркеры – SigmaFlow\_Hybrid)

Как видно из рис. 12, разница между полностью пространственными и гибридной моделями очень небольшая. Однако на расчет гибридного варианта тратится на 40% меньше времени. Таким образом, гибридный подход для решения такого типа задач актуален и более предпочтителен.

В главе 5 показана общая архитектура программного комплекса SigmaFlow, а также интеграция в него разработанного программного модуля.

**В заключении** сформулированы основные результаты работы:

Основные результаты выполнения данной диссертационной работы следующие:

1. Предложен эффективный гибридный метод совместного решения многомерных и сетевых задач гидродинамики и теплообмена для систем, в которых одновременно можно выделить протяженные и «компактные» элементы. Метод основан на решении единого уравнения на поправку давления, что позволяет получить общее поле давления для всей модели.
2. Предложена оригинальная модель «гибридного теплообменника» для расчета сопряженного теплообмена, основанная на формировании источниковых членов в уравнениях сохранения энергии для моделирования теплового взаимодействия между сетевой и CFD частями модели.
3. Проведенные тестовые расчеты продемонстрировали хорошую точность и устойчивость гибридного метода в широком диапазоне параметров течения и характеристик рабочей

среды. В сравнении с существующими методами предложенный метод позволяет значительно сократить вычислительные затраты (до 8 раз).

4. На базе программного комплекса SigmaFlow реализован программный модуль NetFlow, предназначенный для моделирования задач гидродинамики и теплообмена в системах, состоящих из протяжённых и «компактных» элементов. Полученный программный комплекс позволяет решать технологические задачи газоудаления, вентиляции, тепло- и водоснабжения, проектирования и оптимизации теплообменного, энергетического оборудования и систем смазки механизмов, решения задач гемодинамики практической. В частности, при исследовании микроканальных теплообменных систем использование сочетания модели «гибридного теплообменника» и разномасштабной модели гидродинамики позволило эффективно моделировать большие системы с сопряженным теплообменом.

#### **Публикации в периодических изданиях, рекомендованных ВАК:**

1. Filimonov, S.A.; Mikhienkova, E.I.; Dekterev A.A.; Boykov D.V. Hybrid methods for simulating hydrodynamics and heat transfer in multiscale (1D-3D) models // Journal of Physics: Conference Series. 2017. Vol. 899. No. 5. P. 052004.
2. С.А. Филимонов, П.А. Необъявляющий, Е. И. Михиенкова, Применение гибридного алгоритма моделирования для исследования системы удаления вредных газов алюминиевого производства // Вестн Том. гос. ун-та. Математика и механика. 2016. № 6(44). С.64-79
3. Михиенкова Е.И., Филимонов С.А., Дектерев А.А. Гибридный алгоритм для совместного расчета многомасштабных гидравлических задач с учетом тепловых процессов // Вычислительные методы и программирование: новые вычислительные технологии Т.17 №4 (2016), с. 380-392.
4. Филимонов С. А., Дектерев А. А., Сентябов А. В., Минаков А. В. Моделирование сопряженного теплообмена в системе микроканалов при помощи гибридного алгоритма // Сиб. журн. индустр. матем., Т.18 №3 (2015), 86–97
5. Филимонов С. А., Дектерев А. А., Бойков Д. В. Численное моделирование кожухотрубчатого теплообменника с помощью гибридного алгоритма // Тепловые процессы в технике, № 8, 2014. С. 343-348
6. Бойков Д. В., Филимонов С. А. Моделирование системы смазки редуктора хода экскаватора // Журнал Сибирского федерального университета. Техника и технологии Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies Том 3 номер 4. 2010. с. 454–462.

#### **Публикации в других изданиях:**

7. Филимонов С. А., Бойков Д. В. Расчет магистрали смазки планетарного редуктора // Тезисы Всероссийского семинара кафедр вузов по теплофизике и теплоэнергетике 13 – 15 мая 2009г. Красноярск. 2009. С.17
8. Бойков Д. В., Филимонов С. А. Определение гидродинамического сопротивления различных устройств // Тезисы Всероссийская конференция молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям. 26-27 октября 2010г. Новосибирск 2010.
9. Бойков Д. В., Филимонов С. А., Дектерев А. А. Комплексное моделирование устройств на примере системы смазки // Сборник научных трудов Всероссийской научно практической конференции с международным участием «Теплофизические основы энергетических технологий» 24-26 июня 2010г. Томск. 2010.
10. Бойков Д. В., Филимонов С. А., Дектерев А. А. Комплексный подход при исследовании и оптимизации режимов систем газоходов // Тезисы Всероссийской конференции «XXIX Сибирский теплофизический семинар». 15-17 ноября 2010. Новосибирск. 2010.



11. Филимонов, С. А., Бойков, Д. В. Разработка алгоритма для совместного решения многомерных и сетевых задач // Современные проблемы прикладной математики и механики: теория, эксперимент и практика: Международная конференция, посвященная 90-летию со дня рождения Н.Н. Яненко. - Новосибирск: ЗАО РИЦ "Прайс-курьер 2011.-С. 104-105. 2011.
12. Филимонов, С. А., Бойков, Д. В. Гибридный алгоритм для совместного решения многомерных и сетевых задач. // Тезисы VII Всероссийского семинара кафедр вузов по теплофизике и теплоэнергетике 14 – 16 сентября 2011г. Кемерово.
13. Филимонов, С. А. Разработка гибридного алгоритма для совместного решения многомерных и сетевых задач. // XII Всероссийская конференция молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям Новосибирск 3-5 октября 2011г. Новосибирск ЗАО РИЦ "Прайс-курьер 2011.-С. 24.
14. Бойков Д.В., Гаврилов А. А., Дектерев А. А., Филимонов С. А., Развитие гибридного алгоритма для совместного решения многомерных и сетевых задач // Тезисы XIII Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям. г. Новосибирск, 15-17 октября 2012 г.
15. Бойков Д.В., Гаврилов А.А., Дектерев А.А., Филимонов С.А. «Гибридный подход для решения задач Теории гидравлических цепей, содержащих пространственные элементы» // Трубопроводные системы энергетики: математическое и компьютерное моделирование/ Новицкий Н.Н., Сухарев М.Г., Сарданашвили С.А. Новосибирск 2014,-274 с., С. 46-54.
16. Филимонов С.А., Дектерев А.А. Возможности гибридного алгоритма для решения моделей одновременно состоящих из пространственных элементов и элементов из теории гидравлических цепей // Сборник докладов «XXXI Сибирского Теплофизического семинара», Новосибирск, 17 – 19 ноября 2014 г., с. 170
17. Филимонов С.А., Дектерев А.А., Бойков Д.В. Метод расчета кожухотрубчатого теплообменника основанный на сочетании пространственного моделирования и модели гидравлических цепей // Материалы Шестой Российской национальной конференции по теплообмену, Москва, 2014. Том 1, С.41-42
18. Бойков Д.В., Филимонов С.А., Дектерев А.А. «Комплексный анализ систем газопроводов с использованием методов трехмерного моделирования и методов ТГЦ» // Труды XIV Всероссийского научного семинара «Математические модели и методы анализа и оптимального синтеза развивающихся трубопроводных и гидравлических систем» 8 – 13 сентября 2014 г. Белокуриха, Алтайский край. С. 28-43.
19. Филимонов С.А. Основные способы построения разномасштабных (1D-3D) моделей потокораспределения в гидродинамических системах, на примере программного комплекса SigmaFlow. // Материалы XVII Всероссийской конференции молодых учёных по математическому моделированию. г. Новосибирск, Россия, 30 октября – 3 ноября 2016 г. — Новосибирск: ИВТ СО РАН, 2016. С. 72
20. Дектерев А.А., Филимонов С.А., Бойков Д.В., Михиенкова Е.И. «Гибридные методы моделирования гидродинамики и теплообмена в разномасштабных (1d-3d) моделях» Тезисы докладов II Всероссийской научной конференции "Теплофизика и физическая гидродинамика" с элементами школы молодых ученых. г. Ялта 11-17 сентября 2017.