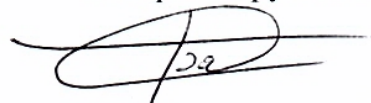


ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ  
ИНСТИТУТ МОНИТОРИНГА КЛИМАТИЧЕСКИХ И  
ЭКОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ СИБИРСКОГО  
ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи



БОГОМОЛОВ ВАСИЛИЙ ЮРЬЕВИЧ

**ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ ВНУТРЕННИХ ВОДОЕМОВ СУШИ В  
МОДЕЛИ ЗЕМНОЙ СИСТЕМЫ**

Специальность 05.13.18 –

«Математическое моделирование, численные методы  
и комплексы программ»

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук,

Гордов Е.П.

Томск - 2018

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
Глава 1. Сравнение схем турбулентного замыкания в модели озера LAKE	14
1.1. Общее описание модели LAKE	15
1.1.1. Численная реализация уравнений гидродинамики в модели LAKE	20
1.2. Замыкание турбулентности $k - \varepsilon$	21
1.2.1. Дискретизация системы уравнений для $k$ и $\varepsilon$	23
1.3. Коэффициент Колмогорова как функция стратификации и сдвига скорости	25
1.3.1. Функции устойчивости Кануто	27
1.3.2. Функции устойчивости Гальперина	28
1.4. Параметризация Хендерсон-Селлерс	29
1.5. Схема конвективного приспособления для случая неустойчивой стратификации	31
1.6. Оценка условий сходимости решения конечно-разностной схемы модели при различных турбулентных замыканиях	40
1.6.1. Описание эксперимента Като-Филлипса для $k - \varepsilon$ модели	41
1.6.2. Результаты эксперимента Като-Филлипса с $k - \varepsilon$ моделью с различными вариантами функции устойчивости $C_e$ и $C_{e,T}$	43
1.6.3. Эксперимент Като-Филлипса для параметризации Хендерсон-Селлерс	59
1.6.4. Выводы	61
1.6.5. Эксперимент с реальным атмосферным форсингом для модели LAKE с параметризацией Хендерсон-Селлерс и $k - \varepsilon$ моделью. Описание эксперимента, результаты, сравнение с	62

данными измерений	
1.7. Выводы	67
Глава 2. Программный комплекс для создания цифровой карты типов суши с различным пространственным разрешением	70
2.1. Используемые входные данные и пакет программ	71
2.1.1. База распределения и глубин озер, используемый пакет программ	71
2.1.2. Входные данные, используемые из климатической модели INMCM	74
2.2. Описание разработанного программного комплекса	76
2.3. Выводы	78
Глава 3. Включение одномерной модели озера в модель климата	79
3.1. Краткое описание климатической модели INMCM	80
3.1.1 Деятельный слой суши в модели INMCM	82
3.1.2. Мозаичный метод агрегирования турбулентных потоков	84
3.2. Адаптация модели озера	85
3.3. Адаптация климатической модели. Сопряжение модели LAKE и INMCM	90
3.4. Валидация модели озера в рамках климатической модели по доступным эмпирическим данным	92
3.5. Выводы	96
Заключение	97
Литература	100

## Введение

В современных математических моделях Земной системы большая часть процессов в деятельном слое суши, особенно процессы переноса и трансформации влаги, параметризуется, либо рассчитывается упрощенно. Например, в климатической модели ИВМ РАН водоемы параметризуются как почва с увеличенным испарением с поверхности в сравнении с «обычной» почвой. Схематичность параметризаций всех подсеточных особенностей деятельного слоя в большей степени определялась ограниченностью используемых вычислительных ресурсов и грубостью пространственного разрешения самих климатических моделей. К примеру, на предыдущих этапах международного проекта по сравнению глобальных совместных моделей CMIP (Coupled Model Intercomparison Project) участвовали модели с пространственным разрешением более 2 градусов (~200 км).

Активное развитие технологий кластерных вычислений и рост мощностей суперкомпьютеров привели к тому, что в наступающей фазе CMIP7, разрешение моделей Земной системы составляет примерно  $0.25^{\circ}$ – $0.5^{\circ}$  (~25–50 км), а большое количество экспериментов посвящено взаимодействию атмосферы с деятельным слоем суши. При таком разрешении многие ранее подсеточные объекты на земной поверхности, такие как водоемы, реки, болота и т.д., становятся крупномасштабными структурами и должны описываться явно.

Частью деятельного слоя суши являются его внутренние водоемы, играющие важную роль в формировании локальных погодных условий и во многом определяющие специфические особенности климата над прилегающей территорией. Прежде всего, это обусловлено существенной разницей между температурой поверхности озера и температурой поверхности окружающей его суши. Эта разница наблюдается почти всегда, за исключением случаев, когда и озера, и почва покрыты снегом. Существенно отличие между водными объектами и сушей и в других аэродинамических и радиационных

характеристиках поверхности, таких как шероховатость и альбедо. Все это приводит к значительной пространственной неоднородности турбулентных и радиационных потоков на поверхности, особенно в регионах, где высока плотность распределения озер, например, на Западно-Сибирской низменности.

Контраст в потоках энергии на границе земля-вода имеет суточный цикл, приводящий к местной атмосферной циркуляции вдоль берега крупных озер во время безледного периода. В умеренной климатической зоне наличие крупных водоемов изменяет теплообмен в приземном слое воздуха на сезонном временном масштабе. В течение лета водоемы, прогреваемые коротковолновой солнечной радиацией, накапливают тепло, а в течение осени – выделяют это тепло через турбулентные потоки тепла как следствие большой разности температуры и влажности между поверхностью водоема и воздухом (Long et al., 2007). Тепло, выделяющееся с поверхности озер в конце осени и в начале зимы, часто приводит к развитию горизонтальных конвективных ячеек в пограничном слое атмосферы в условиях холодного атмосферного вторжения – классический сценарий, тщательно изученный в районе Великих американских озер (например, Forbes and Meritt, 1984). Эти примеры ясно показывают важность реалистичного представления озер в моделях численного прогноза погоды и в моделях Земной системы.

Современный этап развития схем деятельного слоя суши в моделях Земной системы характеризуется усложнением параметризаций гидрологических процессов. Описание многих процессов, связанных с движением и фазовыми переходами воды (перенос и фазовые переходы влаги в почве, процессы формирования и развития снежного покрова, движение и транспирация влаги в растениях), присутствует в этих моделях сравнительно давно. В то же время, гидрологические объекты – водоемы и водотоки – до недавнего времени не были представлены. К настоящему времени разработаны «транспортные» схемы (River routing models, Tian et al., 2013) динамики водотоков, которые предназначены для воспроизведения стока крупнейших рек и «паводковых волн». В параметризациях водоемов (Bonan, 1995; Hostetler et

al., 1990; Mironov et al., 2010; Dutra et al., 2010), напротив, основной упор делается на термодинамику взаимодействия с атмосферой, а моделирование динамики (имеется не во всех параметризациях) служит для адекватного представления вертикального турбулентного теплообмена внутри водоема. Потоки явного, скрытого тепла и импульса на подстилающей поверхности служат граничным условием для атмосферных моделей, поэтому от моделей водоемов требуется, в первую очередь, достоверность расчета этих величин. Однако, адекватное воспроизведение вертикального профиля температуры в водоеме также имеет большое значение, поскольку температура является ключевым фактором развития экосистем, которые, в свою очередь, могут оказывать влияние на атмосферные процессы. Так, в последнее десятилетие заметное внимание уделяется эмиссии метана с внутренних водоемов, в частности, термокарстовых озер (Walter et al., 2007). Усиление образования метана при участии соответствующих микроорганизмов в подозрительном талике может быть обусловлено повышением температуры грунта, вызванным, в свою очередь, потеплением климата.

Модели водоемов, используемые при численном моделировании взаимодействия водоемов и атмосферы, можно классифицировать по пространственной размерности:

1) *Трехмерные модели*: часто в качестве таких моделей используются адаптированные модели океанической циркуляции, например, модель POM (Princeton Ocean Model, Long et al., 2007);

2) *Одномерные модели*: эти модели можно разделить на модели «в точке» («single-column» в англоязычной литературе), предполагающие однородность характеристик водоема по горизонтали (модель GOTM (Burchard et al., 2006), ранняя версия модели LAKE (Степаненко и Лыкосов, 2005) и др.), и горизонтально-осредненные модели (Васильев, 1999; Goudsmit et al., 2002; Stepanenko et al., 2016);

3) *½-мерные модели*: в этих моделях вертикальный профиль температуры не разрешается явно на конечно-разностной сетке, а параметризуется; ярким примером такого рода моделей является FLake (Mironov et al., 2008);

4) *Нульмерные модели*: характеризуются одним значением температуры, что может быть достигнуто, например, осреднением уравнения притока тепла по объему озера.

Существуют также двумерные модели водоемов и водотоков (например, модель CE-QUAL-W2, <http://www.ce.pdx.edu/w2/>), однако автору не известны работы, в которых они использовались бы совместно с атмосферными моделями.

Трехмерные модели применяются, как правило, в задачах регионального характера, когда нужно воспроизвести детальную динамику конкретного озера (или нескольких озер) и циркуляцию атмосферы в его окрестности (Long et al., 2007). Одномерные модели в силу вычислительной простоты хорошо подходят для климатических задач, в которых рассматриваются большие территории, большое количество водоемов и приходится проводить длительные численные эксперименты (Bonan, 1995).

В связи с приведенными выше тенденциями развития климатического моделирования возникла необходимость включения хорошо апробированной одномерной модели водоема, способной воспроизводить характеристики поверхности, термодинамику процессов в самом водоеме и биохимические процессы (в перспективе) в модель Земной системы ИВМ РАН. К данной модели были выдвинуты соответствующие требования к вычислительной эффективности, физической адекватности всех её параметризаций и возможности использования больших шагов по времени, т.е. порядка 1 часа. Также появляется требование к универсальности данной модели для разных климатических зон.

Ограничение, накладываемое численной схемой на шаги по пространству и по времени в параметризации водоема, вынуждают исследовать чувствительность численного решения и его сходимость при их варьировании,

на примере идеализированных численных экспериментов, демонстрирующих роль отдельных ключевых механизмов теплообмена в водоеме, и на реальных объектах, с дальнейшим сравнением с данными измерений (Глава 1).

В рамках модели Земной системы должно быть учтено пространственное распределение водоемов как типа поверхности и глубины водоемов. Соответствующие цифровые карты должны базироваться на базе данных о реальных озерах и иметь различное пространственное разрешение, задаваемое конфигурацией численного эксперимента с моделью Земной системы (Глава 2).

Модель водоема должна быть интегрирована в программный код климатической модели во все необходимые модули модели, такие как ввод, вывод, расчетный блок деятельного слоя суши, схема расчётов потоков тепла и импульса. Для модели водоема, наравне с классической возможностью старта с заданных пользователем начальных данных, должна быть реализована возможность старта с «контрольной точки» (состояния водоемов, достигнутого в конце предыдущего численного эксперимента). В рамках климатических численных экспериментов модель должна пройти валидацию на имеющихся данных измерений, т.е. проверена на способность воспроизводить основные характеристики водоемов, в первую очередь, температуру поверхности водоемов (Глава 3).

### **Цели и задачи.**

**Целью** работы является усовершенствование параметризации водоемов суши в модели Земной системы ИВМ РАН.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Создать параметризацию на основе выбранной одномерной термодинамической модели водоема, способную функционировать в рамках климатической модели и обеспечивающую оптимальное сочетание



вычислительной простоты и физической достоверности, а также возможность запуска в многопроцессорном режиме.

2. Исследовать чувствительность численного решения модели водоема к пространственному и временному разрешению и сходимость конечно-разностной схемы модели при использовании различных турбулентных замыканий на основе численных экспериментов в идеализированных постановках и для реальных озер.

3. Создать пакет программ для построения цифровых карт распределения площади и глубины водоемов на Земном шаре, с пространственным разрешением сетки, используемым в климатической модели. Пакет программ должен обеспечить коррекцию карты типов суши, в которой водоемы ранее не были представлены.

4. Интегрировать созданную параметризацию и сопряженные с ней входные данные в климатическую модель ИВМ РАН.

5. Провести валидацию созданной параметризации как части климатической модели, на имеющихся данных измерений и оценить ее влияние на потоки тепла и импульса в приземном слое.

### **Научная новизна.**

1. Проведено сравнение результатов различных турбулентных замыканий в модели озера как в идеализированных постановках, так и в расчетах реальных озер.

2. Впервые исследована сходимость численного решения для одномерной модели водоема в идеализированных расчетах и расчетах реального водоёма при использовании различных турбулентных замыканий.

3. Создан программный комплекс, позволяющий в автоматическом режиме создавать карту распределения площадей и глубин водоемов на произвольной сетке климатической модели с дальнейшей коррекцией карты типов суши модели.

4. В модель Земной системы ИВМ РАН интегрирована термодинамическая одномерная модель водоема.

### **Теоретическая и практическая значимость.**

1. Обеспечена возможность исследования вклада водоемов в энергетический и углеродный баланс деятельного слоя суши и в формирование регионального климата, разрешаемого в условиях роста пространственного разрешения глобальных климатических моделей.

2. Показана возможность качественного воспроизведения термического режима водоемов при использовании простой параметризации турбулентного перемешивания в рамках модели климата с достаточно большими шагами по времени.

3. Создана вычислительно эффективная модификация одномерной модели водоема для использования в системах прогноза погоды и моделирования климата.

### **Положения, выносимые на защиту.**

1. Вычислительно эффективная модификация одномерной модели водоема для использования в системах прогноза погоды и моделирования климата.

2. Оценки точности решения и его сходимости для одномерной модели водоема в идеализированных расчетах и расчетах для реального водоема при использовании различных турбулентных замыканий.

3. Программный комплекс, позволяющий в автоматическом режиме создавать карту распределения площади и глубины водоемов на сетке климатической модели с коррекцией распределения типов суши.

4. Параметризация внутренних водоемов, интегрированная в модель Земной системы ИВМ РАН.

5. Оценки влияния внутренних водоемов суши на характеристики подстилающей поверхности и приземного слоя воздуха в условиях

современного климата на основе численных экспериментов с моделью Земной системы ИВМ РАН, дополненной параметризацией водоемов.

### **Апробация результатов.**

Основные результаты работы докладывались на следующих мероприятиях: на Генеральных ассамблеях Европейского союза наук о Земле «EGU-2013», «EGU-2014» (Австрия, Вена), Международных конференциях по измерениям, моделированию и информационным системам для изучения окружающей среды, «ENVIROMIS-2014», «ENVIROMIS-2016» (Томск), Международной конференции по вычислительно-информационным технологиям для наук об окружающей среде «CITES-2015» (Томск 2015), Русско-финском семинаре «Взаимодействие суши и атмосферы в неоднородных ландшафтах» (Москва, 2016).

Материалы диссертации с необходимой полнотой изложены в восьми работах, опубликованных соискателем.

1. Богомолов В.Ю. Степаненко В.М. Сравнение турбулентных замыканий в одномерной модели водоема. Труды МФТИ. том 9, № 4(36) 2017 г.
2. V Bogomolov, V Stepanenko and E Volodin. Development of lake parametrization in the INMCM climate model. IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science.2016.V.48.012005.doi:10.1088/1755-1315/48/1/012005
3. Богомолов В.Ю., Гордов Е.П., Крупчатников В.Н. Моделирование региональных полей метеорологических величин с высоким пространственным шагом. Горный информационно-аналитический бюллетень, 2009, Выпуск Кузбасс-2, с. 50-53.
4. И.Г. Окладников, А.Г. Титов, Т.М. Шульгина, Е.П. Гордов, В.Ю. Богомолов, Ю.В. Программный комплекс анализа и визуализации данных мониторинга и прогноза климатических изменений // Вычислительные методы и программирование, 2013. Т. 14. С. 123-131.

5. Шульгина Т.М., Богомолов В.Ю., Генина Е.Ю., Гордов Е.П. Изучение поведения температуры на территории Сибири по данным наблюдений и реанализа. Горный информационно-аналитический бюллетень, 2009, Выпуск Кузбасс-2, с. 275-279.
6. Гордов Е.П., Окладников И.Г., Титов А.Г., Богомолов В.Ю., Шульгина Т.М., Генина Е.Ю. Геоинформационная веб-система для исследования региональных природно-климатических изменений и первые результаты ее использования // Оптика атмосферы и океана. 2012. Т. 25, № 02. С. 137-143.
7. Е.П. Гордов, В.Ю. Богомолов, Е.Ю. Генина, Т.М. Шульгина. Анализ региональных климатических процессов Сибири: подход, данные и некоторые результаты // Вестник НГУ. Серия информационные технологии. – 2011. – Т. 9. – Выпуск 1. – С. 56-66.
8. Богомолов В.Ю., Богушевич А.Я., Гордов Е.П., Корольков В.А., Крупчатников В.Н., Тихомиров А.А. Информационно-измерительная система для регионального мониторинга и прогноза опасных метеорологических явлений // Оптика атмосферы и океана. том 24, 2011, № 01, стр.52-59

#### **Личный вклад:**

Основные результаты работы получены автором лично:

1. На основе модели озера LAKE была создана параметризация, которая может быть использована как в моделях Земной системы, так и в системах прогноза погоды.
2. Созданная параметризация интегрирована в модель Земной системы ИВМ РАН.
3. Проанализированы результаты различных турбулентных замыканий в модели водоема, предложена схема конвективного приспособления.

4. Создан пакет программ, способный предоставлять входные данные по распределению площади и глубины озер на подстилающей поверхности с различным пространственным разрешением.
5. Проведены и проанализированы численные эксперименты с одномерной параметризацией озер в автономном режиме, а также с модифицированной версией модели климата ИВМ РАН на вычислительных многопроцессорных кластерах.

## Глава 1. Сравнение схем турбулентного замыкания в модели озера LAKE

В рамках одномерного подхода моделирования процессов в водоеме была выбрана модель озера LAKE2.0 (Stepanenko et al., 2016). В ней одномерные уравнения получаются усреднением трехмерных уравнений по горизонтали. В данной модели явно воспроизводится профиль температуры, в отличие, например, от наиболее распространенной модели FLake (Mironov et al., 2010), которая интегрирована в прогностические системы IFS (Integrated Forecasting System, Европейский центр среднесрочных прогнозов погоды), модель UKMO (United Kingdom Meteorological Office), модель COSMO (Consortium for Small-scale Modelling), HIRLAM (High-Resolution Limited-Area Model), CESM (Community Earth System Model), CRCM (Canadian Regional Climate Model), модель WRF (Weather Research and Forecast). При этом, в отличие от модели Хостетлера (Hostetler et al., 1990) и основанного на модели Хостетлера программного кода CLM-LISSS4 (Subin et al., 2012), в модели LAKE впервые реализован биогеохимический блок для водоема (Stepanenko et al., 2011), который воспроизводит продукцию и эмиссию газов  $\text{CH}_4$  и  $\text{CO}_2$  в атмосферу. Этот блок был валидирован на данных измерений концентрации газов, в частности, в оз. Куйваярви (Финляндия) (Stepanenko et al., 2016).

В отличие от модели Хостетлера и CLM-LISSS4, турбулентные коэффициенты теплопроводности и вязкости в модели LAKE находятся по формуле Колмогорова, где турбулентная кинетическая энергии (ТКЭ)  $k$  и скорость ее диссипации  $\varepsilon$  вычисляются на основе турбулентного замыкания  $k - \varepsilon$ . Данное турбулентное замыкание широко распространено при решении задач технической и геофизической гидродинамики. В моделях геофизической гидродинамики, в частности, были показаны границы ее применимости и численной устойчивости при включении в трехмерную систему семи уравнений Рейнольдса (Kunz et al., 1992; см. также работу Lotstedt and Carlbom, 1997).

В связи с использованием турбулентного замыкания  $k - \varepsilon$  и формулы Колмогорова в рамках модели водоема, который может иметь различную

стратификацию, появляются вопросы к точности численного решения и его сходимости. Например при большом шаге по времени, при использовании не полностью неявной конечно-разностной схемы турбулентного замыкания (например, схемы Кранка-Николсон), а также к значениям самих коэффициентов Колмогорова, стандартные значения которых получены из экспериментов с нейтрально стратифицированной средой (Колмогоров, 1941с). Более физически обоснованным подходом является трактовка этих коэффициентов как функций стратификации и сдвига скорости; подобные функции предложены Кануто (Canuto et al., 2001) и Гальпериным (Galperin et al., 1988).

Для анализа точности численного решения и его сходимости при различных вариантах замыкания  $k - \epsilon$ , а также оценки правильности воспроизведения основных физических механизмов перемешивания, необходимо провести ряд численных экспериментов как для идеализированных, так и для реальных озер.

### **1.1. Общее описание модели LAKE**

Модель LAKE является одномерной моделью для замкнутого водоема, в рамках которой решаются горизонтально осреднённые уравнения переноса тепла, диффузии и импульса. Ниже приводятся основы используемого одномерного подхода и общее описание параметризаций основных групп процессов, представленных в модели.

Ограничимся кратким выводом уравнений для основных прогностических переменных. Осреднённое по Рейнольдсу уравнение адвекции-диффузии для величины  $f$ , которая может быть одной из горизонтальных составляющих скорости, температурой, турбулентной кинетической энергией (ТКЭ), диссипацией ТКЭ или концентрацией газа, выглядит следующим образом (в дальнейшем используется суммирование по повторяющимся индексам, если не оговорено иное):

$$c\partial_t f = -c\partial_i u_i f - \partial_i F_i + R_f(f, \dots), \quad (1.1.1)$$

при условии, что уравнение сохранения массы записано для несжимаемой жидкости:

$$\partial_i u_i = 0, \quad (1.1.2)$$

где  $u_i$  – составляющая скорости вдоль декартовой оси  $x_i$  ( $x_3 = z$  является осью, направленной вдоль силы тяжести,  $x_1 = x$ ,  $x_2 = y$ ,  $u_2 = v$ ,  $u_3 = w$ ),  $F_i$  является суммой всех потоков (турбулентных и не турбулентных) физической субстанции  $f$ , кроме адвективных вдоль оси  $x_i$ ,  $c$  является дополнительным множителем (удельная теплоемкость в уравнении для температуры, или 1 в других уравнениях), и  $R_f$  обозначает сумму источников и стоков  $f$ . Также вводится горизонтальный оператор осреднения:

$$\bar{f} = \frac{\int_A f(x,y,z) dx dy}{A}, \quad (1.1.3)$$

где  $A$  - обозначает площадь горизонтального поперечного сечения озера. После применения этого оператора к (1.1.1) и с использованием соответствующих упрощений, в том числе полагая  $A$  константой, мы получаем:

$$c\partial_t \bar{f} = \underbrace{\partial_z(k_f \partial_z \bar{f})}_I - \underbrace{\partial_z \bar{F}_{nz}}_{II} + \underbrace{R_f(\bar{f}, \dots)}_{III}, \quad (1.1.4)$$

где слагаемое  $I$  описывает турбулентную диффузию, теплопроводность, или вязкость,  $II$  – дивергенция не турбулентного потока субстанции  $f$ ,  $III$  – осредненная по горизонтали сумма источников и стоков,  $\bar{F}_{nz}$  – не турбулентный поток  $f$ ,  $k_f$  – турбулентный коэффициент диффузии (коэффициент теплопроводности для температуры, вязкости для импульса) для переменной  $f$ . В (1.1.4) пренебрегаются члены, содержащие вертикальную скорость  $w$ , а именно:  $\partial_z(\bar{w}\bar{f})$  (Omstedt, 2011), что оправдано для озер с медленным изменением уровня воды в течение рассматриваемого периода моделирования;



опущен также член  $\partial_z(\overline{w'f'})$ ,  $a' = a - \dot{a}$ ,  $a = w$ ,  $f$  представляющий собой вклад в вертикальный обмен циркуляций больших масштабов, нежели масштаб осреднения по Рейнольдсу, подразумеваемый в (1.1.1).

На поверхность водоемов постоянно действует ветровое напряжение (трение), которое вызывает в озере циркуляцию масштаба всего озера; эта циркуляция является результатом совместного действия потока импульса из атмосферы и градиента давления внутри водоема, обусловленного наклоном уровня водоема и термоклина.

В рамках описанного выше одномерного подхода удается успешно воспроизвести известный эмпирический факт, что при типичных атмосферных воздействиях в безледный период верхний слой озера почти всегда хорошо перемешан (так называемый перемешанный слой или эпилимнион).

Уравнение (1.1.4) может быть записано с включением эффекта формы озера, который встречается в других одномерных моделях озер (Stefan and Fang, 1994; Goudsmit, 2002; Jönhk et al., 2008; Tan and Zhuang, 2015a), а также для водохранилищ (Zinoviev, 2014), но в данной работе эта возможность не использовалась, поскольку это привело бы к необходимости задания формы озер на глобальной сетке в климатической модели, в то время как соответствующие базы данных, по-видимому, отсутствуют.

**Термодинамика.** Профиль температуры воды в модели определяется уравнением (1.1.4) с заменой  $f \rightarrow T$ , где  $c = c_w \rho_{w0}$ ,  $c_w$  – удельная теплоемкость воды,  $\rho_{w0}$  – средняя плотность воды,  $\overline{R_f} = 0$  – поскольку в качестве источников и стоков выступает только радиационный нагрев,  $\overline{F_{nz}}(z) = S_{rad}$  – направленный вниз коротковолновый радиационный поток. Последнее равенство подразумевает горизонтальную однородность коротковолнового радиационного потока на всех глубинах. Такое приближение согласуется с данными измерений пространственного распределения мутности в небольших озерах. Коэффициент теплопроводности является суммой молекулярного и турбулентного коэффициентов,  $k_T = \lambda_m + \lambda_t$ , где  $\lambda_t = c_w \rho_{w0} \nu_T$  ( $\nu_T$  –

турбулентный коэффициент температуропроводности,  $m^2/c$ ) вычисляется из  $k - \varepsilon$  параметризации (Раздел 1.2).

Падающий на поверхность водоёма коротковолновый радиационный поток  $S$  рассматривается как состоящий из ближней инфракрасной части спектра и энергии видимого спектра излучения. Ближняя инфракрасная часть спектра полностью поглощается поверхностью водоема, в то время как видимая часть спектра частично отражается в соответствии с коэффициентом отражения (альбедо воды), а его оставшаяся часть ( $S_{rad}$ ) затухает с глубиной в соответствии с законом Бугера-Ламберта-Бэра и заданному коэффициенту экстинкции.

Для решения уравнения (1.1.4) относительно температуры необходимо задать верхнее и нижнее граничное условие. Верхним граничным условием является уравнение теплового баланса, включающее радиационный баланс, а для расчета турбулентных потоков используется схема приземного слоя атмосферы на основе теории подобия Мони́на-Обухова (Paulson, 1970; Businger, 1971; Beljaars, 1991). Способ сопряжения водной толщи с донными отложениями через нижнее граничное условие менее очевиден. Когда перенос тепла в донных отложениях решается уравнением диффузионного типа, существует два варианта постановки граничных условий на границе раздела «вода-донные отложения»: непрерывность как теплового потока, так и температуры на границе раздела сред; непрерывность теплового потока через границу раздела, и формула для теплового потока, включающая градиент температуры вблизи дна, например, следующая из логарифмического профиля.

Такие же варианты граничного условия имеют место для концентрации  $CH_4$ , поскольку уравнения диффузионного типа для этой величины также решаются в толще воды и в столбе почвы. Как для температуры, так и для метана, в модели используется первый вариант граничных условий.

Модель также включает в себя многослойную модель снега и льда (Stepanenko and Lykossov, 2005), которая не излагается в данной работе ввиду их расширенного представления в статьях автора модели LAKE.

**Гидродинамика.** Гидродинамика озера описывается уравнением (1.1.4), применяемым к горизонтальным компонентам импульса непосредственно с  $\overline{F_{nz}} = 0$ ,  $c = 1$  и  $R_f$ , представляющей силу Кориолиса. Параметр Кориолиса должен входить в уравнение импульса для озер с горизонтальным размером, превышающим внутренний радиус деформации Россби (Patterson et al., 1984). При этом данное слагаемое входит во все известные модели водоёмов и зачастую влияет на динамику водоема, размер которого значительно меньше упомянутых выше масштабов. Вопрос, почему при этом результаты этих моделей хорошо согласуются с эмпирическими данными, остаётся открытым.

В данной работе не учитывался горизонтальный градиент давления, но в модели LAKE2.0 реализована параметризация горизонтального градиента давления (Stepanenko et al., 2016).

Почва под озером представлена многослойной моделью, в которой представлены теплопроводность, перенос влаги (как диффузионный, так и гравитационный), содержание льда и фазовые переходы воды, что делает модель применимой для северных регионов.

Модель была апробирована на ряде озер, например, на оз. Вендюрское (Россия, Карелия, <http://www.flake.igb-berlin.de/data.shtml>), оз. Тикси (данные, собранные в ходе проекта GAME-Siberia), оз. Щучье (данные, собранные К. Вальтер и коллегами, Университет Аляски) (Степаненко и др., 2011), оз. Коссенблаттер (Германия), оз. Валькеа-Котинен (Финляндия), озеро Куйваярви (Stepanenko et al., 2016).

### 1.1.1. Численная реализация уравнений гидродинамики модели LAKE

Уравнения сохранения для горизонтальных компонент скорости, температуры, ТКЭ и диссипации ТКЭ дискретизируются с применением схемы Кранка-Николсон по времени и центральных разностей по пространству:

$$c_w \rho_w \partial_t T_i^j = \delta_z \left( \left( c_w \rho_w v_{T,i-\frac{1}{2}}^j + v_m \right) \delta_{\bar{z}} T_i^{j+\frac{1}{2}} \right) + \delta_z S_{i-\frac{1}{2}}^{j+1}$$

$$\delta_t u_i^j = \delta_z \left( \left( v_{i-\frac{1}{2}}^j + v_m \right) \delta_{\bar{z}} u_i^{j+\frac{1}{2}} \right) + f v_i^{j+\frac{1}{2}} \quad (1.1.5)$$

$$\delta_t v_i^j = \delta_z \left( \left( v_{i-\frac{1}{2}}^j + v_m \right) \delta_{\bar{z}} v_i^{j+\frac{1}{2}} \right) - f u_i^{j+\frac{1}{2}} \quad (1.1.6)$$

Для данных уравнений использованы обозначения:

$$\delta_t (\blacksquare)_i^j = \frac{(\blacksquare)_i^{j+1} - (\blacksquare)_i^j}{\Delta t},$$

$$\delta_z (\blacksquare)_i^j = \frac{(\blacksquare)_{i+1}^j - (\blacksquare)_i^j}{z_{i+1} - z_i}, \quad \delta_{\bar{z}} (\blacksquare)_i^j = \frac{(\blacksquare)_i^j - (\blacksquare)_{i-1}^j}{z_i - z_{i-1}},$$

$$\delta_z (\blacksquare)_{i-\frac{1}{2}}^j = \frac{(\blacksquare)_{i+\frac{1}{2}}^j - (\blacksquare)_{i-\frac{1}{2}}^j}{z_{i+\frac{1}{2}} - z_{i-\frac{1}{2}}},$$

$$(\blacksquare)_i^{j+\frac{1}{2}} = \frac{(\blacksquare)_i^j + (\blacksquare)_i^{j+1}}{2}.$$

## 1.2. Замыкание турбулентности $k - \varepsilon$

В модели LAKE в качестве турбулентного замыкания используется  $k - \varepsilon$  модель (Stepanenko et al., 2016). При этом, константы Колмогорова  $C_e, C_{e,T}$  в выражениях для коэффициентов турбулентной вязкости и температуропроводности в формуле Колмогорова

$$\nu = C_e k^2 / \varepsilon, \nu_T = C_{e,T} k^2 / \varepsilon, (1.2.1)$$

задаются в трех вариантах:

- 1) как справедливые для нейтральной стратификации эмпирические константы Колмогорова,  $C_e = 0.09, C_{e,T} = 0.072$ ;
- 2) как функции стратификации и сдвига скорости Кануто (Canuto et.al., 2001) (функции устойчивости Кануто);
- 3) как функции стратификации Гальперина (Galperin et al., 1988) (функции устойчивости Гальперина)

В модели LAKE имеется также возможность использования расширенной модели  $k - \varepsilon$  для учета дополнительных механизмов перемешивания в термоклине, а именно обрушения гравитационных волн (Mellor, 1989) и внутренних сейш (Goudsmit, 2002), но данные параметризации в работе рассматриваться не будут, поскольку их эмпирическая проверка ограничена на настоящий момент единичными водоемами.

Как показано выше, для любой величины  $f$ , подчиняющейся уравнению переноса-диффузии с источниками, после осреднения этого уравнения по (постоянному по глубине) горизонтальному сечению водоема, можно записать:

$$c \partial_t \bar{f} = -\partial_z \bar{F}_{nz} + R_f(\bar{f}, \dots) (1.2.2)$$

В применении к ТКЭ и скорости ее диссипации, «нетурбулентный поток»  $\bar{F}_{nz}$  обращается в ноль, так как уравнения ТКЭ и диссипации не включают в себя какой-либо поток  $k$  и  $\varepsilon$ , кроме адвекции и турбулентного переноса. Также в

уравнении (1.2.2) не учитывается адвекция ТКЭ и скорости диссипации притоками и истоками, так как отсутствуют какие либо данные наблюдений или «разумные» способы теоретической оценки  $k$  и  $\varepsilon$  в этих водотоках. Верхние и нижние граничные условия для ТКЭ и скорости диссипации можно записать точно в приближении логарифмического слоя (Burchard and Petersen, 1999):

$$\frac{\nu}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \Big|_{z=0,h} = 0,$$

$$\frac{\nu}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \Big|_{z=0,h} = -C_{e,0}^{\frac{3}{4}} \frac{\nu k^{3/2}}{\sigma_\varepsilon \kappa z_0^2},$$

где  $C_{e,0} = 0.09$  – постоянный коэффициент Колмогорова для импульса,  $z_0 = 10^{-2}$  м - эмпирический параметр,  $\kappa = 0.38$ - константа Кармана.

Стоки и источники для ТКЭ и скорости диссипации, то есть поток плавучести и генерация ТКЭ за счет сдвига скорости, скрытые в  $\overline{R_f}$  уравнения (1.2.2), аппроксимируются с использованием только вертикальных производных усредненной по горизонтали температуры, солености и компонент скорости. В итоге, прогностические уравнения для ТКЭ,  $k$  и скорости ее диссипации  $\varepsilon$ , имеют вид:

$$\partial_t k = \partial_z \left( \nu_m + \frac{\nu}{\sigma_k} \right) \partial_z k + S + B - \varepsilon, \quad (1.2.3)$$

$$\partial_t \varepsilon = \partial_z \left( \nu_m + \frac{\nu}{\sigma_\varepsilon} \right) \partial_z \varepsilon + \frac{\varepsilon}{k} (c_{\varepsilon 1} S + c_{\varepsilon 3} B - c_{\varepsilon 2} \varepsilon), \quad (1.2.4)$$

$$S = \nu ((\partial_z u)^2 + (\partial_z v)^2),$$

$$B = -\frac{g}{\rho_{w0}} \nu_T (\alpha_T \partial_z T + \alpha_S \partial_z S),$$

$$\nu = C_e \frac{k^2}{\varepsilon},$$

$$\nu_T = C_{e,T} \frac{k^2}{\varepsilon}$$

Здесь  $\alpha_T(T, s)$  – обозначает коэффициент термического расширения за счет солености. Коэффициенты и функции устойчивости модели приведены в Таблице 1.

Таблица 1.2.1. Коэффициенты стандартной  $k$  - $\varepsilon$  модели

Константы	
$\sigma_k$	1
$\sigma_\varepsilon$	1.111
$\sigma_{\varepsilon 1}$	1.44
$\sigma_{\varepsilon 2}$	1.92
$\sigma_{\varepsilon 3}$	1.14 если $B > 0$ , -0.4
Константы Колмогорова (Goudsmit et al. 2002)	
$C_e$	0.09
$C_{e,T}$	0.072
Константы Колмогорова как функции устойчивости Кануто (Canuto et al., 2001) и как функции устойчивости Гальперина (Galperin et al., 1988)	
$C_e$	Функция устойчивости (стратификации и сдвига скорости) для импульса
$C_{e,T}$	Функция устойчивости (стратификации и сдвига скорости) для скаляров

### 1.2.1. Дискретизация системы уравнений для $k$ и $\varepsilon$

Дискретизация системы уравнений для  $k$  и  $\varepsilon$  (1.2.3) и (1.2.4) производится, исходя из следующих требований:

1. неотрицательность численного решения;
2. второй порядок точности по пространству и времени;
3. консервативность схемы относительно первых моментов ТКЭ и диссипации;
4. сохранение перехода кинетической и потенциальной энергии среднего потока в ТКЭ.

Используемая в данной модели схема второго порядка Кранка-Николсон не гарантирует выполнение пункта 1, поэтому применяется ограничение снизу на значение  $k$  и  $\varepsilon$ . При этом, минимальные значения  $k_{min}$  и  $\varepsilon_{min}$  выбираются так, чтобы

$$v_{T,min} \equiv C_{e,T0} \frac{k_{min}^2}{\varepsilon_{min}} \ll \frac{\lambda_m}{c_w \rho_w}.$$

С учетом этих требований дискретизация уравнений (1.2.3) и (1.2.4) имеет вид:

$$\delta_t k_{i+\frac{1}{2}}^j = \delta_z \left( \left( v_m + \frac{v_i^j}{\sigma_k} \right) \delta_z k_{i+\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}} \right) + S_{i+\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}} + B_{i+\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}} - \varepsilon_{i+\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}},$$

$$\delta_t \varepsilon_{i+\frac{1}{2}}^j = \delta_z \left( \left( v_m + \frac{v_i^j}{\sigma_\varepsilon} \right) \delta_z \varepsilon_{i+\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}} \right) + \frac{\varepsilon_{i+\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}}}{k_{i+\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}}} \left( c_{\varepsilon 1} S_{i+\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}} + c_{\varepsilon 3} B_{i+\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}} - c_{\varepsilon 2} \varepsilon_{i+\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}} \right),$$

где требование 3 выполняется применением центральных разностей для диффузии. Требование 4 удовлетворяется представлением слагаемых  $S_{i+\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}}$ ,  $B_{i+\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}}$  согласно методу, изложенному в работе (Burchard, 2002) и кратко приведенному ниже.



Дискретизация  $S_{i+\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}}$  – генерации ТКЭ за счет сдвига скорости, в случае горизонтально-осредненных уравнений основывается на предположении, что вся диссипируемая на дне энергия среднего движения уходит в тепло. Тогда при выводе уравнения для кинетической энергии  $K = \frac{1}{2}(\bar{u}^2 + \bar{v}^2)$  из уравнений (1.1.4) (для горизонтальных компонент скорости) рассматривается только слагаемое вязкости. В дальнейшем конечно-разностное представление уравнения для  $K$  получаем перемножением (1.1.5) и (1.1.6) на  $u_i^{j+1/2}$  и  $v_i^{j+1/2}$ , соответственно, откуда выражается сток кинетической энергии среднего движения, равный генерации ТКЭ за счет сдвига скорости  $S_{i+\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}}$ .

$$S_{i+\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}} = v_{i+\frac{1}{2}}^j \left[ \frac{\left( u_{i+1}^{j+\frac{1}{2}} - u_i^{j+\frac{1}{2}} \right)^2 + \left( v_{i+1}^{j+\frac{1}{2}} - v_i^{j+\frac{1}{2}} \right)^2}{(z_{i+1} - z_i)^2} \right].$$

Дискретизация  $B_{i+\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}}$  – генерации/стока ТКЭ за счет сил плавучести – получается из аналогичных предположений и путем аналогичных операций, что и для генерации ТКЭ за счет сдвига скорости, но уже из уравнения для гравитационной потенциальной энергии  $G = \frac{g}{\rho_w}(h - z)\rho$ . Результат имеет следующий вид:

$$B_{i+\frac{1}{2}}^{j+\frac{1}{2}} = -\frac{g}{\rho_w} v_{T,i+\frac{1}{2}}^j \left[ \alpha_{T,i+\frac{1}{2}} \delta_z T_i^{j+\frac{1}{2}} + \alpha_{S,i+\frac{1}{2}} \delta_z S_i^{j+\frac{1}{2}} \right].$$

### 1.3. Коэффициенты Колмогорова как функции стратификации и сдвига скорости

В формулах Колмогорова (1.2.1) используются эмпирические константы  $C_e, C_{e,T}$  полученные для случая нейтральной стратификации (Колмогоров, 1941в), в связи с этим многими авторами (Kantha and Clayson, 1994; Rodi, 1980;

Burchard and Baumert, 1995; Canuto et al., 2001; Galperin et al., 1988) были предложены варианты представления этих констант в виде функций, учитывающих как стратификацию, так и сдвиг скорости.

В статьях (Canuto et al., 2001) и (Galperin et al., 1988) представлены одномерные схемы турбулентного замыкания, получаемые выражением тензора корреляции давления и деформации  $\Pi_{ij}$ ,  $\Pi_{iT}$  через другие вторые и первые моменты. Замыкание выводится применением оператора дивергенции к точному уравнению для пульсаций скорости и к решению результирующего уравнения Пуассона для флуктуации давления с помощью аппарата функций Грина (Rotta, 1951):

$$\Pi_{ij} = c_1 \frac{\varepsilon}{k} \left( \langle \tilde{u}_i \tilde{v}_i \rangle - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right) + c_2 \left( P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P \right) + c_3 \left( B_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} B \right) + c_4 \left( D_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P \right) + c_5 k S_{ij}, \quad (1.3.1)$$

$$\Pi_{iT} = c_{1T} \frac{\varepsilon}{k} \langle \tilde{v}_i \tilde{T} \rangle + c_{2T} \langle \tilde{v}_j \tilde{T} \rangle \partial_j \bar{u}_i - c_{3T} \frac{g_i}{\rho_0} \partial_T \rho \langle \tilde{T}^2 \rangle - c_{4T} \langle \tilde{v}_i \tilde{T} \rangle V_{ij}. \quad (1.3.2)$$

В уравнении (1.3.1), плотность турбулентной кинетической энергии  $k$ , ТКЭ, определяется как кинетическая энергии пульсаций в единице массы среды:

$$k = \frac{1}{2} \langle \tilde{v}_i^2 \rangle = \frac{1}{2} q^2,$$

$\varepsilon$ , участвующая в уравнении баланса  $k$ :

$$\varepsilon = \nu \langle \langle \partial_j \tilde{v}_i \rangle^2 \rangle,$$

$P_{ij}$  - генерация напряжений Рейнольдса сдвигом скорости,  $B_{ij}$  - генерация напряжений Рейнольдса плавучестью,  $D_{ij}$  - генерация напряжений Рейнольдса анизотропным сдвигом и  $S_{ij}$  - осреднённая скорость деформации:

$$P_{ij} = -\partial_l \bar{v}_i \langle \tilde{v}_l \tilde{v}_j \rangle - \partial_l \bar{v}_j \langle \tilde{v}_l \tilde{v}_i \rangle,$$

$$B_{ij} = \frac{1}{\rho_0} \{g_i \langle \tilde{v}_j \tilde{\rho} \rangle + g_j \langle \tilde{v}_i \tilde{\rho} \rangle\},$$

$$D_{ij} = -\langle \tilde{v}_i \tilde{v}_l \rangle \partial_j \bar{v}_l - \langle \tilde{v}_j \tilde{v}_l \rangle \partial_i \bar{v}_l,$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} (\partial_i \bar{v}_j + \partial_j \bar{v}_i),$$

$P$  - генерация ТКЭ сдвигом скорости,  $B$  - генерация ТКЭ плавучестью, участвуют в уравнении переноса для ТКЭ:

$$P = -\langle \tilde{u}_i \tilde{v}_j \rangle \partial_i \bar{v}_j,$$

$$B = -g/\rho_0 \langle \tilde{v}_3 \tilde{\rho} \rangle,$$

где  $\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{при } i = j \\ 0 & \text{при } i \neq j \end{cases}$  символ Кронекера.

Параметры  $c_1 \dots c_5$  были введены для параметризации корреляции давление-деформация скорости.

В уравнении (1.3.2),  $V_{ij}$  – средняя ротация поля скорости:

$$V_{ij} = \frac{1}{2} (\partial_j \bar{v}_i - \partial_i \bar{v}_j),$$

Данная схема основывается на работах 80-х и 90-х годов, направленных на получение алгебраического замыкания для вторых моментов (Hassid and Galperin, 1983; Shih and Shabbir, 1992; Canuto, 1994), где для определения эмпирических параметров использовалась двухточечная модель турбулентного замыкания.

### 1.3.1. Функции устойчивости Кануто

Безразмерные функции устойчивости Кануто вытекают из уравнений переноса напряжений Рейнольдса и турбулентного теплового потока, с принятыми дополнительными допущениями, уравнений (1.3.1), (1.3.2) и таблицы эмпирических значений для  $c_i$  (Canuto et al., 2001):

$$C_e = \frac{0.1070 + 0.01741\alpha_N - 0.00012\alpha_M}{A},$$

$$C_{e,T} = \frac{0.1120 + 0.004519\alpha_N - 0.00088\alpha_M}{A},$$

где  $A = 1 + 0.26\alpha_N + 0.029\alpha_M + 0.0087\alpha_N^2 + 0.005\alpha_N\alpha_M - 0.000034\alpha_M^2$ .

Безразмерные функции устойчивости Кануто содержат параметризованные вторые моменты и зависят только от двух безразмерных параметров – параметра сдвига  $\alpha_M$  и параметра плавучести  $\alpha_N$ :

$$\alpha_M = \frac{k^2}{\varepsilon^2} M^2, \alpha_N = \frac{k^2}{\varepsilon^2} N^2$$

с квадратом сдвиговой частоты,  $M^2 = (\partial_z \bar{u})^2 + (\partial_z \bar{v})^2$  и квадратом частоты Брента-Вяйсяля,  $N^2 = \partial_z b$ , где  $b = -g \frac{\bar{\rho} - \rho_0}{\rho_0}$  - плавучесть, выражаемая через температуру и соленость.

### 1.3.2. Функция устойчивости Гальперина

Гальперин в своей работе (Galperin et al., 1987) предложил новый вид расчета коэффициентов устойчивости,  $C_e$  и  $C_{e,T}$ , которые выводятся из тех же уравнений и предположений, что функции Кануто, но имеют другой вид, ввиду введённых авторами новых гипотез и эмпирических коэффициентов:

$$C_e = A_1 \frac{1 - 3C_1 - \left(\frac{6A_1}{B_1}\right) - 3A_2 G_H \left[ (B_2 - 3A_2) \left[ 1 - \left(\frac{6A_1}{B_1}\right) \right] - 3C_1 (B_2 + 6A_1) \right]}{[1 - 3A_2 G_H (6A_1 + B_2)] (1 - 9A_1 A_2 G_H)},$$

$$C_{e,T} = A_2 \frac{1 - \left(\frac{6A_1}{B_1}\right)}{1 - 3A_2 G_H (6A_1 + B_2)},$$

где:

$$G_H = -\left(\frac{1}{q}\right) \beta g \partial_z T.$$

Константы  $A_1 = 0.92, B_1 = 16.6, C_1 = 0.08, A_2 = 0.74, B_2 = 10.1$  взяты из работы (Mellor and Yamada, 1982,  $\beta = -1/\rho (\partial_T \rho)_P$  (нижний индекс «P» означает, что производная берется при постоянном давлении).

Преимуществом данных функций является то, что, в отличие от функций устойчивости Кануто, коэффициенты Колмогорова и вертикальная составляющая турбулентной кинетической энергии зависят здесь только от параметра  $G_H$ . Отсутствие зависимости  $C_e$  и  $C_{e,T}$  от градиента скорости устраняет необходимость наложения связанного с ним условия реализуемости (фактически фильтра), как это описано в (Hassid and Galperin, 1983).

#### 1.4. Параметризация Хендерсон-Селлерс

Б. Хендерссон-Селлерс предложила параметризацию коэффициента турбулентной температуропроводности для термически стратифицированных озер  $\nu_T$ , которая хорошо согласуется с различными эмпирическими данными (Henderson-Sellers, 1986). Уравнение для  $\nu_T$  было получено из теории пограничного слоя (Mellor et al., 1974) (для случая нейтральной стратификации):

$$\nu_{T_{H_0}} = \frac{w^{*2}}{P_0 |\partial u / \partial z|} \quad (1.4.1)$$

где  $u = |\mathbf{v}|$ ,  $\mathbf{v}$  вектор горизонтальной скорости,  $w^*$  скорость трения,  $P_0$  - значение турбулентного числа Прандтля в нейтральной стратификации. Стоит отметить, что по мере увеличения скорости ветра,  $w^*$  растет быстрее, чем  $|\partial u / \partial z|$  и, следовательно,  $\nu_{T_{H_0}}$  - коэффициент турбулентной теплопроводности для нейтральной стратификации - является монотонно возрастающей функцией скорости ветра.

Предполагается, что модифицированный логарифмический профиль скорости, определяющийся по формуле:

$$\frac{\partial u}{\partial z} \equiv -\frac{w_s^*}{\kappa z} \exp(-k^* z) \quad (1.4.2)$$

является логарифмическим у поверхности, а при удалении от поверхности переходит в экмановский,  $w_s^*$  - скорость трения на поверхности рассчитывается из предположения, что длина смешения постоянна в экмановском слое, по формуле:

$$w_s^* = l u_s (-k^*), \quad (1.4.3)$$

и

$$\frac{w^*}{w_s^*} = e^{-k^* z}. \quad (1.4.4)$$

Также предполагается, что это уравнение является хорошим приближением для всего экмановского слоя и может быть применено в широком диапазоне широт. Как следствие этого,  $k^*$  считается функцией широты и скорости как обобщение аналитического решения Смита (Smith, 1979) для всех широт (Shulman and Bryson, 1961):

$$k^* = 6.6\sqrt{\sin(\varphi)}U^{-1.84}. \quad (1.4.5)$$

Б.Хендерссон-Селерс показала, что уравнение (1.4.1) с использованием экмановского профиля скорости дает хорошее согласование с эмпирическими данными из (Simons, 1976), и с этими допущениями расчет коэффициента турбулентной теплопроводности для случая нейтральной стратификации приобретает вид:

$$\nu_{T_{H_0}} = \frac{\kappa w_s^* z}{P_0} e^{-k^* z} \quad (1.4.6)$$

Для случая устойчивой стратификации коэффициент турбулентной теплопроводности выражается с привлечением числа Ричардсона:

$$\nu_{T_{H_0}} = K_{H_0} f(Ri), \quad (1.4.7)$$

где функция числа Ричардсона определяется из (Henderson-Sellers, 1982) как:

$$f(Ri) = (1 + 37Ri^2)^{-1}, \quad (1.4.8)$$

а само число Ричардсона представляется таким образом:

$$Ri = \frac{-1 + (1 + 40X)^{1/2}}{20}.$$

Непосредственно коэффициент турбулентной теплопроводности рассчитывается из уравнения (1.4.6) и (1.4.7) совместно с (1.4.8) и имеет вид:

$$\nu_T = \frac{\kappa w_s^* z}{P_0} e^{-k^* z} [1 + 37Ri^2]^{-1}, \quad (1.4.9)$$

где

$$Ri = \frac{-1 + [1 + 40N^2 \kappa^2 z^2 / (w_s^{*2} e^{-k^* z})]^{1/2}}{20}. \quad (1.4.10)$$

## 1.5. Схема конвективного приспособления для случая неустойчивой стратификации

Пресные озера можно разделить на четыре типа. Мелкие перемешанные озера - это озера, в которых отсутствует какая-либо стратификация вследствие постоянного перемешивания под воздействием ветра. Мелкие неустойчиво стратифицированные озера – это озера малой глубины, в которых, как правило, присутствует неустойчивая стратификация по причине прогрева дна озера под воздействием проникающей коротковолновой радиации. Эти озера отличаются относительно прозрачной водой. Промежуточные и глубокие озера – это озера, для которых характерна отчетливая стратификация водной толщи по физическим свойствам, присутствие как правило всех слоев – эпилимниона, металимниона и гиполимниона, но с существенным отличием для глубоких озер, где плотность воды становится функцией не только температуры, но и давления,  $\rho(T, P)$ , в отличие от промежуточных, для которых плотность можно считать функцией только температуры,  $\rho(T)$ . Стоит упомянуть, что рассматриваемая здесь модель озера LAKE включает только случай, когда плотность есть функция температуры и солености,  $\rho(T, s)$ , но не давления.

Для разрабатываемой параметризации водоемов рассматриваются только пресные водоемы, где солёность задаётся очень близкой к нулю. При воздействии солнечной радиации на водоем часть коротковолновой радиации отражается от озера, часть рассеивается водной средой обратно в атмосферу (оба этих эффекта учитываются в величине альбедо), оставшаяся часть поглощается водоемом и превращается в тепловую энергию. В дальнейшем эта тепловая энергия распространяется по глубине, преобразуется в потоки явного, скрытого (испарение) тепла и собственное излучение.

Проникающая коротковолновая радиация нагревает слой воды, толщина которого напрямую зависит от коэффициента экстинкции  $\alpha$  (оптическая



плотность раствора при данной длине волны и толщине поглощающего слоя, равной 1 м, отражающая ослабление света при распространении в среде за счет процессов поглощения и рассеяния) который может быть определен из уравнения Бугера-Ламберта-Бэра:

$$S(z) = S_0 e^{-\alpha z}, \quad (1.5.1)$$

где  $S(z)$  – интенсивность света на нижней границе слоя толщиной  $z$ ,  $S_0$  – интенсивность света на входе в слой. Например (Рисунок 1.5.1), для финского озера Куйвьярви с  $\alpha = 0.64\text{м}^{-1}$ , глубина слоя, до нижней границы которого доходит 90% радиации, составляет около 4 м, в то время как для Байкала, с  $\alpha = 0.14\text{м}^{-1}$ , эта величина достигает 15-20 метров.

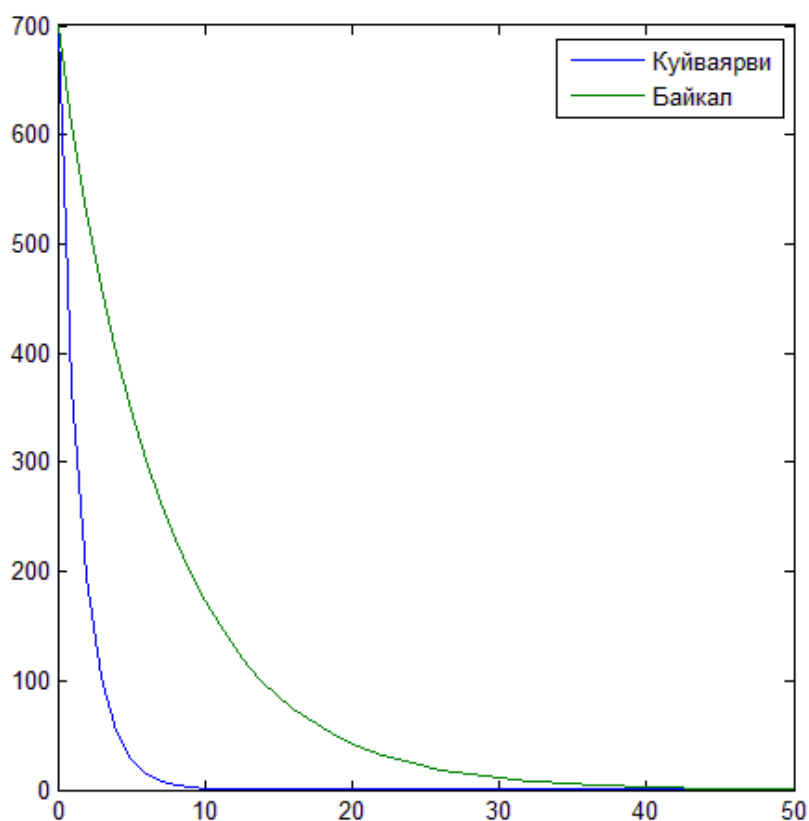


Рисунок 1.5.1. Зависимость интенсивности коротковолновой радиации в оз.

Куйвьярви (Финляндия) и оз. Байкал от глубины согласно (1.5.1), в

предположении, что  $S_0 = 700 \text{ Вт/м}^2$ .

Нагревание толщи воды сверху приводит к понижению плотности верхнего слоя и установлению устойчивой стратификации. Однако, ранней весной, после ледостава, температура воды в целом остается хорошо перемешанной и низкой (около  $4^{\circ}\text{C}$ ), так что уменьшение плотности, обусловленное таким нагреванием, незначительно, и напряжение ветрового трения перемешивает нагретую воду во всей ее толще. В конце лета и начале осени, вследствие падения интенсивности солнечной радиации, плотность воды в верхнем слое увеличивается и устанавливается неустойчивая стратификация. В дальнейшем ветровое воздействие и работа сил плавучести увеличивают мощность эпилимниона. Этот процесс продолжается до тех пор, пока температура воды по всей глубине озера не станет близкой к температуре гиполимниона.

Также неустойчивая стратификация может устанавливаться и летом, например, когда температура на дне озера выше, нежели на поверхности озера вследствие нагревания донных отложений солнечной радиацией.

Для таких случаев неустойчивой стратификации, как видно из (1.4.9) и (1.4.10) параметризация турбулентного коэффициента температуропроводности Хендерссон-Селлерс, отвечающего за процессы перемешивания в водоеме работает неправильно, поскольку сама формулировка параметризации не предполагает механизма перемешивания для случая неустойчивой стратификации. В ней число Ричардсона входит в параметризацию в квадрате, так что равным по модулю и противоположным по знаку значениям этого критерия подобия (т.е. устойчивой и неустойчивой стратификации) будет соответствовать одинаковый коэффициент турбулентной температуропроводности, что не соответствует физике турбулентности.

В связи с этим, в данной работе была предложена схема конвективного перемешивания водоема (Vogomolov et. al., 2016). В ее основе лежит закон сохранения внутренней энергии, так что температура перемешанного слоя выражается через значения температуры конечно-разностных слоев до перемешивания по формуле:

$$T_A = \frac{\sum_{i=K}^M T_i \Delta z_i c_w \rho_{w0}}{\sum_{i=K}^M \Delta z_i c_w \rho_{w0}}, \quad (1.5.2)$$

где  $T_i$  – температура  $i$ -го слоя,  $\Delta z_i$  – толщина конечно-разностного слоя,  $c_w$  – удельная теплоемкость воды,  $\rho_{w0}$  – плотность воды.

Данная схема была реализована в виде алгоритма (Рисунок 1.5.2) на языке FORTRAN. Алгоритм построен на принципе поиска слоев, в которых выполняется условие  $\rho_{i+1} < \rho_i$ , т.е. плотность в нижнем слое меньше, чем в верхнем, в дальнейшем производится осреднение температуры в этих слоях, с сохранением внутренней энергии в них и с дальнейшим пересчетом плотности. Поскольку водоем взаимодействует с почвой под ним, то на нижней границе в формулу (1.5.2) входит и слой почвы, его температура, плотность и теплоемкость. Полная внутренняя энергия водоема  $E_I$  рассчитывалась по формуле (1.5.3):

$$E_I = \int_{z=0}^h c \rho T(z) dz, \quad (1.5.3)$$

где  $h$  - глубина водоема.

Проверка алгоритма осуществлялась на двух примерах неустойчивой стратификации с характерными начальными профилями температуры, изображенными на Рисунке 1.5.3.

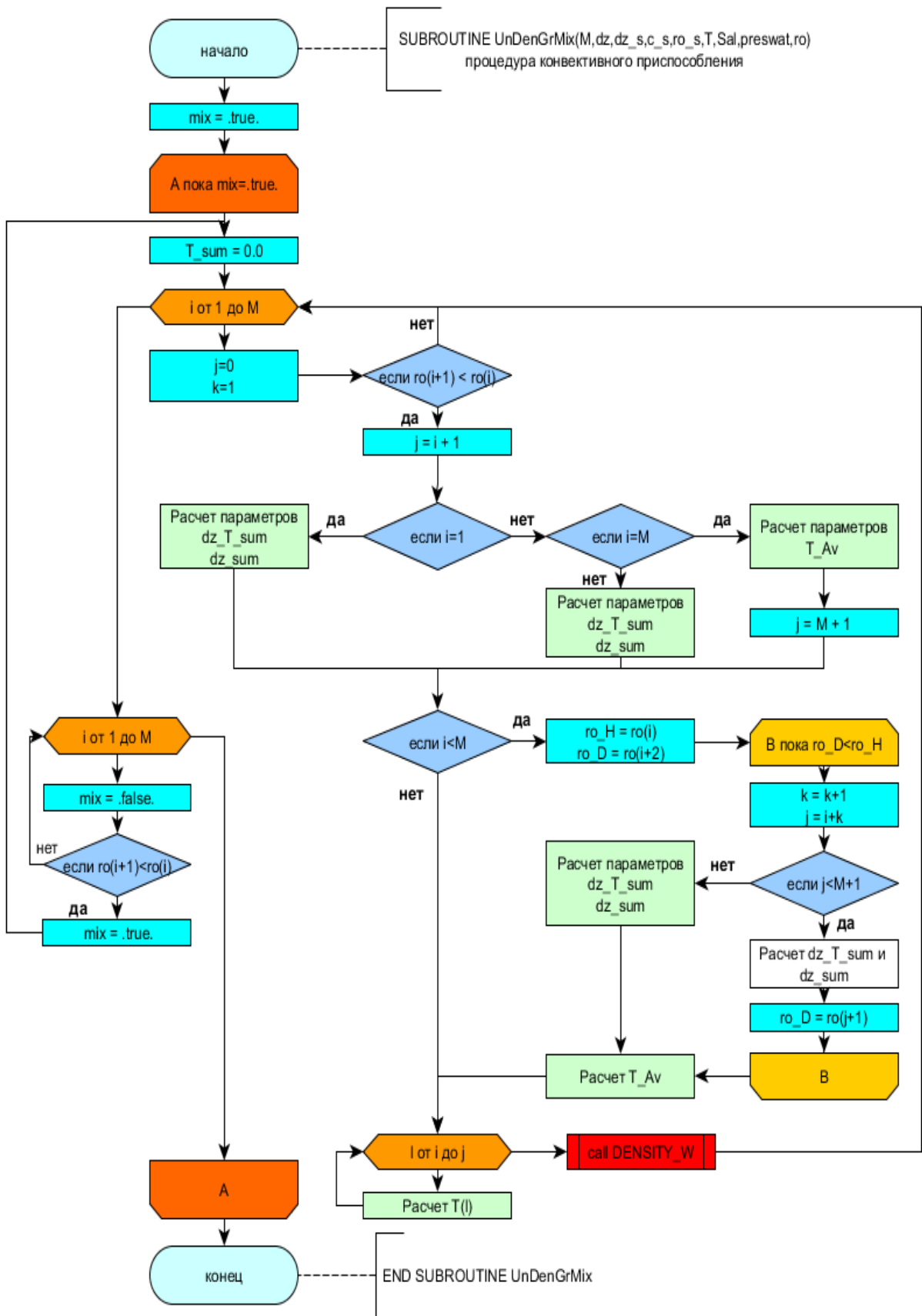
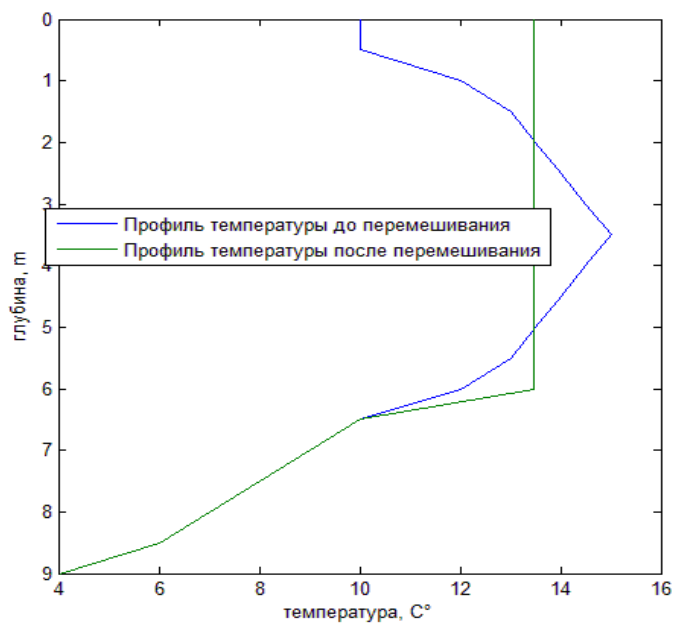
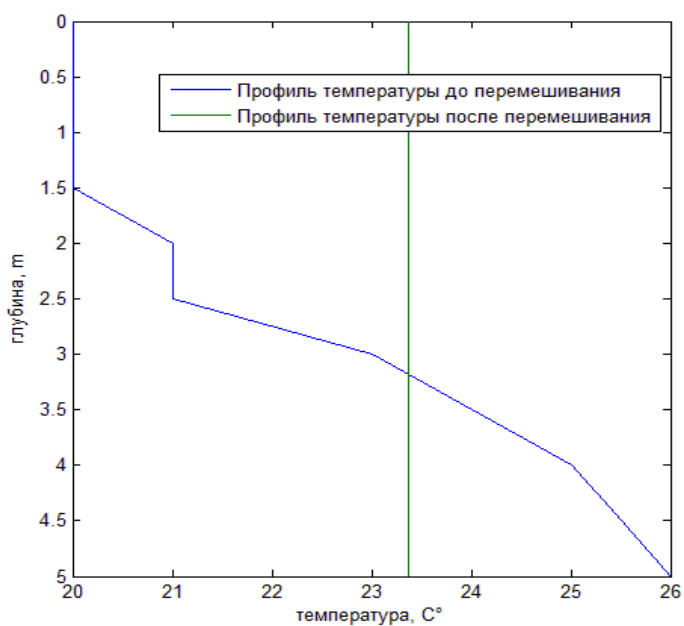


Рисунок 1.5.2. Блок-схема алгоритма конвективного приспособления.



а)



б)

Рисунок 1.5.3. Профиль температуры для случая неустойчивой стратификации: а) профиль температуры, характеризующий осеннее выхолаживание с поверхности для озер умеренных широт в осенний период; б) профиль температуры, характерный для озера с большой прозрачностью воды и относительно малой глубиной.

Как видно на Рисунке 1.5.3, слои с неустойчивой стратификацией перемешались за 2 итерационных цикла, при сохранении внутренней энергии  $E_{I_k}$  на каждом ( $k$ -м) итерационном шаге (таблица 1.5.1) для каждого эксперимента относительного первоначального значения  $E_{I_0}$ .

Таблица 1.5.1. Внутренняя энергия  $E_{I_k}$  на  $k$ -м итерационном шаге для двух экспериментов с начальным неустойчивым профилем температуры, с первоначальным значением  $E_{I_0}$ .

К	$E_I$ в эксперименте с начальным профилем температуры из «Рисунок 1.5.3а»	$E_I$ в эксперименте с начальным профилем температуры из «Рисунок 1.5.3б»
$E_{I_0}$	3562072500	2588013750
$E_{I_1}$	3562072500	2588013750
$E_{I_2}$	3562072500	2588013750

В дальнейшем данная схема была интегрирована в модель озера LAKE, и проведен численный эксперимент с реальными данными измерений в качестве атмосферного форсинга (Wogomolov et. al., 2016). В эксперименте задавался водоем глубиной 5 метров с коэффициентом экстинкции  $\alpha = 0.14\text{м}^{-1}$ . Данные параметры характерны для высокогорных озер, где продуктивность экосистем озер низкая, и поэтому вода очень прозрачна. Атмосферный форсинг для модели озера заимствовался из данных реанализа ERA-Interim.

Как видно на Рисунке 1.5.4, при отключении схемы конвективного приспособления отчетливо проявляется ситуация с неустойчивой стратификацией. Это происходит вследствие высокой прозрачности воды и относительно небольшой глубины озера. Приходящая солнечная радиация прогревает здесь дно водоема, что не вызывает конвективного перемешивания. В то же время, на Рисунке 1.5.5 видно перемешивание водоема по глубине, что лучше соответствует реальным физическим процессам и распределению тепла в данном водоеме.

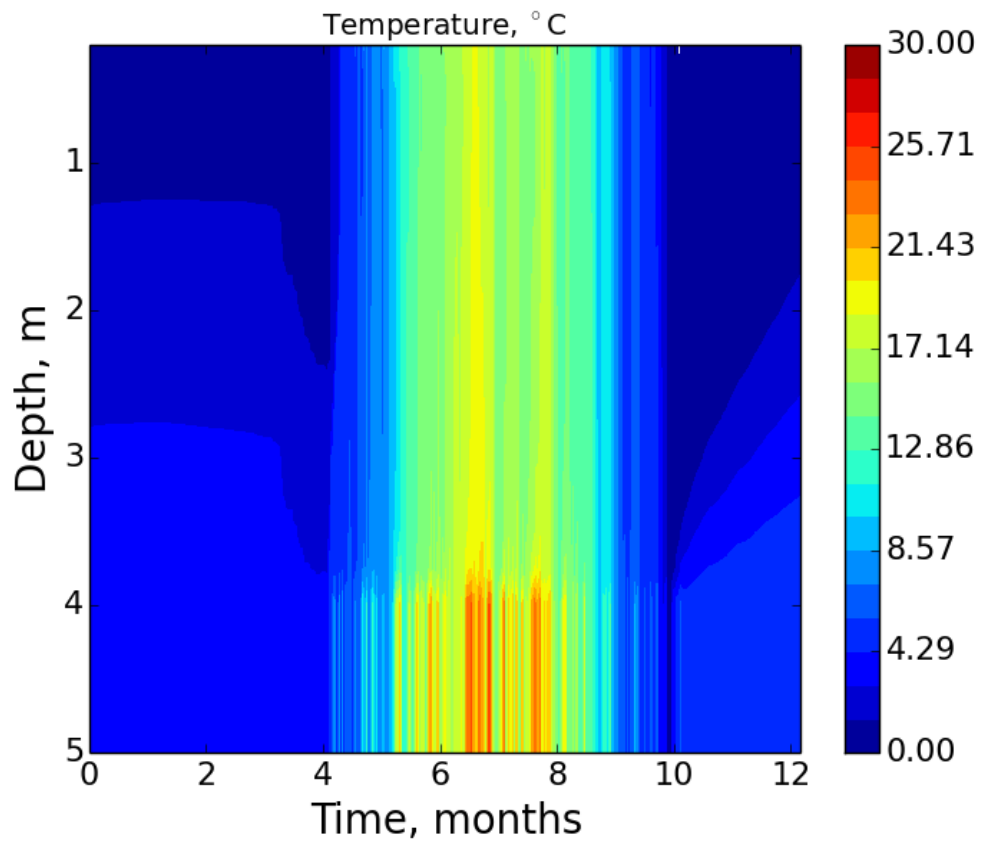


Рисунок 1.5.4. Распределение температуры в модели без схемы конвективного перемешивания, с возникновением неустойчивой плотностной стратификации.

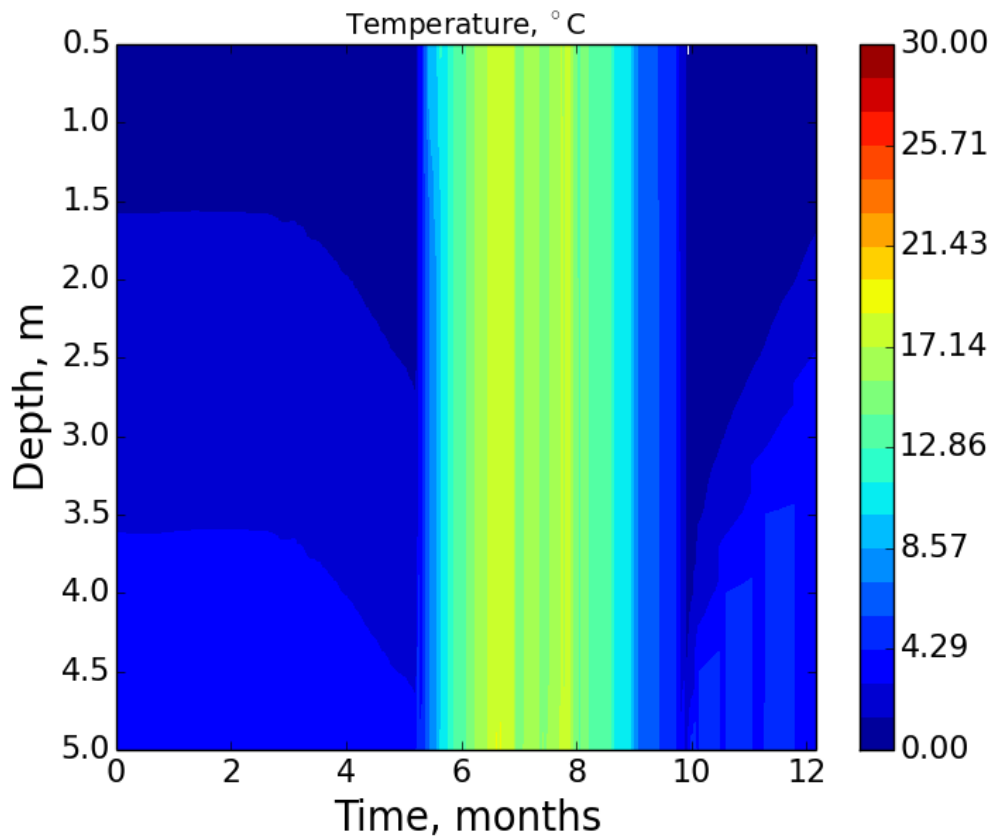


Рисунок 1.5.5. Распределение температуры в модели с схемой конвективного перемешивания, с возникновением неустойчивой плотностной стратификации.

## 1.6. Оценка условий сходимости решения конечно-разностной схемы модели при различных турбулентных замыканиях

Необходимым условием сходимости конечно-разностного решения системы дифференциальных уравнений к точному является стремление к нулю нормы разницы конечно-разностных решений с различным пространственно-временным разрешением при стремлении шагов по времени и пространству к нулю.

В двух экспериментах (идеализированный эксперимент Като-Филлипса и эксперимент для озера Куйваярви) будет проверено упомянутое необходимое условие, что численное решение для модели водоема со схемой турбулентного замыкания  $k - \varepsilon$  или параметризацией турбулентной температуропроводности Хендерсон-Селлерс сходится к точному, на определённых интервалах шага по времени и по вертикали (Богомолов и Степаненко, 2017).

### 1.6.1. Описание эксперимента Като-Филлипса для $k - \varepsilon$ модели

Рассматривается идеализированный сценарий ветрового перемешивания в модели, следующий в своей постановке лабораторному эксперименту, описанному в классической работе (Kato and Phillips, 1969).

В этом эксперименте, перемешанный слой, индуцируемый постоянным поверхностным напряжением, проникает в устойчиво стратифицированную жидкость с плотностью, линейно растущей вниз от поверхности. Дж.Прайс в своей работе (Price, 1979) предложил аналитическую функцию, аппроксимирующую лабораторные данные эволюции глубины перемешанного слоя  $D_m$ :

$$D_m(t) = 1.05 w_S^* N_0^{-\frac{1}{2}} t^{\frac{1}{2}},$$



где  $w_s^*$  - скорость поверхностного трения и постоянная  $N_0$  – частота Брента-Вяйсяля начального профиля температуры  $t$  (плотности).

В рамках данного идеализированного эксперимента будут проведены исследования чувствительности численного решения к пространственному и временному разрешению и сходимости при различных вариантах расчета коэффициента Колмогорова (Таблица 1.2.1) в  $k - \varepsilon$  замыкании, и возможности воспроизведения данной схемой глубины перемешанного слоя, как одного из важнейших параметров правильного воспроизведения динамики водоемов. На возможности использования параметризации Хендерсон-Селлерс в рамках данного эксперимента мы остановимся отдельно ниже.

Эксперимент проводился с использованием модели LAKE, настроенной для данного эксперимента. На нижней и верхней границе был задан нулевой поток тепла. Начальный профиль температуры задавался как линейный:

$$T(z) = 2z + 5,$$

где ось  $z$  направлена вдоль вектора силы тяжести. Начальная скорость течения полагалась равной нулю и глубина области интегрирования модели задана равной 20 метрам. Параметр Кориолиса принимался равным 0. Следуя работам (Deleersnijder and Luyten, 1994; Burchard et al., 1998), мы в качестве параметров эксперимента используем характерные для океана величины:

$$w_s^* = 3 * 10^{-3} \text{ мс}^{-1} \text{ и } N_0 = 5.5 * 10^{-2} \text{ с}^{-1}.$$

Для каждого из подвидов турбулентного замыкания  $k - \varepsilon$  проводились две группы численных экспериментов (Таблица 1.6.1) с варьированием шага по времени  $\Delta t^k$  и с фиксированным количеством уровней по вертикали  $M$ , а также с варьироваемым количеством уровней по вертикали  $M^k$ , но с фиксированным шагом по времени  $\Delta t$ .

Таблица 1.6.1. Пространственное и временное разрешение в двух группах численных экспериментов

Аббревиатура группы	Фиксируемый параметр пространственно-временного разрешения	Варьируемый параметр пространственно-временного разрешения	Диапазон индексов экспериментов
Гр. 1. $k$	$\Delta t = 25$ с	$M^k = 10; 20; 40; 80; 160; 320; 640,$	$k = 1..7$
Гр. 2. $k$	$M = 40$	$\Delta t^k = 3600; 1800; 900; 450; 225; 100; 50; 25$ с	$k = 1..8$

В каждой группе экспериментов сходимость решения оценивалась по сходимости к нулю среднеквадратического отклонения  $\sigma^{k,k+1}$  полей температуры  $T^k$  относительно  $T^{k+1}$  ( $k$  – номер эксперимента):

$$\sigma^{k,k+1} = \sqrt{\frac{1}{M * N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (T_{i,j}^k - T_{i,j}^{k+1})^2}$$

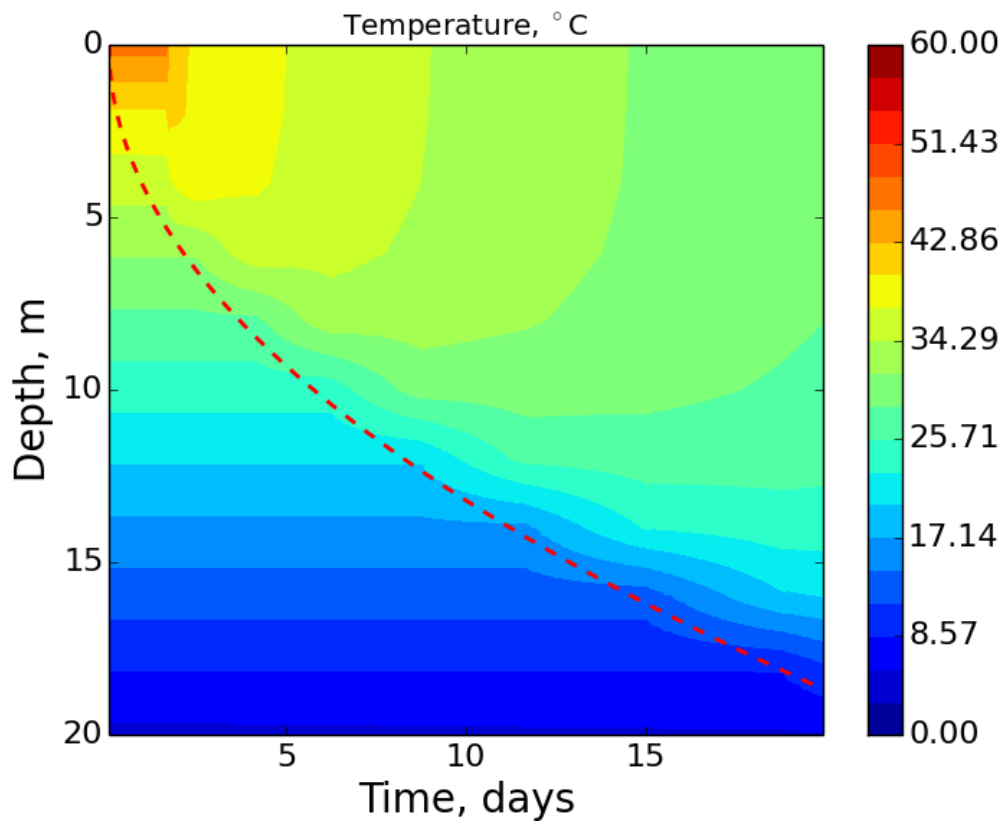
Здесь  $M$  – количество уровней сетки,  $N$  – количество шагов по времени. Поскольку пространственное и временное разрешение различалось между экспериментами, для оценки отклонения результаты расчетов всех экспериментов интерполировались на равномерную сетку.

### **1.6.2. Результаты эксперимента Като-Филлипса с $k - \varepsilon$ моделью с различными вариантами $C_e$ и $C_{e,T}$**

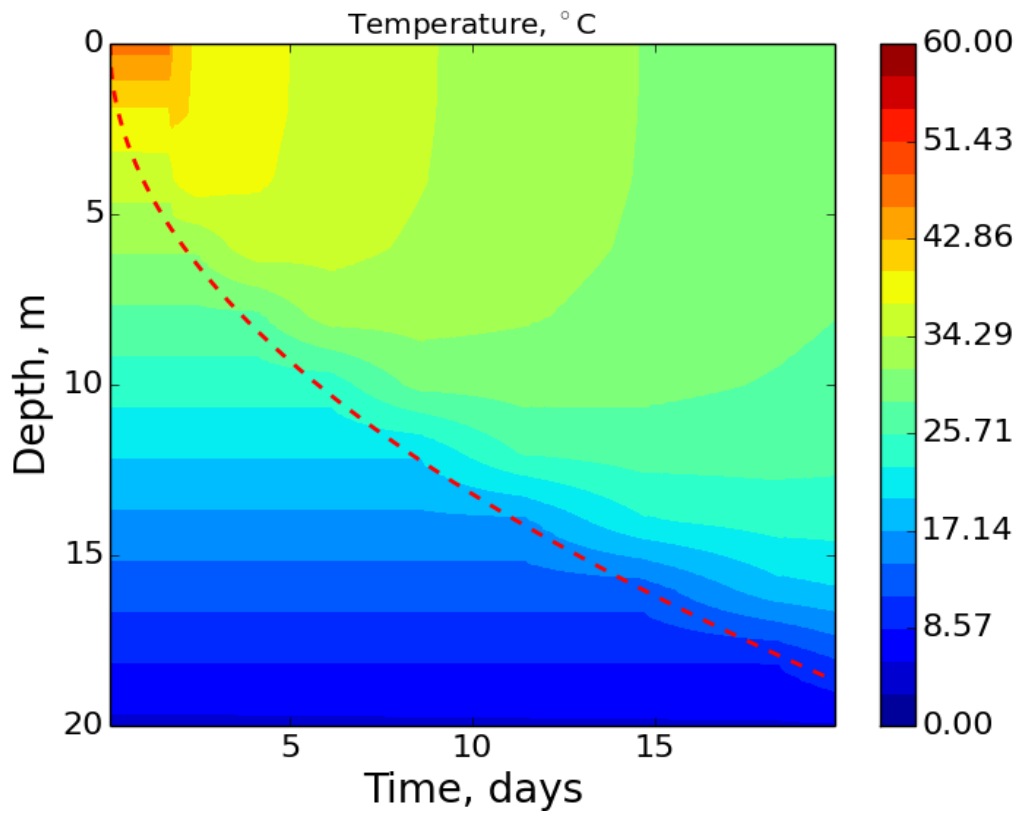
В данных экспериментах температура на поверхности составляет 60 °С. Для того чтобы проверить сходимость решения на больших временах в модели необходимо задать такую глубину водоема, чтобы перемешанный слой длительное время эволюционировал. Поэтому, при заданном градиенте, температура поверхности становится неправдоподобно высокой для реальных водоемов, хотя такую же стратификацию по плотности (частоту Брента-Вайсяля) можно задать и распределением по вертикали солёности.

#### **Группа экспериментов Гр.1.k**

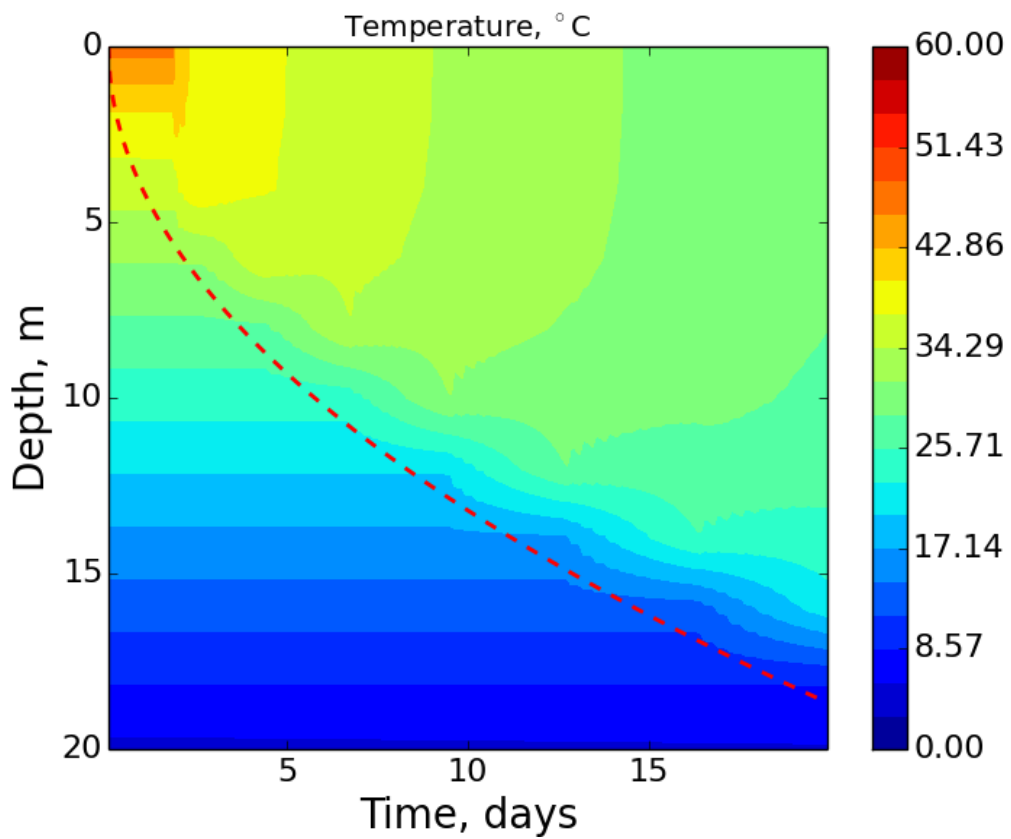
*Параметры эксперимента Гр. 1.1:  $\Delta t = 25, M^1 = 10$*



a)



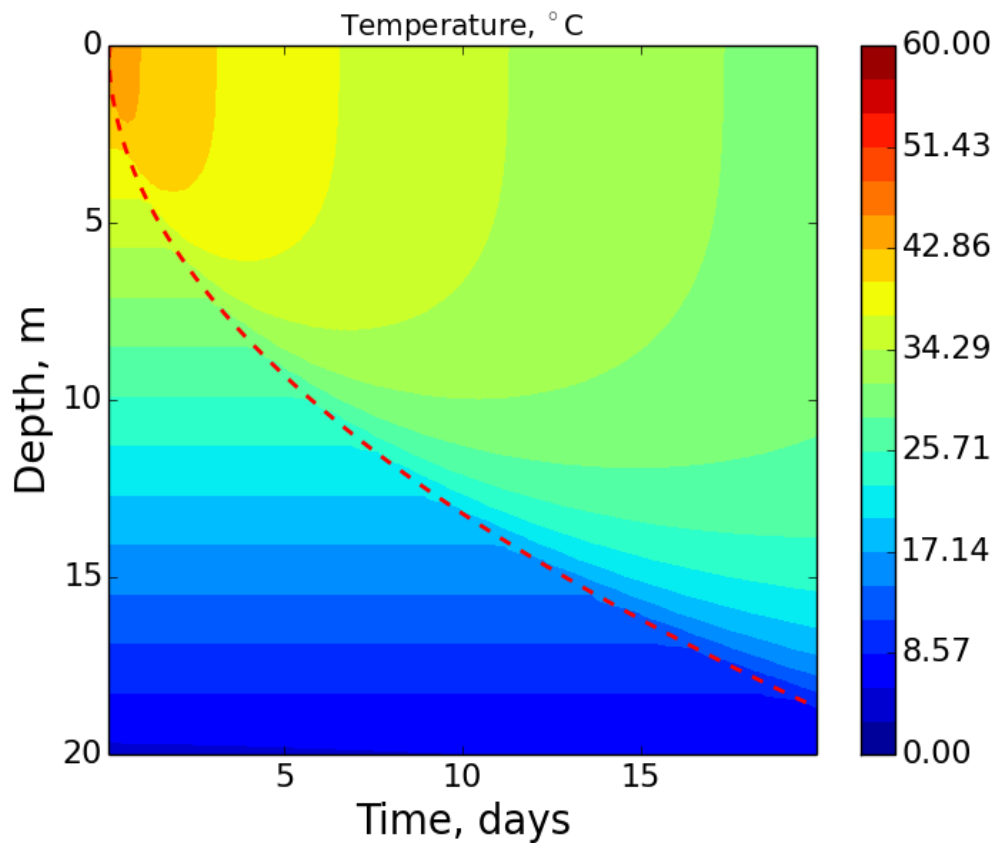
b)



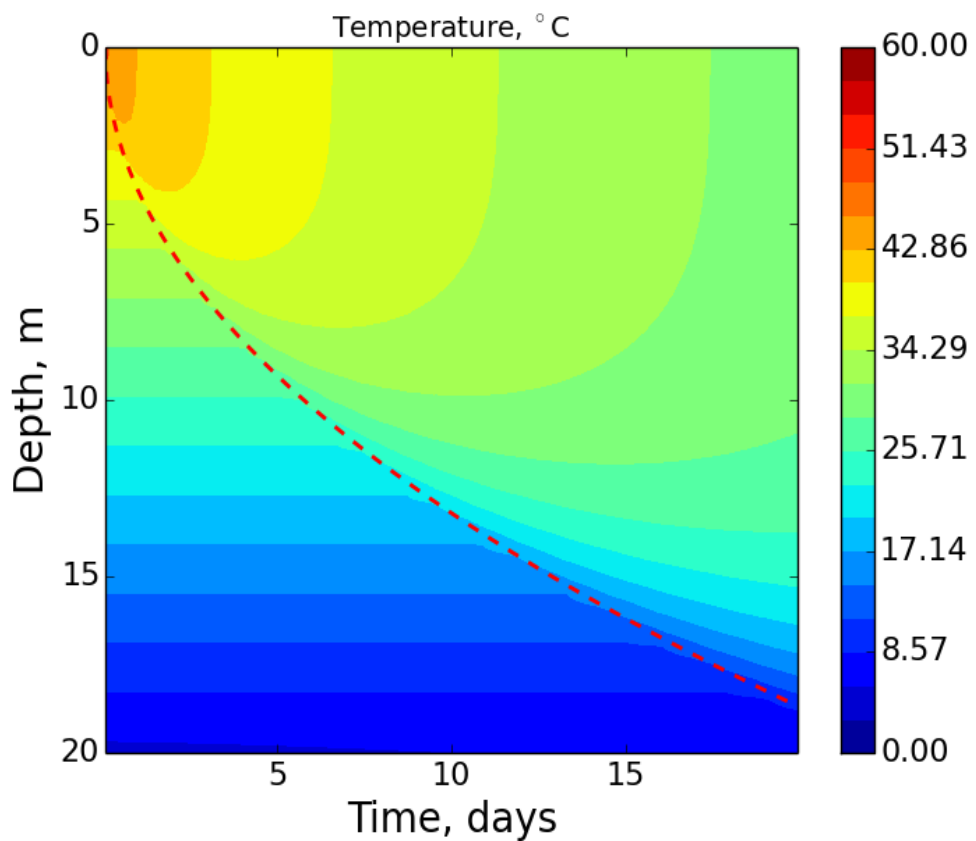
в)

Рисунок 1.6.1. Поле температуры в экспериментах Като-Филлипса группы Гр.1.1 с моделью LAKE при использовании  $k - \varepsilon$  замыкания: а) с  $C_e$  и  $C_{e,T}$  как эмпирическими константами; б) с  $C_e$  и  $C_{e,T}$  как функциями устойчивости Кануто; в) с  $C_e$  и  $C_{e,T}$  как функциями устойчивости Гальперина. Красная кривая изображает аналитическое решение

Параметры эксперимента Гр. 1.3:  $\Delta t = 25, M^3 = 40$ .



a)



б)

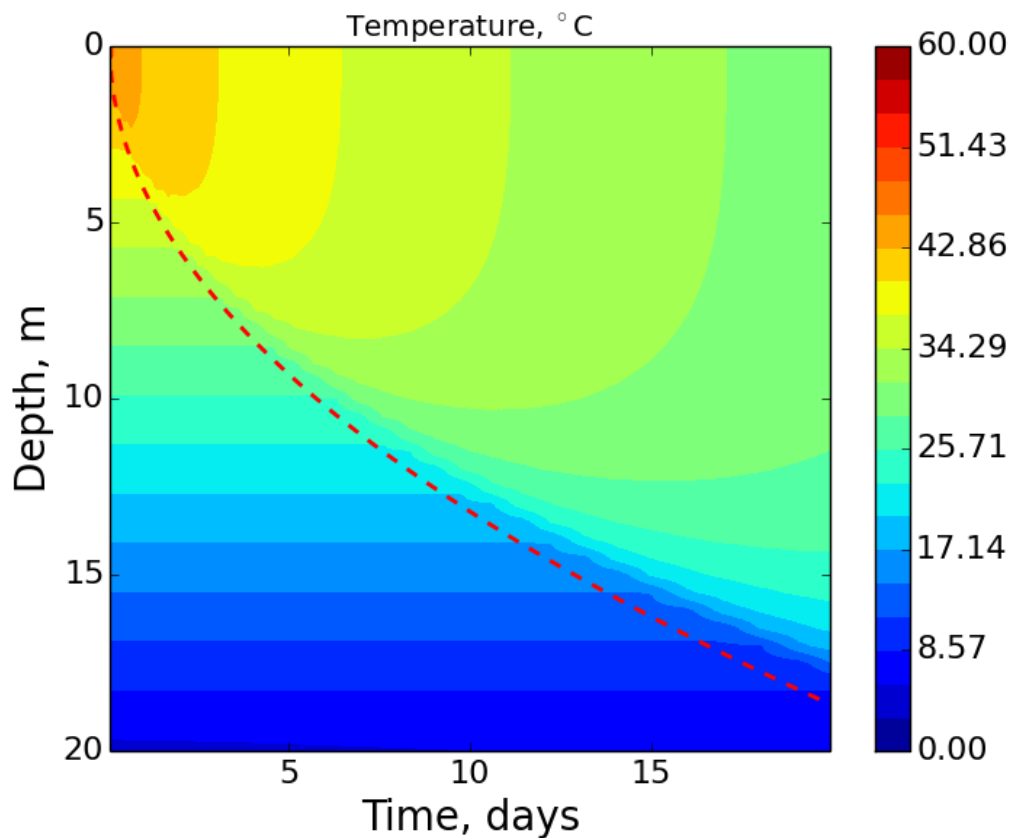
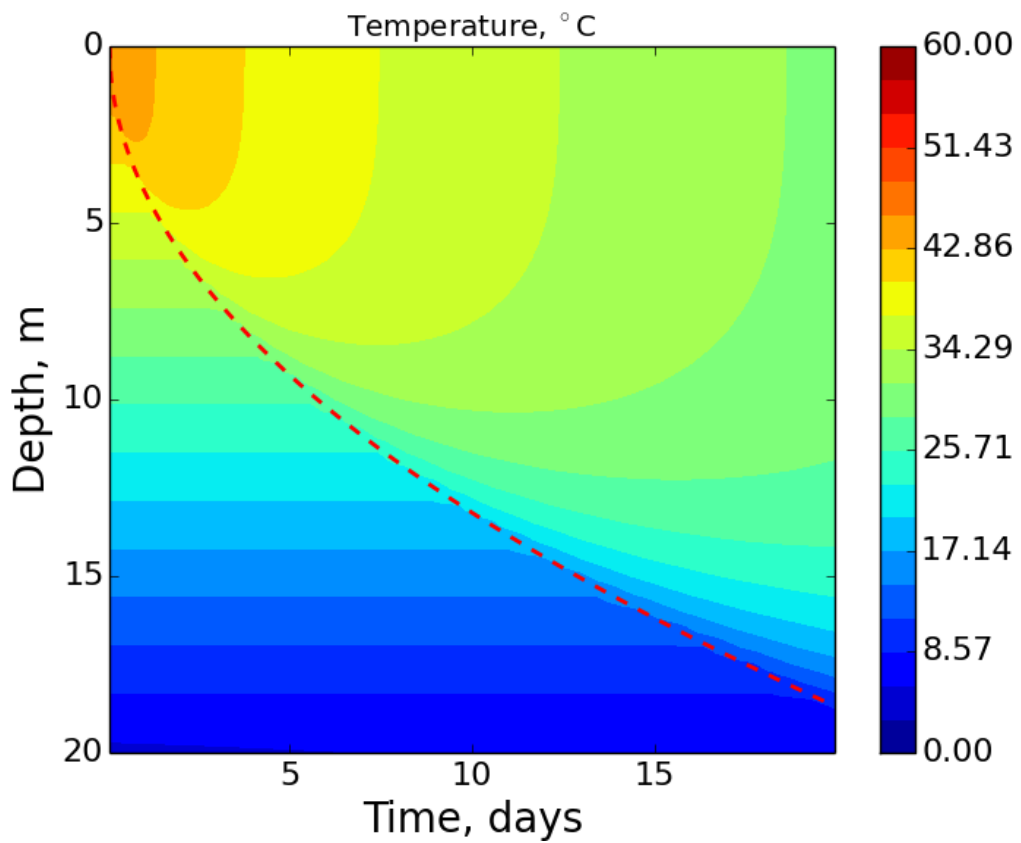
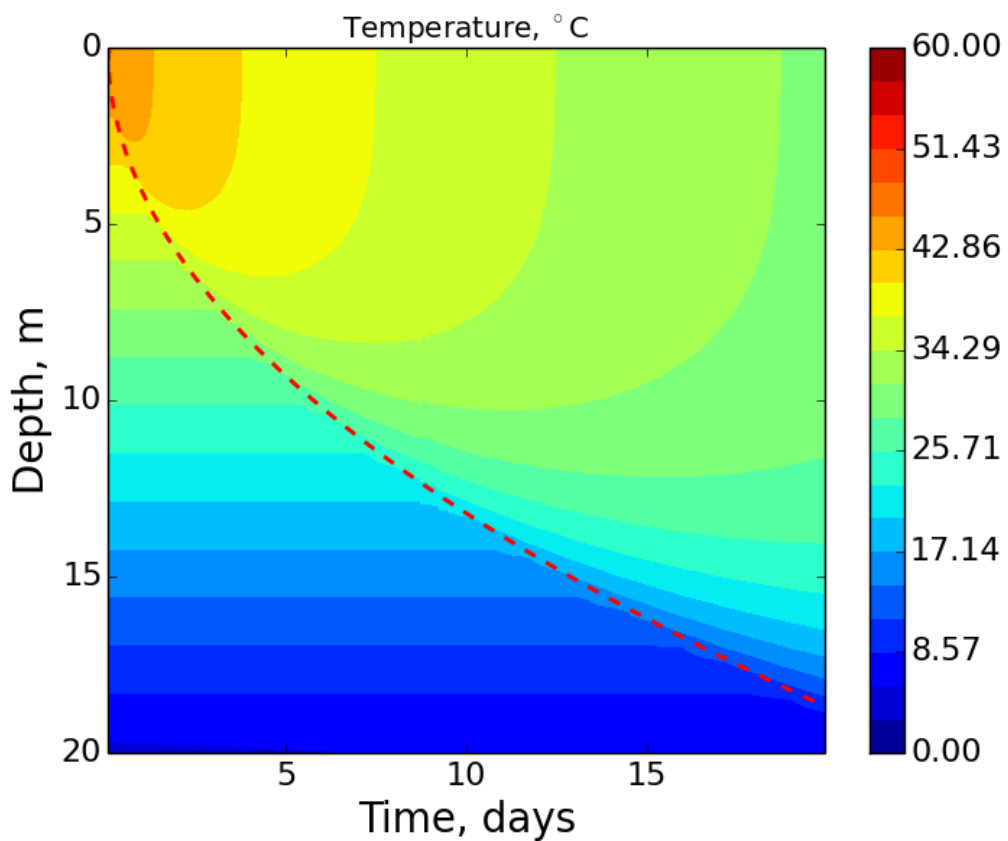


Рисунок 1.6.2. Поле температуры в экспериментах Като-Филлипса группы Гр.1.3 с моделью LAKE при использовании  $k - \varepsilon$  замыкания: а) с  $C_e$  и  $C_{e,T}$  как эмпирическими константами; б) с  $C_e$  и  $C_{e,T}$  как функциями устойчивости Кануто; в) с  $C_e$  и  $C_{e,T}$  как функциями устойчивости Гальперина. Красная кривая изображает аналитическое решение

Параметры эксперимента Гр1.7:  $\Delta t = 25, M^7 = 640$

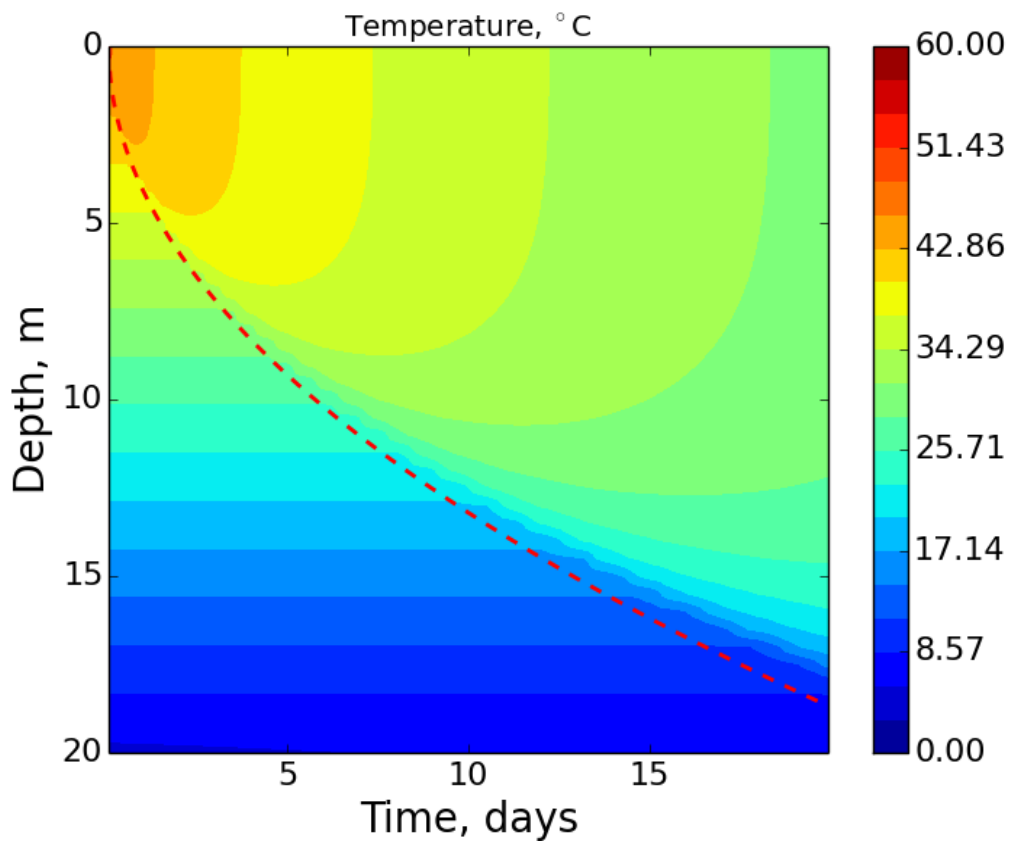


a)



б)



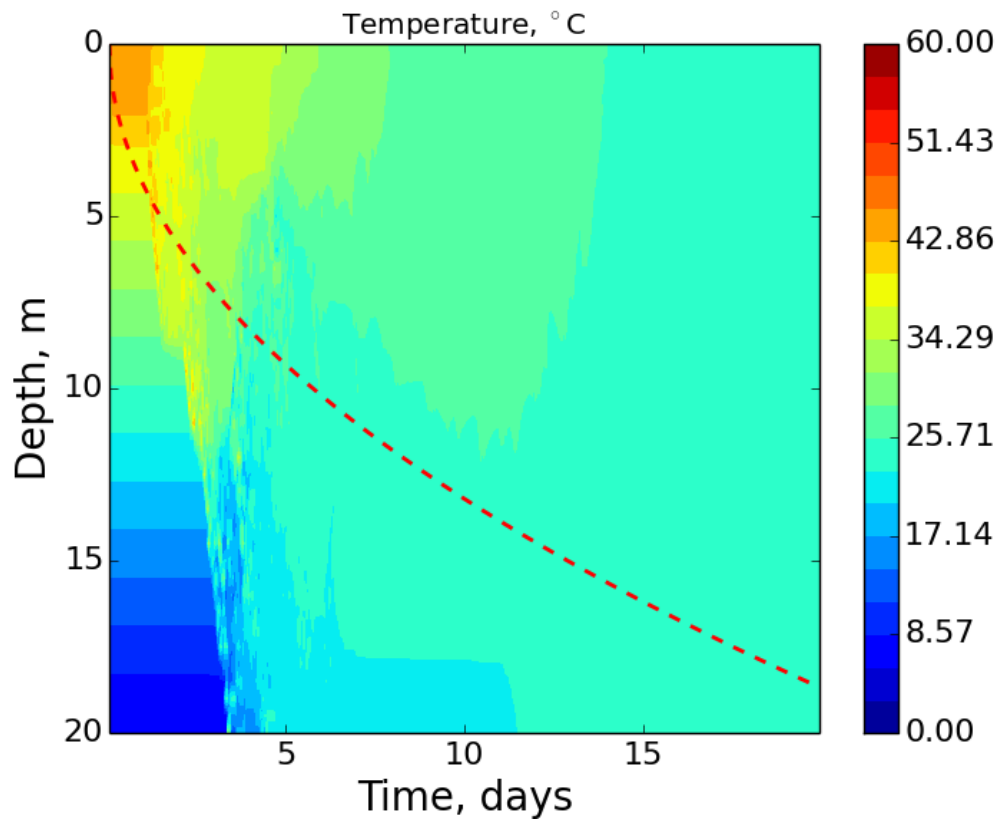


в)

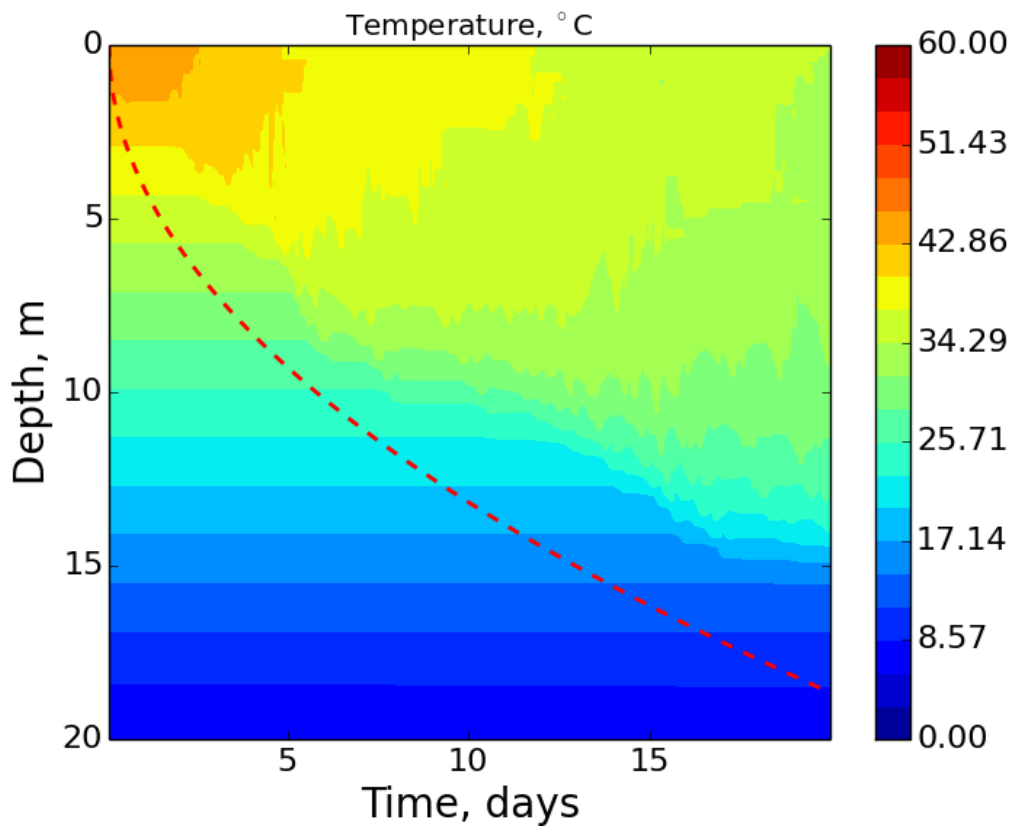
Рисунок 1.6.3. Поле температуры в экспериментах Като-Филлипса группы Гр.1.7 с моделью LAKE при использовании  $k - \varepsilon$  замыкания: а) с  $C_e$  и  $C_{e,T}$  как эмпирическими константами; б) с  $C_e$  и  $C_{e,T}$  как функциями устойчивости Кануто; в) с  $C_e$  и  $C_{e,T}$  как функциями устойчивости Гальперина. Красная кривая изображает аналитическое решение

**Группа экспериментов Гр. 2.**

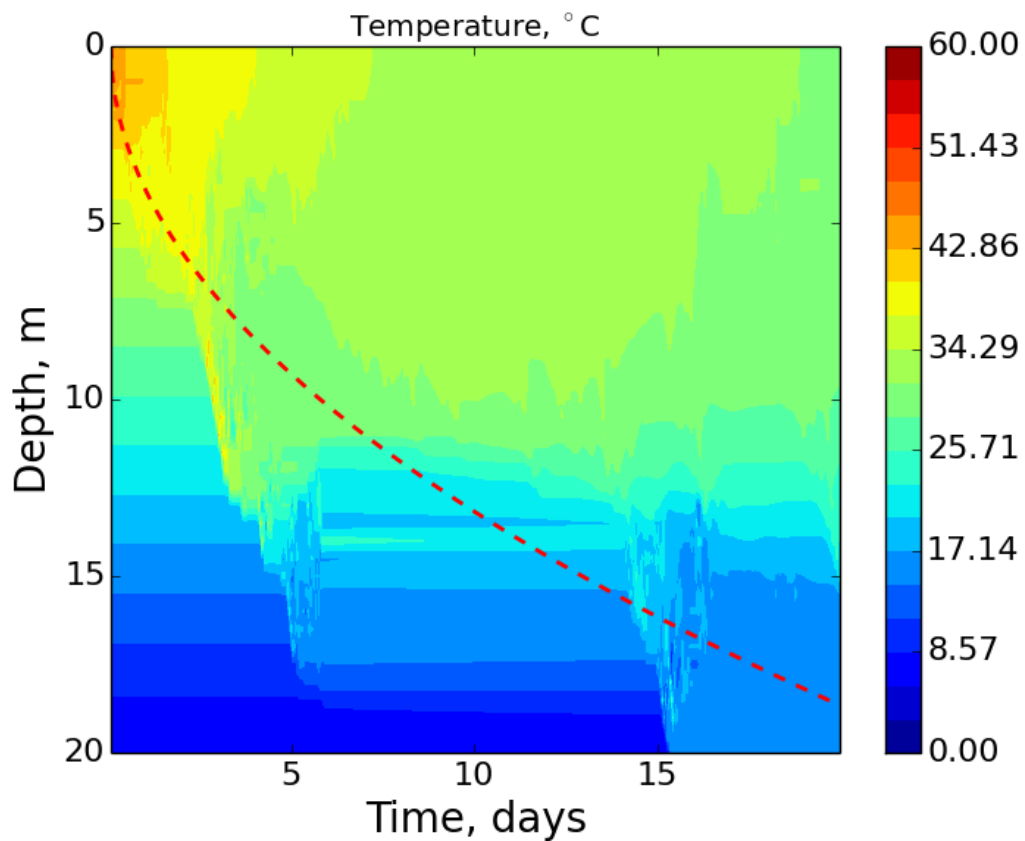
*Параметры эксперимента Гр.2.1:  $M = 40, \Delta t^1 = 3600$*



a)



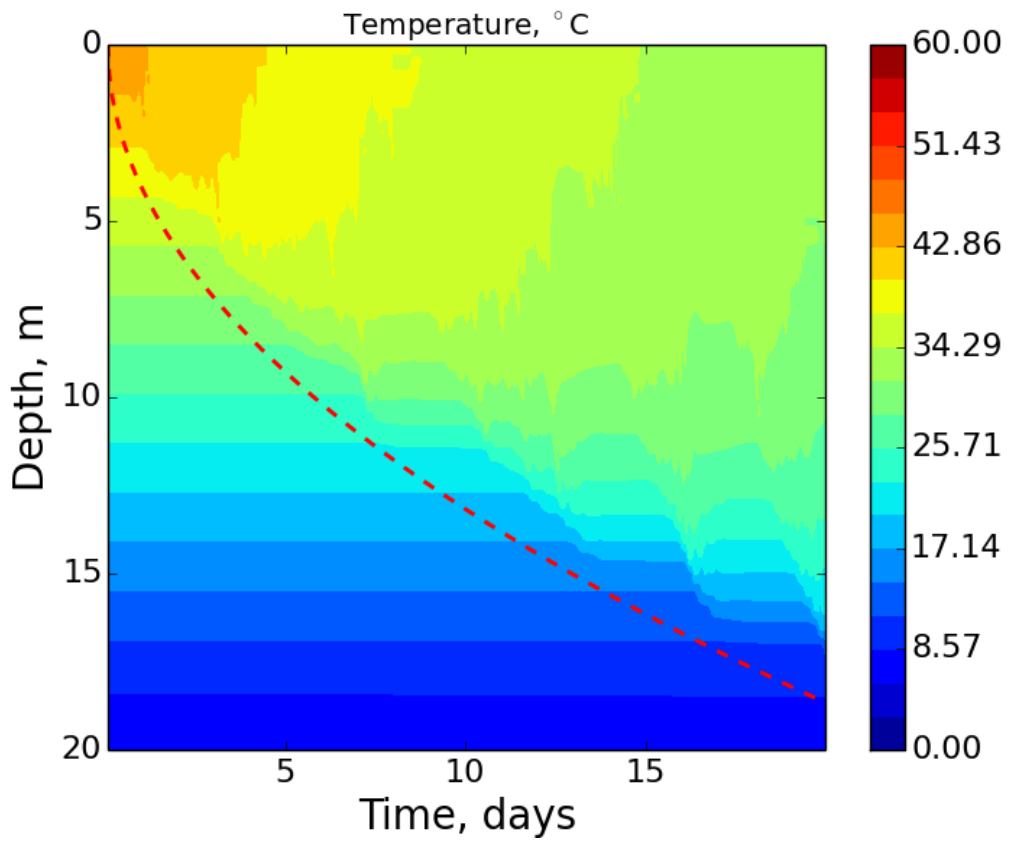
b)



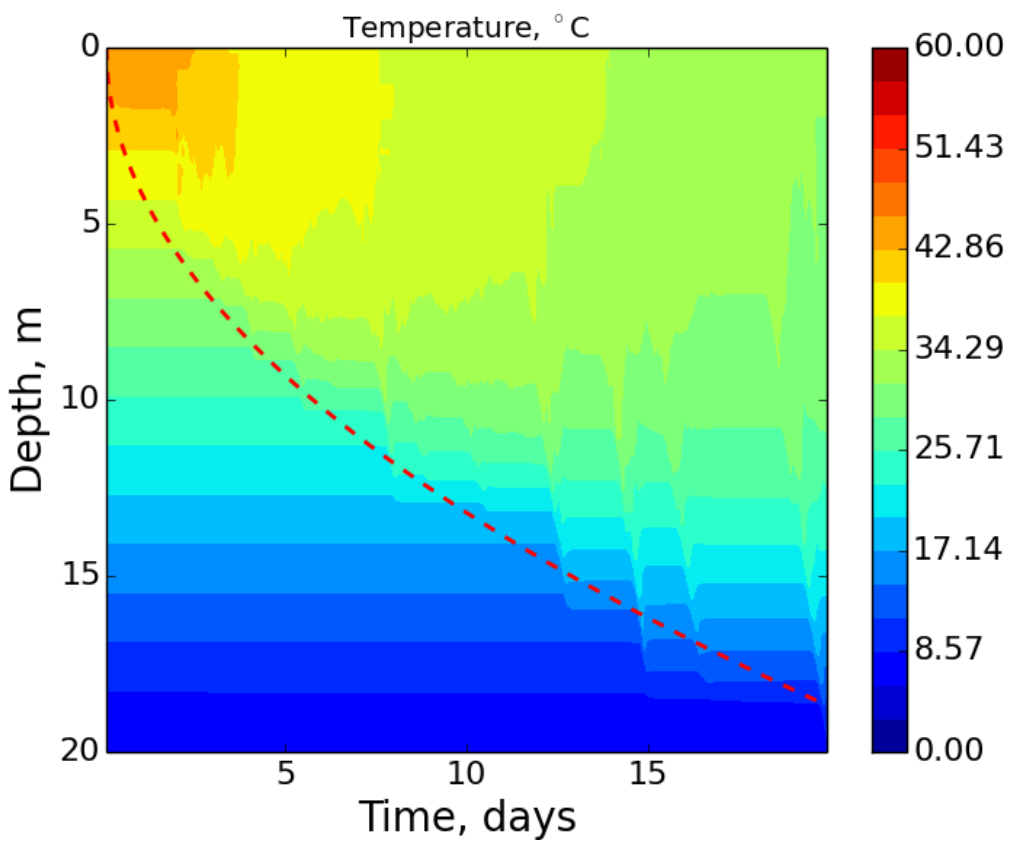
в)

Рисунок 1.6.4. Поле температуры в экспериментах Като-Филлипса группы Гр.2.1 с моделью LAKE при использовании  $k - \varepsilon$  замыкания: а) с  $C_e$  и  $C_{e,T}$  как эмпирическими константами; б) с  $C_e$  и  $C_{e,T}$  как функциями устойчивости Кануто; в) с  $C_e$  и  $C_{e,T}$  как функциями устойчивости Гальперина. Красная кривая изображает аналитическое решение

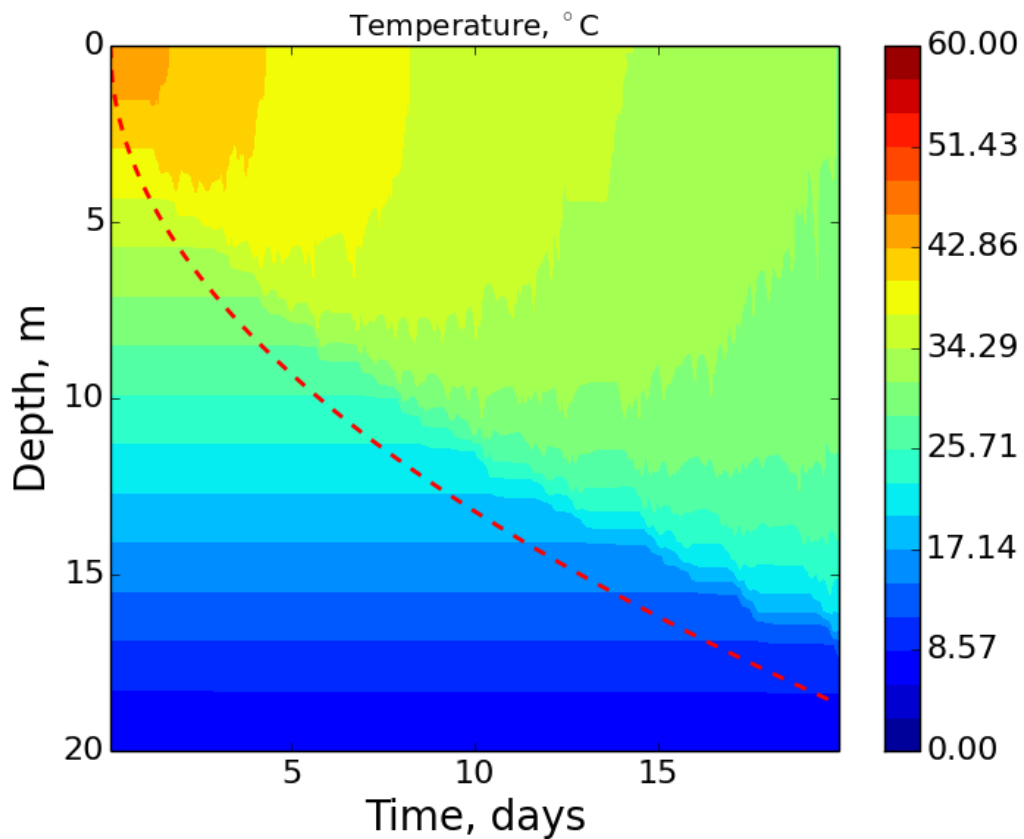
Параметры эксперимента Гр.2.2:  $M = 40, \Delta t^1 = 1800$



a)



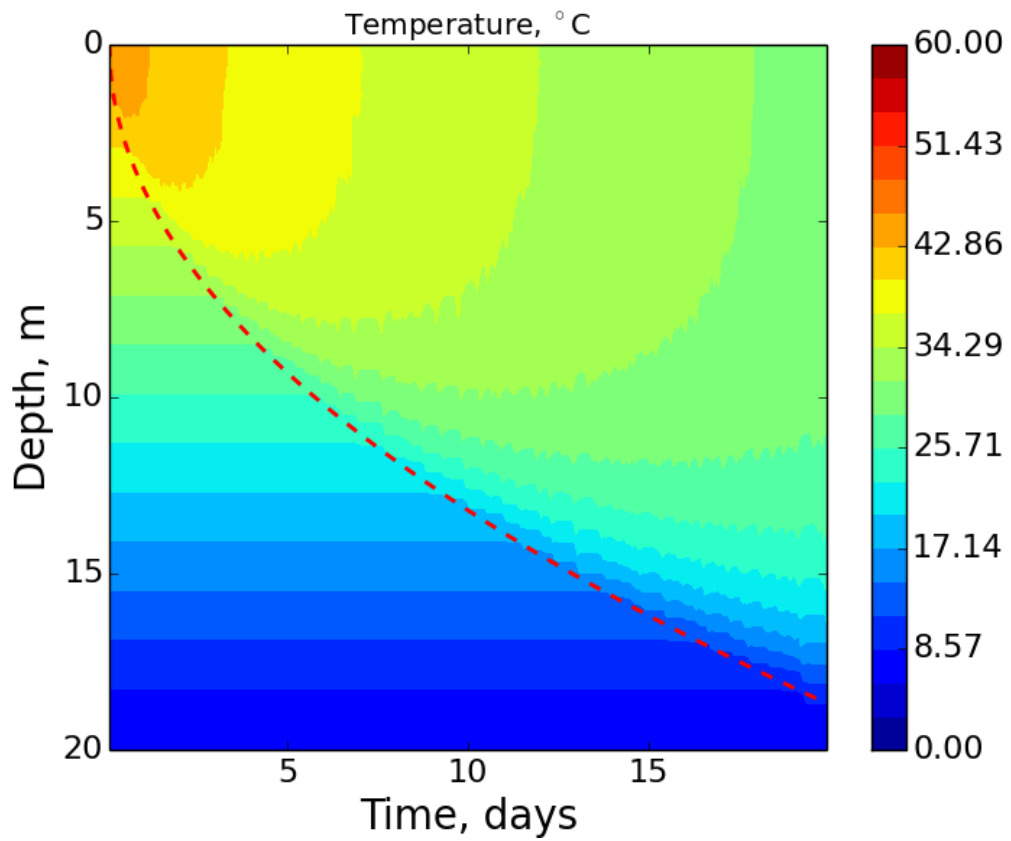
б)



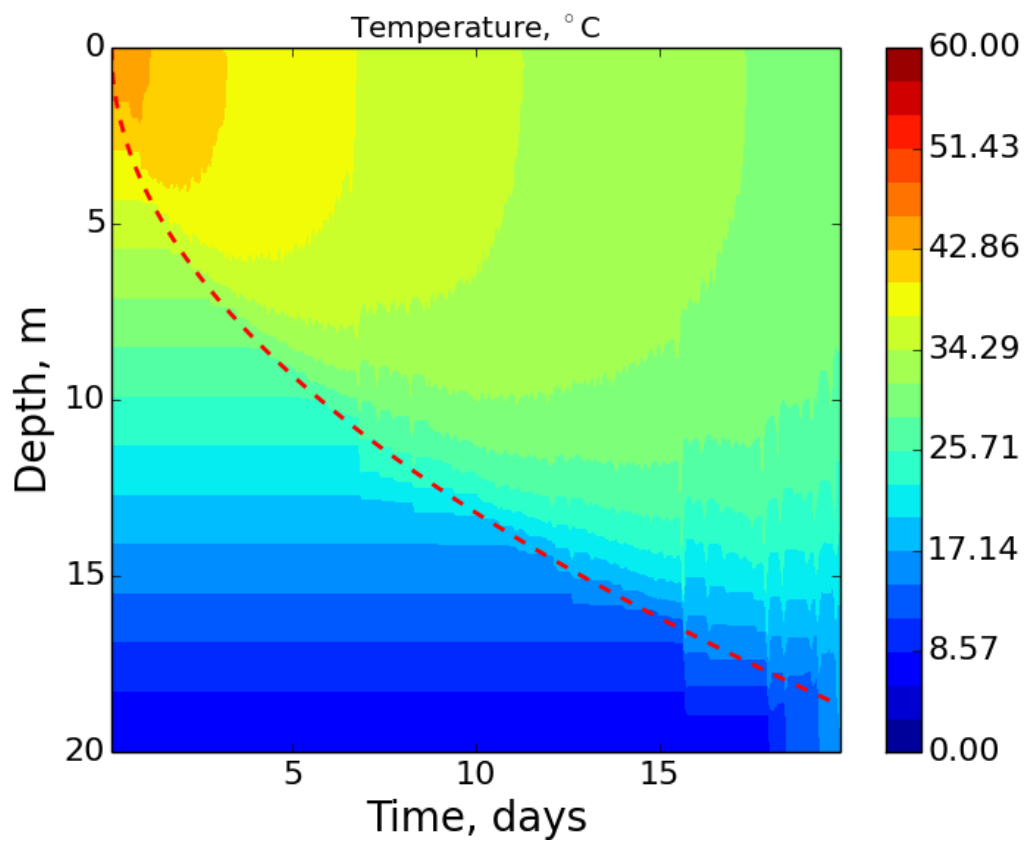
в)

Рисунок 1.6.5. Поле температуры в экспериментах Като-Филлипса группы Гр.2.2 с моделью LAKE при использовании  $k - \varepsilon$  замыкания: а) с  $C_e$  и  $C_{e,T}$  как эмпирическими константами; б) с  $C_e$  и  $C_{e,T}$  как функциями устойчивости Кануто; в) с  $C_e$  и  $C_{e,T}$  как функциями устойчивости Гальперина. Красная кривая изображает аналитическое решение

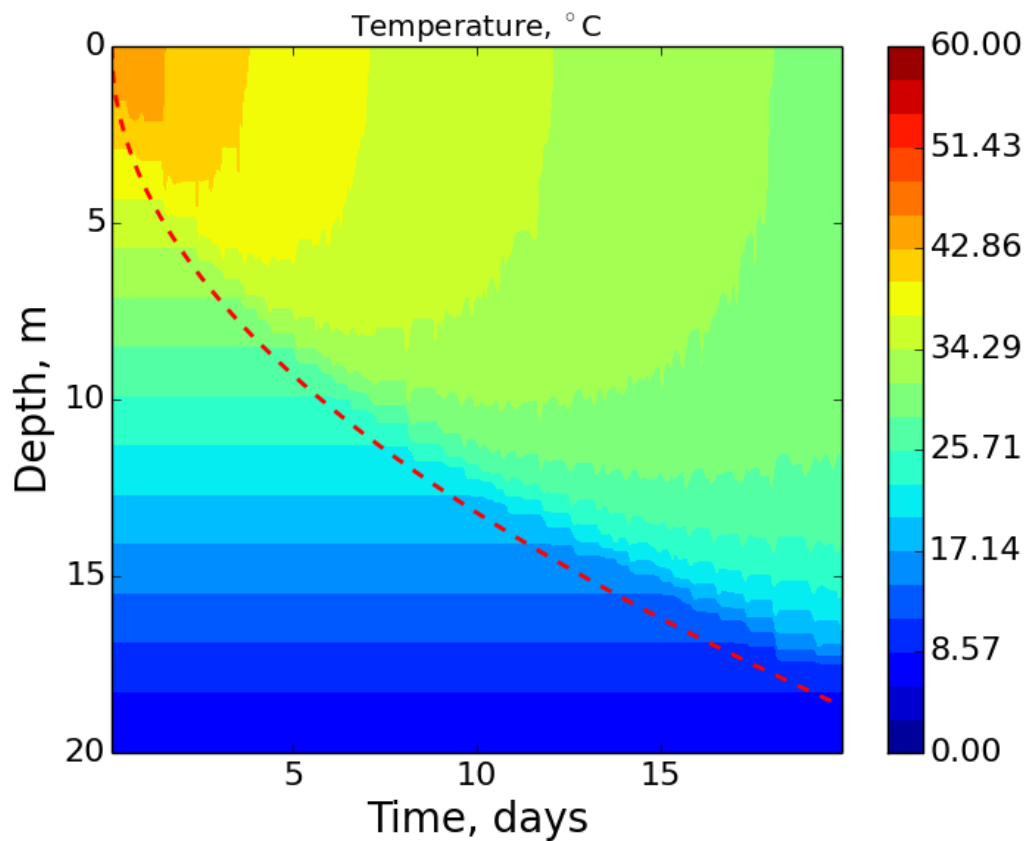
Параметры эксперимента Гр.2.4:  $M = 40, \Delta t^1 = 450$



a)



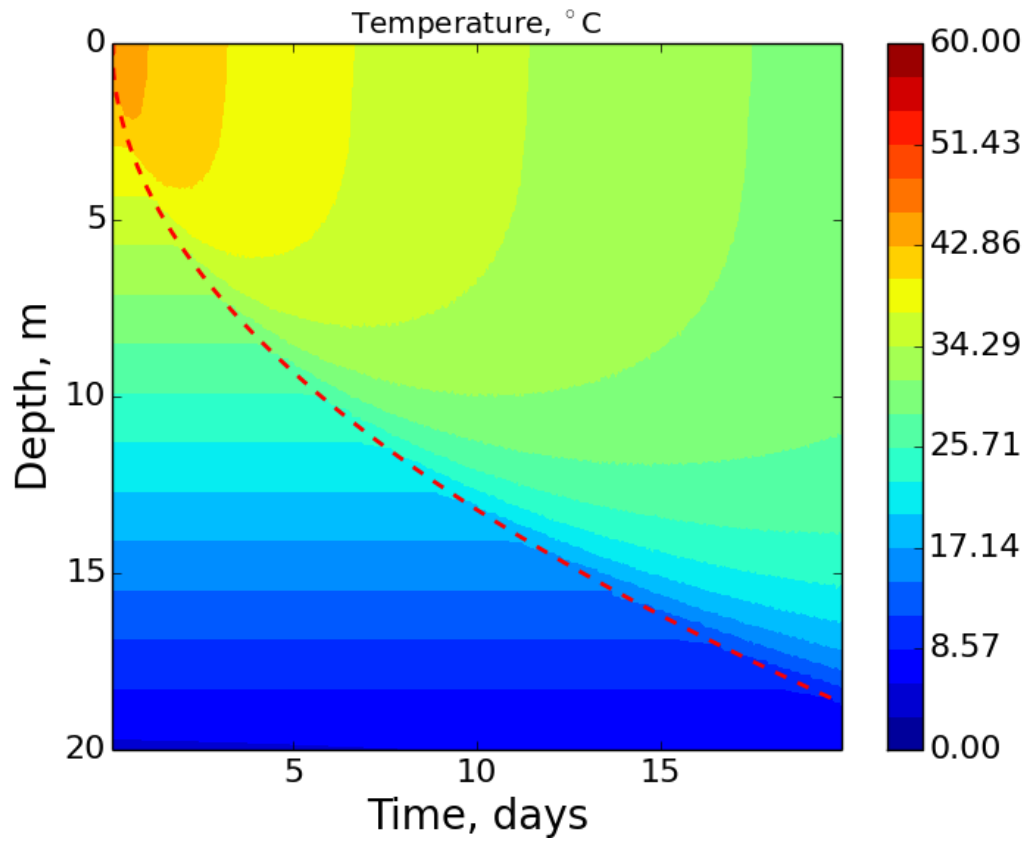
б)



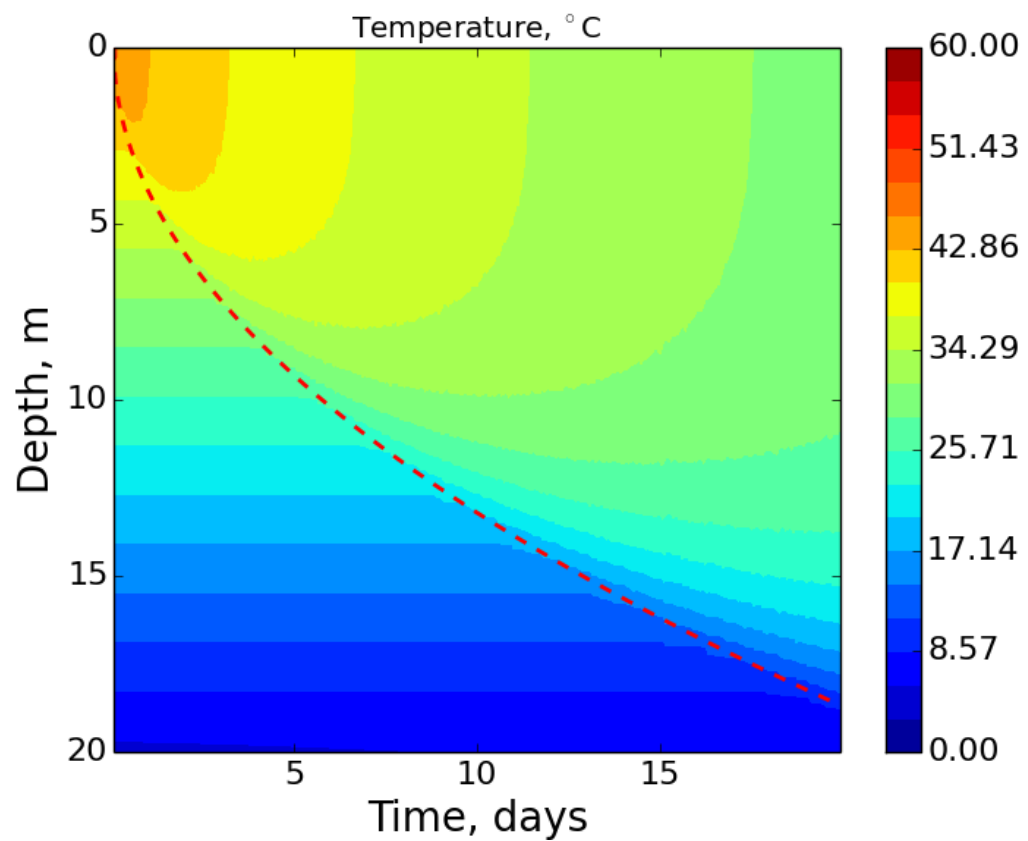
в)

Рисунок 1.6.6. Поле температуры в экспериментах Като-Филлипса группы Гр.2.4 с моделью LAKE при использовании  $k - \varepsilon$  замыкания: а) с  $C_e$  и  $C_{e,T}$  как эмпирическими константами; б) с  $C_e$  и  $C_{e,T}$  как функциями устойчивости Кануто; в) с  $C_e$  и  $C_{e,T}$  как функциями устойчивости Гальперина. Красная кривая изображает аналитическое решение

Параметры эксперимента Гр.2.6:  $M = 40, \Delta t^1 = 100$



a)



б)



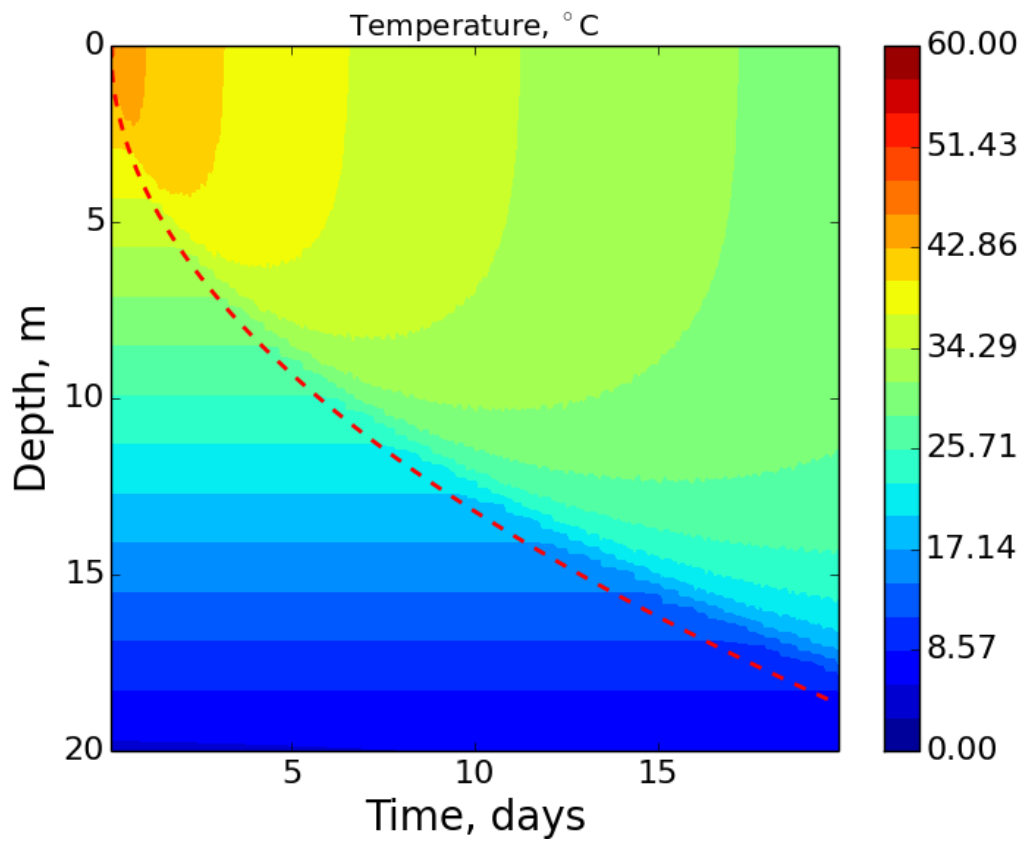
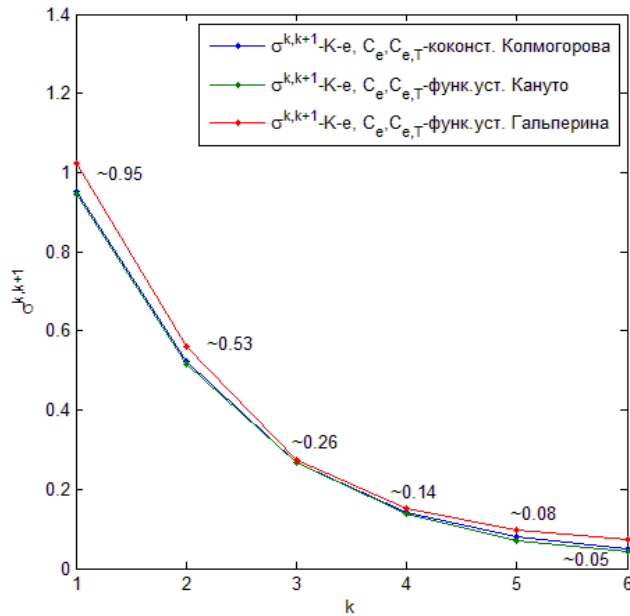
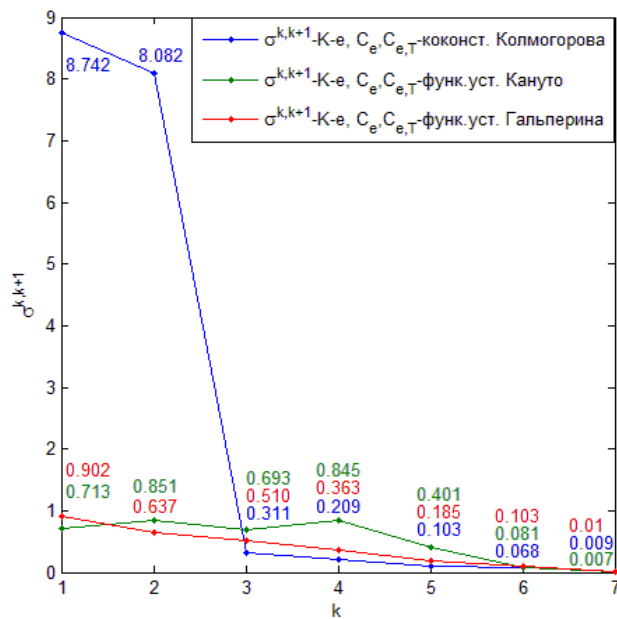


Рисунок 1.6.7. Поле температуры в экспериментах Като-Филлипса группы Гр.1.1 с моделью LAKE при использовании  $k - \varepsilon$  замыкания: а) с  $C_e$  и  $C_{e,T}$  как эмпирическими константами; б) с  $C_e$  и  $C_{e,T}$  как функциями устойчивости Кануто; в) с  $C_e$  и  $C_{e,T}$  как функциями устойчивости Гальперина. Красная кривая изображает аналитическое решение



а)



б)

Рисунок 1.6.8. Среднеквадратическое отклонение полей температуры в экспериментах Като-Филлипса а) для группы экспериментов Гр. 1.  $k$ , где абсциссе 1 соответствует среднеквадратическое отклонение между экспериментами Гр. 1.1 и Гр. 1.2 и так далее; б) для группы экспериментов Гр. 2.  $k$ , где абсциссе 1 соответствует среднеквадратическое отклонение между экспериментами Гр. 2.1 и Гр. 2.2 и так далее.

### 1.6.3. Эксперимент Като-Филлипса для параметризации Хендерсон-Селлерс

Прежде чем перейти к обсуждению данного эксперимента, стоит напомнить, что при выводе параметризации Хендерсон-Селлерс (Hendersson-Sellers, 1985) одним из предположений было, что уравнение (1.4.4) является разумным приближением для всего экмановского слоя и может быть применено в широком диапазоне широт, как следствие этого функция широты и скорости  $k^*$  рассчитывается как обобщение аналитического решения Смита (Smith, 1979) для всех широт (Shulman and Bryson, 1961). Формально мы можем задать  $k^* = 0$ , что соответствует широте равной нулю, а это соответствует отсутствию влияния силы Кориолиса, что заложено в эксперименте Като-Филлипса. Из Рисунка 1.6.9 мы видим, что для глубины водоема 20 м, параметризация Хендерсон-Селлерс в этом случае занижает вертикальное перемешивание водоема. Возникает вопрос о корректности принятия  $k^* = 0$  для данной параметризации, так как в таком случае мы получаем в (1.4.9) и (1.4.10)  $e^0 = 1$ , что приводит к отключению механизмов перемешивания, предусмотренных автором данной параметризации (Henderson-Sellers, 1986) для расчета коэффициента турбулентной теплопроводности. При анализе формулы (1.4.9) и (1.4.10) и оценки слагаемых мы видим, что при  $k^* = 0$  и больших значениях глубины  $z \gg 1$ ,  $Ri \rightarrow z$ , и в (1.4.9)  $z$  в числителе компенсируется  $Ri$ . Если же  $z$  будет не так велико, например 5 м (Рисунок 1.6.10), то мы получим нефизичные механизмы перемешивания у дна при устойчивой стратификации по плотности в исследуемой области. Можно сделать вывод, что данная параметризация работает только с учетом  $l$  - параметра Кориолиса и не может быть использована в эксперименте Като-Филлипса для предельного случая  $l \rightarrow 0$ .

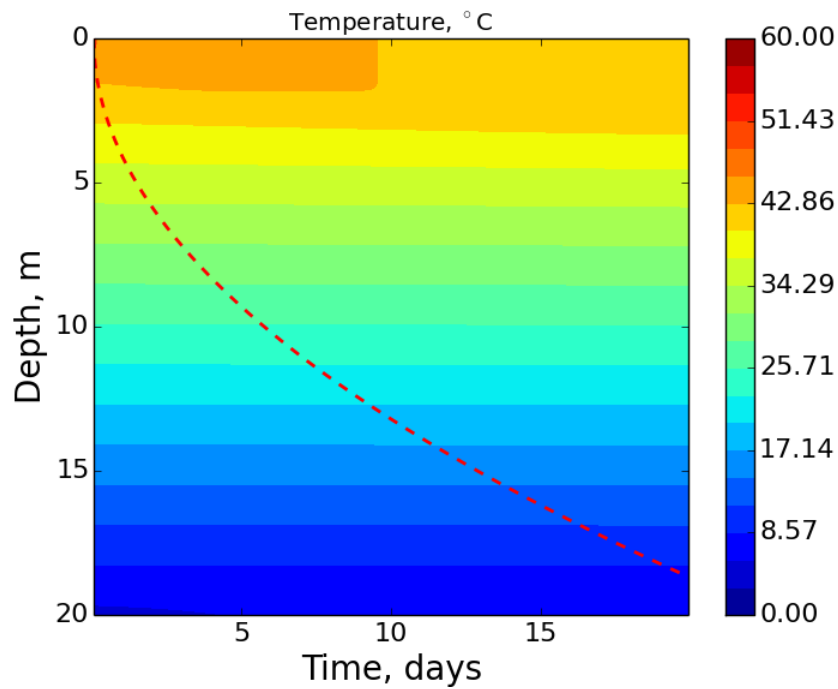


Рисунок 1.6.9. Поле температуры в эксперименте Като-Филлипса с использованием параметризации Хендерсон-Селлерс для водоема глубиной 20 м при  $k^* = 0$

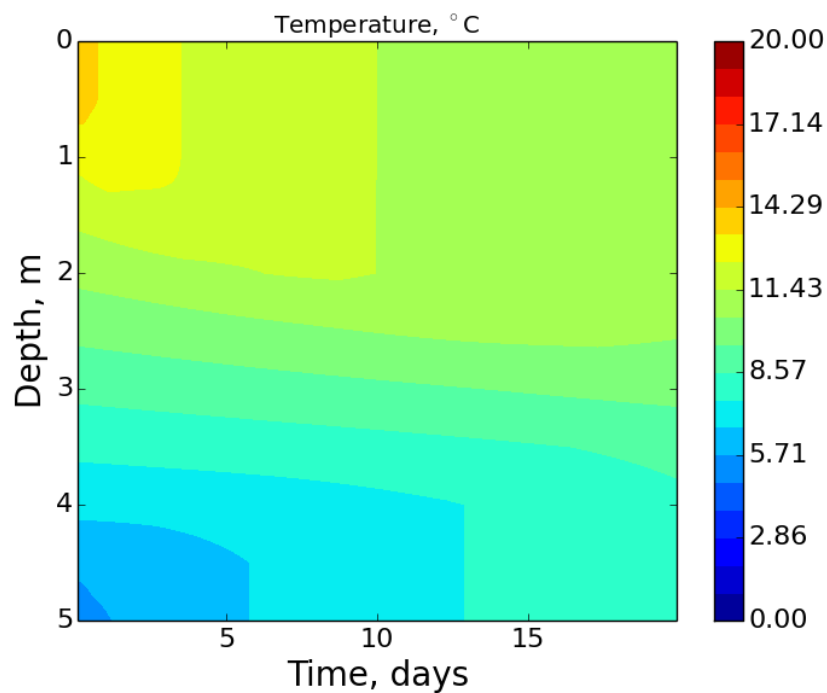


Рисунок 1.6.10. Поле температуры в эксперименте Като-Филлипса с использованием параметризации Хендерсон-Селлерс для водоема глубиной 5 м при  $k^* = 0$

#### 1.6.4. Выводы

Как видно из Рисунка 1.6.2а (замыкание  $k - \varepsilon$  с эмпирическими константами Колмогорова) и Рисунка 1.6.2б (замыкание  $k - \varepsilon$  с коэффициентами Колмогорова как функциями устойчивости Кануто) глубина перемешанного слоя, а также само распределение изотерм практически одинаковы и очень близко согласуются с пунктирной линией, соответствующей аналитическому решению (Price, 1979). На Рисунке 1.6.2в (замыкание  $k - \varepsilon$  с коэффициентами Колмогорова как функциями устойчивости Гальперина), глубина перемешанного слоя для 20-го дня эксперимента меньше на 1м, чем глубина перемешанного слоя для аналитического решения, при глубине перемешанного слоя, для последнего, 18 метров, то есть ошибка относительно аналитического решения составила порядка 5%.

Эксперименты Гр.1 показывают, что модель водоема с замыканием  $k - \varepsilon$  очень хорошо воспроизводит глубину перемешанного слоя при сравнении с аналитическим решением, начиная с эксперимента Гр.1.4 (Рисунок 1.6.2, Рисунок 1.6.3), что соответствует количеству уровней по вертикали  $M = 40$ , то есть при размерном шаге сетки  $\frac{H}{M} \leq 0.5\text{м}$ .

Из Рисунка 1.6.8а видно, что среднеквадратическое отклонение между двумя экспериментами Гр.1.3 и Гр.1.4 составляет около  $0.26^\circ\text{C}$ , что близко к погрешности измерений температуры гидрометеорологическими приборами. Таким образом, можно утверждать, что при данном среднеквадратическом отклонении решение принимает достаточную, с практической точки зрения, точность, а гипотеза сходимости выполняется для данного интервала шага сетки по вертикали.

Как видно из Рисунков 1.6.4, 1.6.5 и 1.6.6, соответствующим экспериментам Гр.2.1 ( $\Delta t = 3600$  с), Гр.2.2 ( $\Delta t = 1800$  с) и Гр.2.4 ( $\Delta t = 450$  с), поведение изотерм характеризует потерю точности численного решения при указанных шагах по времени для не полностью неявной схемы, реализованной в модели LAKE. Гладкое решение для температуры на Рисунках 1.6.7

характерно для экспериментов Гр.2.5, Гр.2.6, Гр.2.7 и Гр.2.8. При этом, из Рисунка 1.6.8б очевидно, что приемлемая точность решения достигается при шаге по времени  $\Delta t = 100$  с.

Эксперименты Гр.2 показали, что в случае устойчивой стратификации при постоянном напряжении ветра на поверхности модель с замыканием  $k - \varepsilon$  (со всеми вариантами задания коэффициентов Колмогорова) может обеспечивать гладкое решение только с шагом по времени  $\Delta t < 450$  с. Гипотеза сходимости выполняется для таких шагов по времени (Богомолов и Степаненко, 2017).

### **1.6.5. Эксперимент с реальным атмосферным форсингом для модели LAKE с параметризацией Хендерсон-Селлерс и $k - \varepsilon$ моделью**

#### **Описание эксперимента**

Эксперименты проводились с версией модели LAKE, в которую автором работы была добавлена параметризация Хендерсон-Селлерс и схема конвективного приспособления (описанная в Разделе 1.5), а также изменена схема расчетов турбулентных потоков с поверхности водоема (Глава 3) (Богомолов и Степаненко, 2017).

Эксперимент для озера Куйваярви включал в себя следующие параметры: глубина озера задавалась 12.5 метров, атмосферный форсинг был заимствован из данных измерений, выполненных университетом Хельсинки на этом озере с 1.05.2013 по 10.11.2013 (Stepanenko et al., 2016).

Для модели LAKE с параметризацией Хендерсон-Селлерс проводились две группы численных экспериментов (Таблица 1.6.2): варьировался шаг по времени  $\Delta t^k$  при фиксированном количестве уровней по вертикали  $M$ ; и варьировалось количество уровней по вертикали  $M^k$ , при постоянном шаге по времени  $\Delta t$ .

Таблица 1.6.2. Пространственное и временное разрешение двух групп численных экспериментов.

Аббревиатура группы	Фиксируемый параметр пространственно-временного разрешения	Варьируемый параметр пространственно-временного разрешения	Диапазон индексов эксперимента
Гр. 1. $k$	$\Delta t = 25$ с	$M^k = 12; 24; 48; 96; 192$	$k = 1..5$
Гр. 2. $k$	$M = 24$	$\Delta t^k = 3600; 1800; 900; 450; 225; 100; 50$ с	$k = 1..7$

### Результаты экспериментов

Эксперименты для Гр.2 с моделью LAKE, включающей параметризацию Хендерсон-Селлерс, показали очень слабую чувствительность полунявной конечно-разностной схемы модели LAKE к варьированию шага по времени (Рисунок 1.6.11):

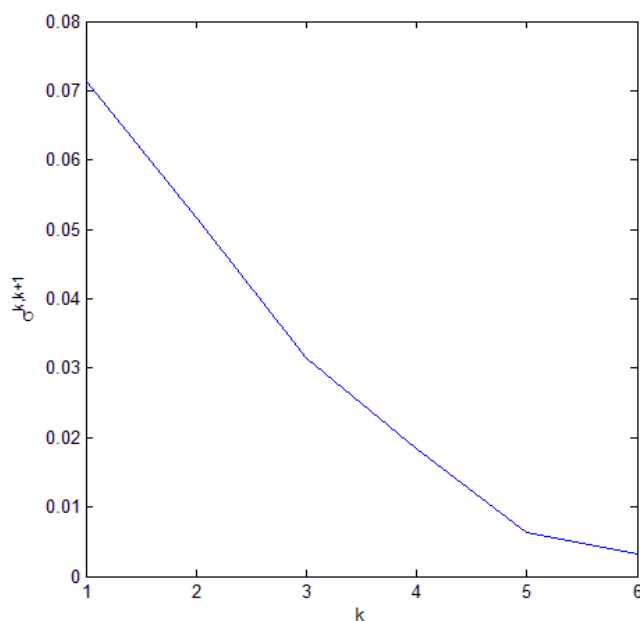


Рисунок 1.6.11. Среднеквадратическое отклонение полей температуры в экспериментах с реальным атмосферным форсингом для группы экспериментов Гр. 2.  $k$ , где абсциссе 1 соответствует среднеквадратическое отклонение между экспериментами Гр. 2.1 и Гр. 2.2 и так далее.

Эксперименты Гр.1 для модели LAKE с параметризацией Хендерсон-Селлерс показали, что решение модели начинает существенно меняться только при шаге по глубине, характерном для эксперимента Гр1.1 ( $M = 12$ ). При уменьшении пространственного шага решение меняется как и в случае экспериментов Гр.2. График на рисунке 1.6.12 показывает сходимость численного решения.

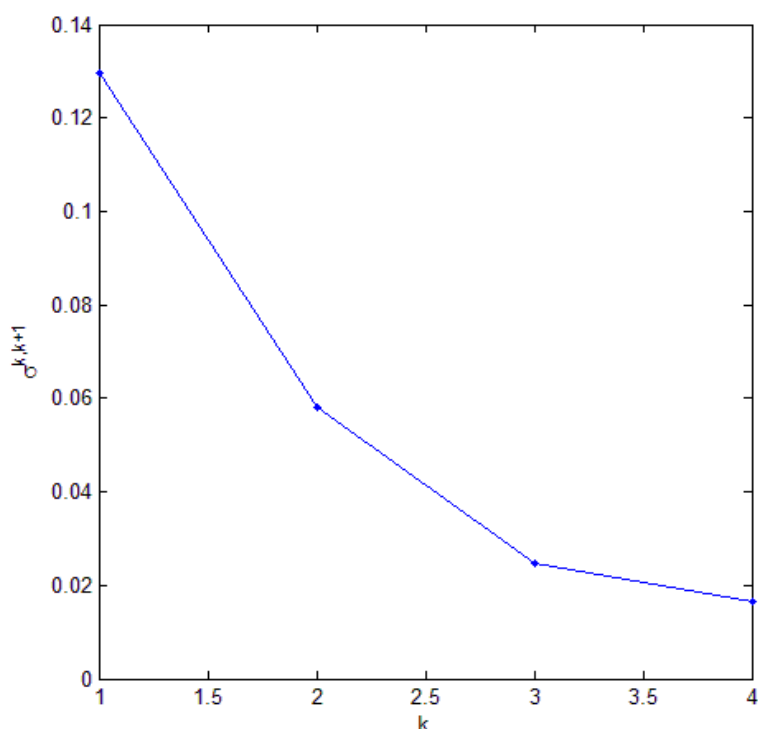


Рисунок 1.6.12. Среднеквадратическое отклонение полей температуры в экспериментах с реальным атмосферным форсингом для группы экспериментов Гр. 1.  $k$ , где абсциссе 1 соответствует среднеквадратическое отклонение между экспериментами Гр. 1.1 и Гр. 1.2 и так далее

Рисунки 1.6.11 и 1.6.12 показывают сходимость численного при сравнительно грубых шагах по пространству и времени.

Эксперименты группы Гр.2 (различные варианты задания  $C_e, C_{e,T}$ ) для модели LAKE с  $k - \varepsilon$  замыканием показали, что ввиду неустойчивости численного решения при  $\Delta t > 450$  с, эксперименты группы Гр.2 можно было



провести только с шагом по времени  $\Delta t \leq 450$  с. Для экспериментов Гр.2.4 и Гр.2.5 характерно распределение температуры, показанное на Рисунке 1.6.13.

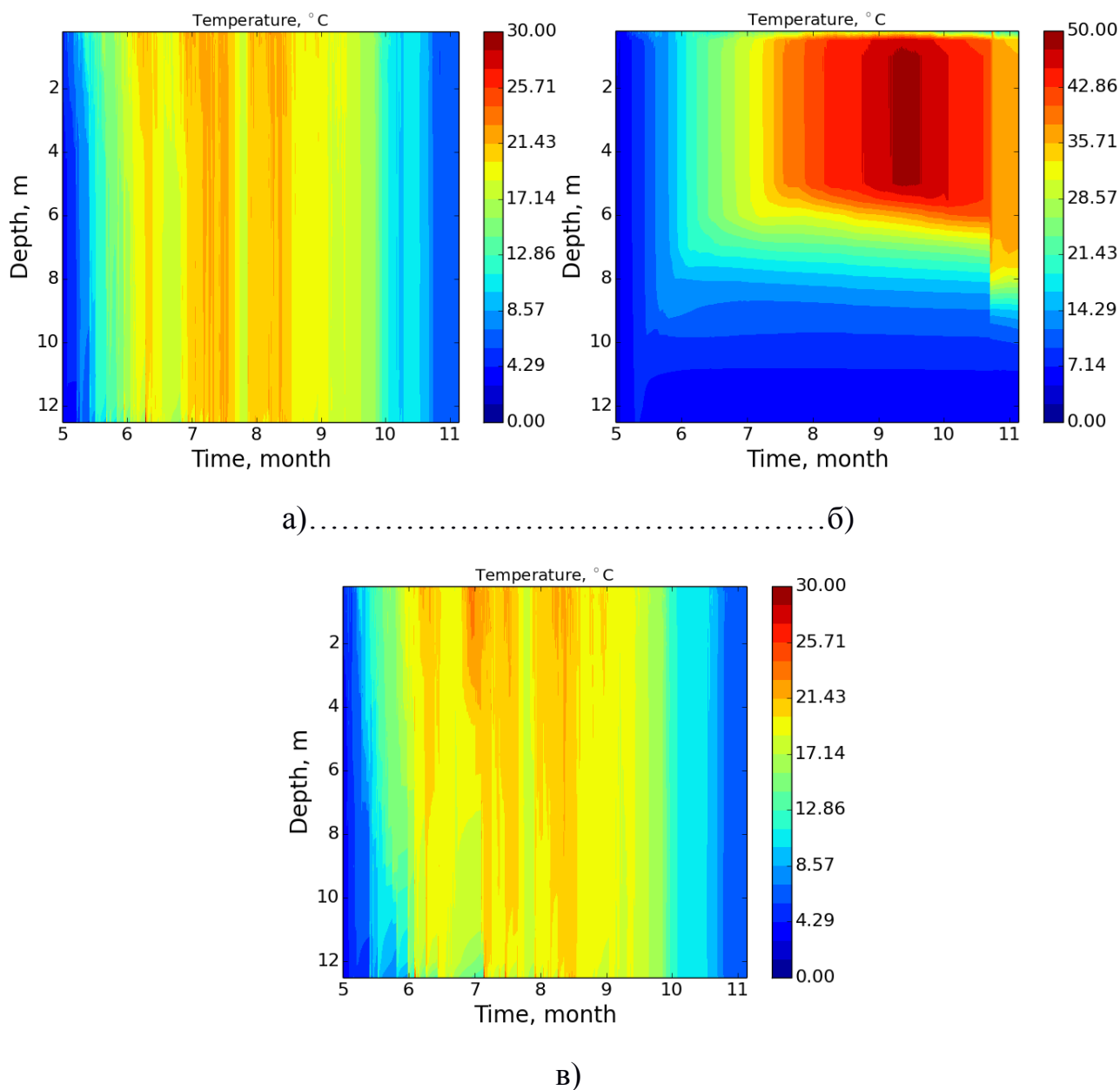


Рисунок 1.6.13. Поле температуры в экспериментах Гр.2.4 ( $\Delta t = 450$ с) и Гр.2.5 ( $\Delta t = 225$ с.) с реальным атмосферным форсингом для оз.Куйвяярви: Коэффициенты турбулентного обмена  $C_e$  и  $C_{e,T}$  заданы как: а) эмпирические константы Колмогорова; б) функции устойчивости Кануто; в) функции устойчивости Гальперина

В экспериментах Гр.2.6 и Гр.2.7 удалось воспроизвести близкое к измеренному поле температуры (Рисунок 1.6.14).

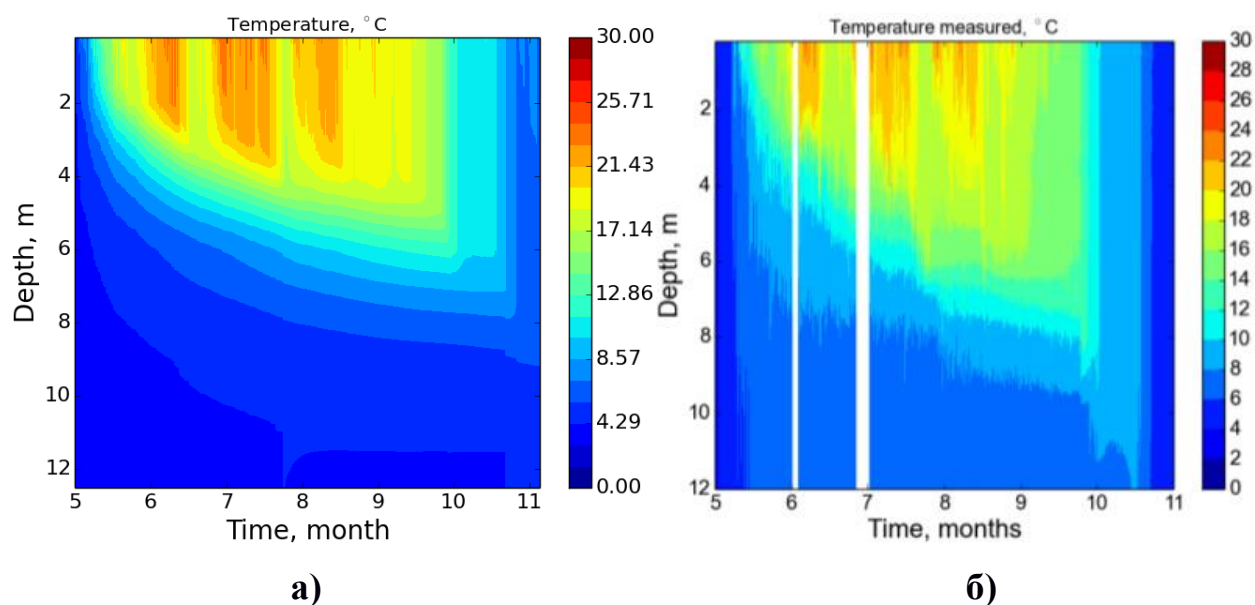
В ходе численных экспериментов фиксировалось также время,  $t$ , которое вычислительная машина затратила на расчет (Таблица 1.6.3).

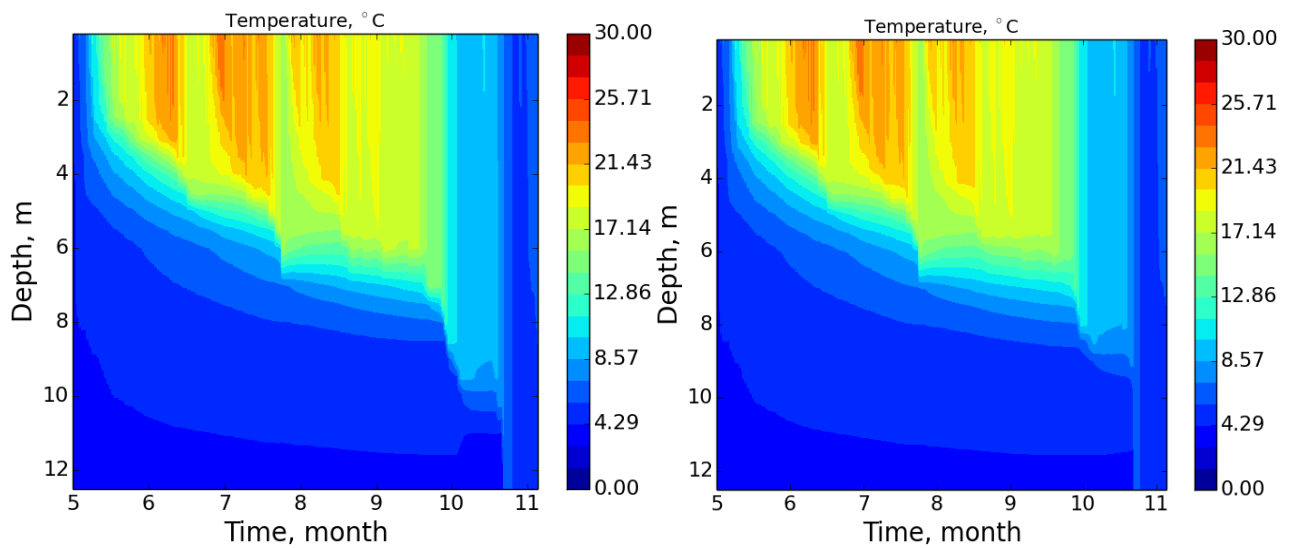
Таблица 1.6.3. Время, затраченное вычислительной машиной для одного расчета по модели LAKE с реальным атмосферным форсингом для оз.Куйвоярви

Параметризация турбулентного обмена	$\Delta t$ с	M=24	M=48	M=96
Хендерссон-Селлерс	3600	11 с	16 с	18 с
Хендерссон-Селлерс	25	192 с	247 с	349с
$k - \varepsilon$	25	225 с	313 с	471 с

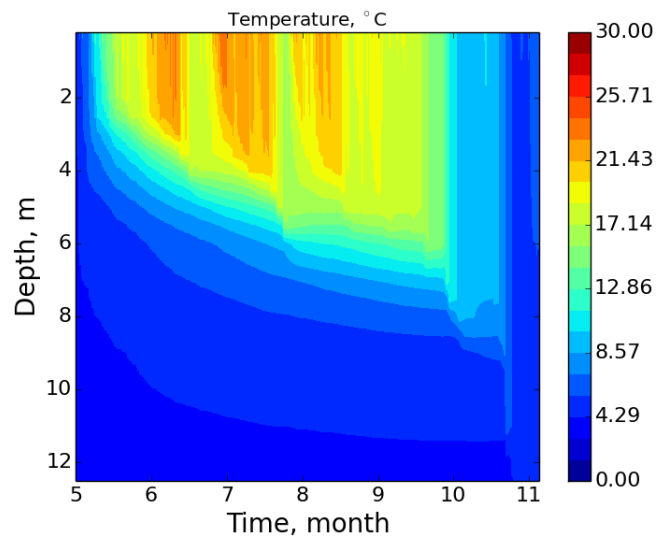
### Сравнение с данными измерений

Результаты экспериментов с параметрами  $\Delta t = 25$  с,  $M = 48$  для модели с LAKE с  $k - \varepsilon$  замыканием (с различными вариантами  $C_e, C_{e,T}$ ) и  $\Delta t = 3600$  с,  $M = 48$  с параметризацией Хендерссон-Селлерс сравнивались с пространственно-временным распределением температуры, полученным по данным измерений.





в).....г)



д)

Рисунок 1.6.14. Распределение температуры по глубине и времени для озера Куйваярви: а) модель LAKE с параметризацией Хендерсон-Селлерс; б) данные измерений; в) LAKE с замыканием  $k - \epsilon$  эмпирическими константами Колмогорова г) LAKE с замыканием  $k - \epsilon$  с функциями устойчивости Кануто; д) LAKE с замыканием  $k - \epsilon$  с функциями устойчивости Гальперина.

## 1.7.Выводы

Как видно из рисунка 1.5.3, предложенная автором схема конвективного приспособления физически обоснованно перемешивает начальный профиль температуры, представляющий различные виды неустойчивой стратификации,

при этом сохраняя внутреннюю энергию на каждом итерационном шаге (Таблица 1.5.1). В дальнейшем, модель водоема LAKE с параметризацией Хендерсон-Селлерс и конвективным приспособлением воспроизводит перемешивание в реальном водоеме с соответствующим атмосферным форсингом (Рисунок 1.5.4). Следует заметить, что предложенная схема поиска интервалов неустойчивости в профиле плотности показала высокую вычислительную эффективность, так что добавление конвективного приспособления практически не влияет на время работы модели в целом (Vogomolov, et. al., 2016).

Результаты приведенных выше численных экспериментов с моделью LAKE с замыканием  $k - \varepsilon$  (с модификациями коэффициентов Колмогорова) с реальным атмосферным форсингом приводят к таким же выводам по условиям сходимости решения, что и в экспериментах Като-Филлипса. Приемлемая точность решения достигается при  $\Delta t \leq 50$  с.

Эксперименты с моделью LAKE при использовании параметризации Хендерсон-Селлерс показали, что приемлемая точность решения достигается при значительно более грубых шагах, как по пространству, так и по времени.

Сравнение с данными измерений (Рисунок 1.6.14б) показывает, что модель с параметризацией Хендерсон-Селлерс (Рисунок 1.6.14а) качественно воспроизводит распределение температуры с глубиной, а также динамику перемешанного слоя, незначительно занижая его в среднем на 1 м, кроме октября и ноября, для которых занижает глубину перемешанного слоя на 2.5–3 метра. Кроме того, в августе модель не воспроизводит скачок в заглублении перемешанного слоя, связанного, по-видимому, с сильным ветровым напряжением и выхолаживанием поверхности. Тем не менее, эти отклонения не являются критичным для воспроизведения температуры поверхности водоема, имеющей первостепенную важность для задач моделирования климата.

Модель с замыканием  $k - \varepsilon$  с различными вариантами коэффициентов Колмогорова (Рисунок 1.6.14в, Рисунок 1.6.14г, Рисунок 1.6.14д) достаточно качественно воспроизводит измеренное распределение поля температуры,

динамику заглубления перемешанного слоя и скачок температуры в августе. Более качественно, нежели для параметризации Хендерсон-Селлерс, воспроизводится глубина перемешанного слоя в осенний период (его занижение незначительно). Стоит также отметить, что модель с замыканием  $k - \varepsilon$  с функциями устойчивости Гальперина, так же как и для эксперимента Като-Филлипса, занижает глубину перемешанного слоя и сглаживает скачок, характерный для августа.

Эти результаты, а также анализ Таблицы 1.6.3 показывают, что в качестве параметризации для расчета коэффициента турбулентной теплопроводности можно использовать параметризацию Хендерсон-Селлерс и при больших шагах по времени  $\Delta t = 3600$  с, с сокращением времени счета в 20 раз по сравнению расчетом для  $\Delta t = 25$  с.

Разные версии замыкания  $k - \varepsilon$  воспроизводят фактически одинаковую динамику поля температуры и заглубление перемешанного слоя и в рамках экспериментов эмпирические константы Колмогорова дают такой же или лучший результат, чем математически сложные функции устойчивости (Богомолов и Степаненко, 2017).

## **Глава 2. Программный комплекс для создания цифровой карты типов суши с различным пространственным разрешением**

При использовании в блоке деятельного слоя суши моделей Земной системы (как моделей прогноза погоды, так и климатических) параметризации водоемов любой сложности необходимо иметь ввиду, что в случае присутствия в ячейке водоемов, как типа поверхности суши, параметризация модели будет запускаться не для множества отдельных водоемов, а для одного водоема, с площадью, равной сумме всех площадей водоемов в данной ячейке сетки – согласно мозаичному подходу (Avisar and Pielke, 1989).

В случае грубого пространственного разрешения модели Земной системы, данный подход приводит к невозможности изучения каких-либо процессов в приземном слое, связанных с мезомасштабной гидрологической неоднородностью поверхности, и эффект водоемов сводится к более точному воспроизведению усредненных по ячейке граничных условий для атмосферного блока модели. Данный подход приемлем, если интересует только крупномасштабная (синоптического и планетарного масштаба) атмосферная динамика, а вычислительные ресурсы существенно ограничены.

В случае увеличения пространственного разрешения, группой ячеек может быть представлен водоем, имеющий отношение к реальному географическому объекту, и вся связанная с ним атмосферная динамика будет явно воспроизводиться атмосферной моделью. В этой ситуации достоверность результата моделирования напрямую зависит от достоверности топографического описания водоема. Возникает вопрос о репрезентативности карты типов землепользования, используемой моделью Земной системы, относительно распределения реальных водоемов и правильности представления их площадей.

Если в качестве параметризации водоемов в модели Земной системы используется одномерная модель водоема, то появляется необходимость поиска данных по глубине этих водоемов, так как глубина является одним из

важнейших параметров, от которого напрямую зависит температура поверхности водоема и, как следствие, потоки тепла и импульса на границе с атмосферой.

Также возникает необходимость программного инструмента, способного вычислять распределение указанных параметров водоемов на широтно-долготной сетке напрямую из базы данных карты распределения реальных озер и их глубин. При этом, необходимо предусмотреть возможность изменения карты типов поверхности, используемую данной климатической моделью. Все это должно производиться для различного пространственного разрешения, зависящего от задач исследователя, использующего ту или иную модель Земной системы (Гордов Е.П., и др., 2011; Гордов Е.П., и др., 2012; Богомолов В.Ю. и др., 2009).

## **2.1.Используемые входные данные и пакет программ**

### **2.1.1. База распределения и глубин озер, используемый пакет программ**

В работе используется версия глобального набора данных покрытия озер и их глубин (<http://www.flake.igb-berlin.de/ep-data.shtml>), специально разработанного для прогностических и климатических моделей. Набор данных содержит среднюю глубину озер или батиметрию в географических координатах с разрешением 30 угловых секунд, с привязкой к широтно-долготной сетке. Карта получена путем сопоставления данных из базы, содержащих 13 000 озер, с картой ESOCLIMAP2 (Kourzeneva, 2010).

Е. Курзеновой был разработан метод отображения, в котором рассматриваются случайные ошибки в наборе данных для отдельных озер и в береговой растровой карте. Метод решает задачу оптимизации путем максимизации моделируемой вероятности, для того, чтобы глубины из набора данных соответствовали озерам в модельной карте. Данный метод является полностью автоматическим и не зависящим от базы данных. Для

проецирования сетки глубин озер на сетку заданной пользователем численной атмосферной модели, используется метод агрегирования с использованием гистограмм (функции плотности эмпирической вероятности).

В настоящее время данная база данных используется в различных моделях прогноза погоды и климата ряда институтов и консорциумов: модель ECMWF (The European Centre for weather forecasts), COSMO (Consortium for Small-scale Modelling), HIRLAM (High-Resolution Limited-Area Model). Также метод реализован в схеме параметризации деятельного слоя суши SURFEX (Le Moigne и др., 2009), которая используется в модели MesoNH (разработанной в Центре Национальных Метеорологических Исследований\Франция совместно с Аэрологической лабораторией, Тулуза), в моделях AROME/ALADIN/ARPEGE, и в новой прогностической системе HARMONIE, разрабатываемой странами Северной Европы.

Все программные продукты, связанные с описанной выше работой, наборы данных для отдельных пресноводных и соленых озер, метаданные, а также процедуры агрегирования, реализованы на языке FORTRAN90, доступны на сайте <http://nwpi.krc.karelia.ru/flake/>.

Глобальная база данных (GLDBv2), разработанная Е. Курзеновой и М. Шульгой, предоставляет собой наборы данных, необходимых для создания полей распределения озер и их глубины для численных моделей атмосферы (Kourzeneva, 2009; Kourzeneva, 2010; Kourzeneva et al., 2012; Choulga et al. 2014). Двоичный файл GlobalLakeDepth.dat включает данные о распределении глубин озер на глобальной широтно-долготной сетке с разрешением 30 угловых секунд (примерно 1 км на экваторе). Для установления наличия озера в ячейке используется растровая карта набора данных ECOCLIMAP2. Если средняя глубина озера известна из измерений, то озеру из цифровой карты присваивается измеренная средняя глубина. Для ряда крупных озер, для которых батиметрия известна довольно подробно, задается пространственное распределение глубины. Если нет прямой оценки глубины озера, используется косвенная оценка, основанная на геологическом происхождении озера. Этот



метод применяется только к озерам из бореальной зоны. Если нет ни прямой, ни косвенной оценки глубины озера, то используется значение 10 м.

Текстовый файл GlobalLakeStatus.dat содержит информацию об оценке глубин озер, приведенных в GlobalLakeDepth.dat. Индикатор состояния принимает следующие значения:

0, если ячейка не является ни озером, ни рекой, глубина озера устанавливается равной нулю;

1, если озеро определяется как озеро, но отсутствует в наборе данных глубин (файлы FreshWaterLakeDepthDataSet\_v2.txt, SalineLakeDepthDataSet\_v2.txt и LargeLakesWithBathymetry\_v2.txt), в качестве глубины используется по умолчанию значение 10 м;

2, если озеро в ячейке ассоциировано с известным озером, но глубина озера отсутствует в наборе данных глубин, используется значение по умолчанию 10 м;

3, если озеро в ячейке ассоциировано с озером с известной средней или локальной глубиной, то используется это значение;

4, если в ячейке несколько озер, средняя глубина оценивается косвенно с помощью метода экспертных оценок;

5, если в ячейке несколько озер, средняя глубина оценивается с помощью косвенного географического метода;

6, если в ячейке несколько озер, средняя глубина оценивается косвенно геоморфологическим методом.

Файлы FreshWaterLakeDepthDataSet\_v2.txt и SalineLakeDepthDataSet\_v2.txt (ASCII) содержат списки пресноводных и соленых озер. Каждое озеро идентифицируется согласно его местоположению (географические координаты) и международному имени. Озера в списках упорядочены относительно их расположения: континент, страна. Континенты и страны упорядочены в алфавитном порядке. Файл LargeLakesWithBathymetry\_v2.txt (ASCII) содержит список озер, для которых доступна подробная батиметрическая информация.

Каталог ProjectLake содержит программное обеспечение на языке FORTRAN90 (файлы ProjectLake.f90, Bitmap.f90, Coor2Num.f90 и inpoly.f90). Данное программное обеспечение интерполирует данные из базы озер и их глубин на широтно-долготную сетку.

### 2.1.2. Входные данные, используемые из климатической модели INMCM

Для создания новой карты распределения типов поверхности суши, использующей описанную выше базу внутренних водоемов, из климатической модели необходимы файлы OLIJAN и VEG (Володин и др., 1998).

Файл OLIJAN содержит данные о распределении суши, океана, морского и континентального льда для счета в режиме постоянного месяца (января).

Задаются следующие типы поверхности:

- 1 - открытый океан,
- 2 - суша,
- 3 - континентальный лед,
- 4 - морской лед.

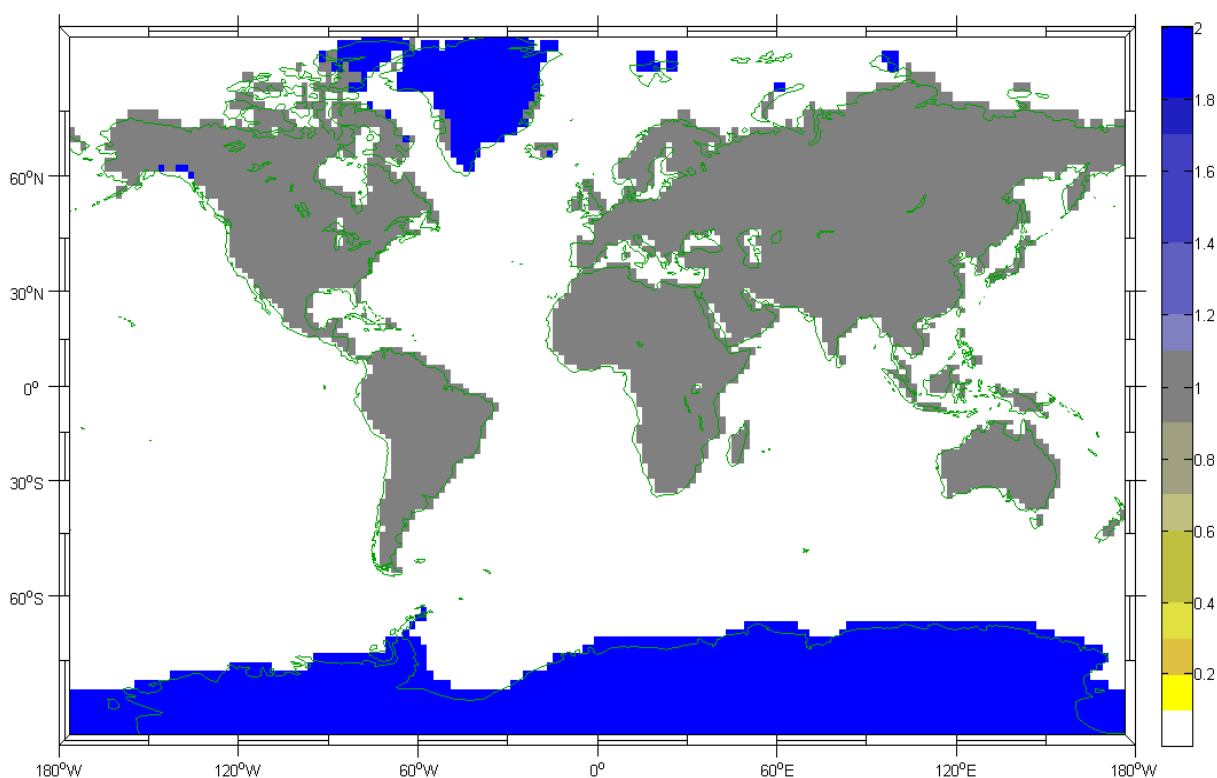


Рисунок 2.1.1. Распределение суши, океана, морского и континентального льда в файле OLIJAN модели ИВМ РАН.

Файл VEG задает распределение 13 типов поверхности суши, основанной на базе данных из работы (Matthews, 1983). Информация о каждом типе включает номер типа и долю (в процентах), занятую этим типом в каждой ячейке суши. Ниже приведено соответствие номера и названия типа.

- 1 – тропический лес,
- 2 – широколиственный лес,
- 3 – смешанный лес,
- 4 – хвойный вечнозеленый лес,
- 5 – лиственный лес,
- 6 – саванна,
- 7 – трава,
- 8 – кусты с травой,
- 9 – кусты на открытой почве,
- 10 – тундра,
- 11 – открытая почва,
- 12 – посадки с отдельными деревьями,
- 13 – внутренние воды, болота и др. переувлажнённые территории.

Все данные приведены только для ячеек суши, для чего ячейки суши упорядочены: сначала – данные для самой южной широты, где есть суша, с запада на восток, затем данные для более северной широты и т.д. Например, для модели INMCM4 с разрешением по горизонтали  $2^\circ$  на  $1.5^\circ$ , на сушу, не покрытую льдом, приходится 5040 ячейки. Данные записаны в виде текстового файла, в котором последовательно для каждого типа записано содержание данного типа в ячейке, так чтобы все типы в данной ячейке составляли в сумме 100.

13-й тип включает в себя озера. В карте типов землепользования VEG на сетке  $2^\circ$  на  $1.5^\circ$  этот тип присутствует в 1084 ячейках.

## 2.2. Описание разработанного программного комплекса

Созданный автором программный комплекс (Bogomolov, et. al., 2016) содержит пакет программ, реализованный на языке FORTRAN90, использующий вышеперечисленные входные данные и подпрограммы. Он имеет архитектуру, изображенную на Рисунке 2.2.1.

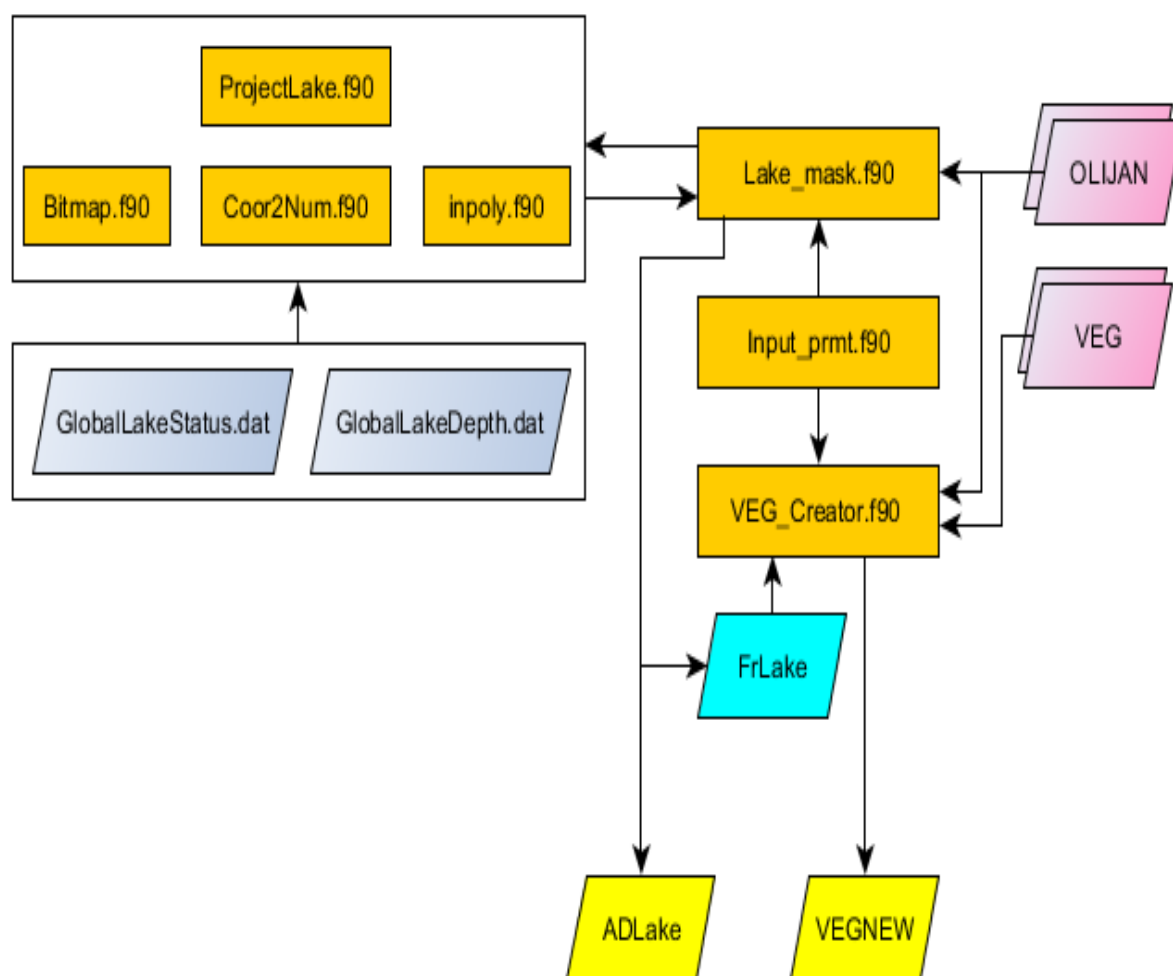


Рисунок 2.2.1. Схема взаимодействия компонент программного комплекса.

Управляющим модулем в комплексе программ является **Input\_prmt.f90**. В данный модуль поступают входные данные для всех подпрограмм. В нем пользователь меняет необходимые параметры (шаг по широте и долготе,

количество узлов сетки с севера на юг и с запада на восток), задаваемые в зависимости от разрешения климатической модели.

Программа `Lake_mask.f90` создает в зависимости от требований пользователя карту распределения доли площади озер `FrLake` на широтно-долготной сетке и соответствующую ей карту средних глубин `ADLake`. Данная программа вызывает процедуру проекта `ProjectLake`, интерполирующего данные содержания озер из цифровой базы данных `GLDBv2` на широтно-долготную сетку модели.

Программа `VEG_Creator.f90` на основании созданного программой `Lake_mask.f90` текстового файла `FrLake` и файлов из климатической модели `VEG` и `OLIJAN` создает новую карту распределения типов поверхности, содержащую уже 14 типов, где 14-м типом являются озера. Файлы `VEG` и `OLIJAN` заранее подготовлены с разрешением  $2^\circ$  на  $1.5^\circ$  или  $5^\circ$  на  $4^\circ$ . Для других разрешений пользователь должен создать их самостоятельно и разместить в необходимой директории проекта.

В данной процедуре производится расчет весового коэффициента сжатия  $KC_i$  всех типов поверхности в  $i$ -й ячейке  $VT_{ik}$  из файла `VEG` ( $k=1..13$ ), исходя из содержания в этой ячейке нового 14-го типа  $\mu_i$  полученного на основании распределения озер на широтно-долготной сетке `FrLake` и дальнейшее сжатие всех типов в `VEG` с добавлением нового 14-го типа. При этом, сумма долей всех 14 типов будет составлять 100:

$$KC_i = \frac{\sum_{k=1}^{13} VT_{ik}}{100 - \mu_i}.$$

Отметим, что при этом 13-й тип из `VEG`, который соответствовал внутренним водоемам, болотам и др. переувлажненным территориям, был изменен; из него были удалены водоемы процедурой сопоставления содержания водоемов в исходном файле `VEG` и содержания водоемов в файле `FrLake`.

Данный набор программ компилируется компиляторами gfortran или ifort и собирается в два последовательно запускаемых исполняемых файла Lake\_mask.out и VEG\_Creator.out, что производится скриптами VEGCompile.sh и LakeCompile. Результатом работы данного пакета программ является новая карта распределения типов суши VEGNEW, содержащая 14 типов, где для 14-го типа содержится, например, при разрешении  $2^\circ$  на  $1.5^\circ$  градуса, уже 2422 ячейки с ненулевой долей площади (т. е. с водоемами), и карта средних глубин ADLake, соответствующая этим водоемам на заданной пользователем широтно-долготной сетке.

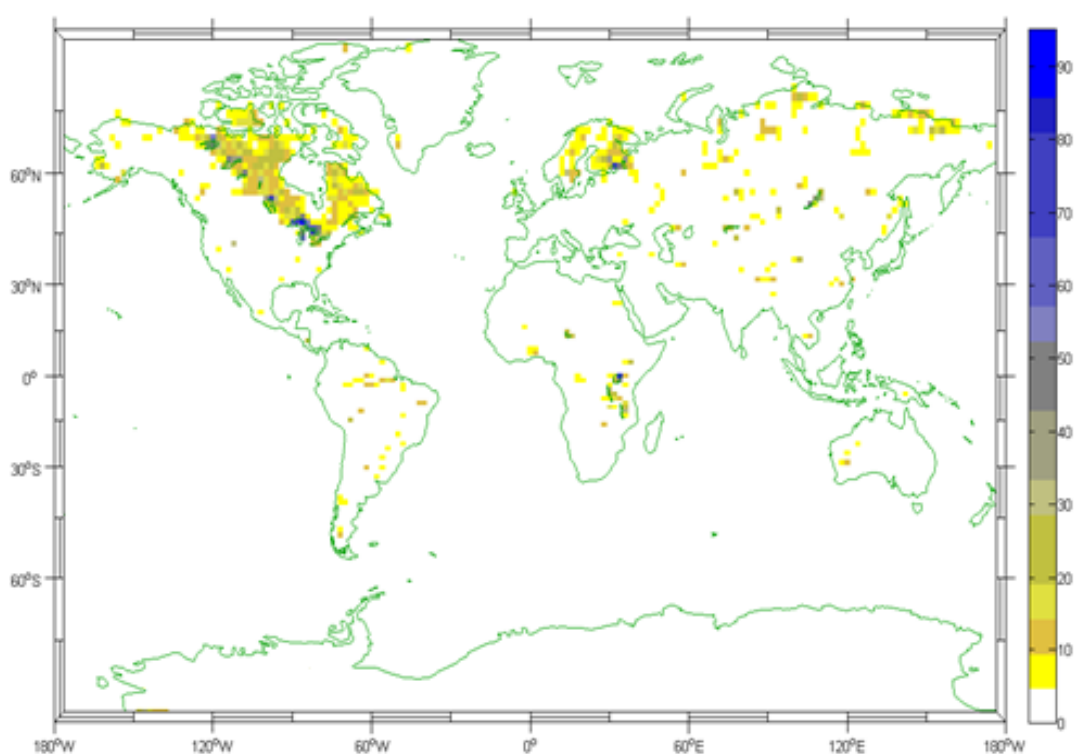


Рисунок 2.2.2. Распределение доли площади озер на широтно-долготной сетке (соответствует 14-му типу в новой карте типов поверхности)

### 2.3. Выводы

Был создан программный комплекс, позволяющий строить новую цифровую карту типов поверхности суши, содержащую внутренние водоемы и распределение их средних глубин в зависимости от необходимого пользователю разрешения в рамках климатической модели INMCM. Данная

работа в своих возможных приложениях выходит за пределы включения модели водоема в данную конкретную модель климатической системы, и в дальнейшем послужит основой для создания новой карты типов поверхности, основанной на более современных базах данных.

### **Глава 3. Включение одномерной модели озера в модель климата**

Включение какой-либо параметризации в модель Земной системы можно условно разделить на две части. Первая включает в себя интеграцию программного кода параметризации в программный код климатической модели, адаптация параметризации и самой климатической модели. Вторая часть – это верификация измененного модельного кода.

В рамках первой части появляются подзадачи, определяемые требованиями ко всем блокам климатической модели: физическая адекватность и вычислительная экономичность:

1. адаптация параметризации под архитектуру климатической модели;
2. согласование потоков входных и выходных данных между климатической моделью и параметризацией;
3. обеспечение возможности запуска параметризации на многопроцессорных системах с реализацией параллельного ввода и вывода, создание записи контрольной точки для возможности запуска параметризации не только с произвольного начального состояния, но и с последнего, записанного в предыдущем численном эксперименте, состояния параметризуемой компоненты Земной системы (для этого была использованы наработки из работы (Богомолов и др., 2011));
4. реализация агрегирования потоков энергии с нового типа суши, описываемого параметризацией, с потоками от других типов в данной ячейке деятельного слоя;
5. изменение программного кода климатической модели для реализации ввода необходимых начальных данных для параметризации, а также

реализация возможности использования различных вариантов параметризаций в рамках одной климатической модели.

На этапе верификации интегрированной параметризации (вторая часть) производится проверка ее основных прогностических переменных в рамках модели климатической системы. Проверка производится по доступным данным измерений, на основе анализа экспериментов для исторического периода, в нашем случае – второй половины XX века.

### 3.1. Краткое описание климатической модели INMCM

В этом разделе мы остановимся на общих формулировках уравнений для атмосферы в модели Земной системы ИВМ РАН, и более подробно на описании блока деятельного слоя суши.

Динамика общей циркуляции атмосферы основана на системе нелинейных уравнений термогидродинамики атмосферы в форме Громэки-Лэмба на сфере с использованием вертикальной  $\sigma$  – координаты. Разностный алгоритм обладает свойствами сохранения полной энергии и потенциальной энстрофии (квадрата вихря) в приближении уравнений мелкой воды (Arakawa and Lamb, 1981), а также массы атмосферы и массы влаги при адиабатических и недиссипативных процессах. Уравнения динамики модели имеют следующий вид:

$$\partial_t u + \frac{1}{a \cos \varphi} \left( -\Omega \pi v \cos \varphi + \partial_\lambda (\Phi + K) + \frac{RT}{\pi} \partial_\lambda \pi \right) + \dot{\sigma} \partial_\sigma u = F_u,$$

$$\partial_t v + \Omega \pi u + \frac{1}{a} \left( \partial_\varphi (\Phi + K) + \frac{RT}{\pi} \partial_\varphi \pi \right) + \dot{\sigma} \partial_\sigma v = F_v,$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \varphi} \partial_\lambda T + \frac{v}{a} \partial_\varphi T + \partial_\sigma \dot{\sigma} T -$$



$$-\frac{RT}{c_p \pi \sigma} \left( \pi \dot{\sigma} + \sigma \left( \partial_t \pi + \frac{u}{a \cos \varphi} \partial_\lambda \pi + \frac{v}{a} \partial_\varphi \pi \right) \right) = F_T,$$

$$\partial_t \pi Q + \frac{1}{a \cos \varphi} (\partial_\lambda u \pi Q + \partial_\varphi v \cos \varphi \pi Q) + \partial_\sigma \dot{\sigma} \pi Q = \pi F_q.$$

$$\partial_t \pi + \frac{1}{a \cos \varphi} \int_0^1 (\partial_\lambda \pi u + \partial_\varphi \pi v \cos \varphi) = 0,$$

$$\partial_\sigma \Phi = -\frac{RT}{\sigma}, \quad \Omega = \frac{1}{\pi} \left( l + \frac{1}{a \cos \varphi} (\partial_\lambda v - \partial_\varphi u \cos \varphi) \right)$$

$$K = \frac{u^2 + v^2}{2},$$

где  $\lambda$  – долгота,  $\varphi$  – широта,  $\sigma$  – вертикальная координата,  $\sigma = P/\pi$ , где  $P$  – давление,  $\pi$  – его значение на поверхности Земли,  $t$  – время,  $T$  – абсолютная температура,  $u$  – зональная составляющая скорости ветра,  $v$  – меридиональная составляющая скорости ветра,  $Q$  – удельная влажность воздуха,  $l$  – параметр Кориолиса ( $l = 2\omega \sin \varphi$ ,  $\omega$  – угловая скорость вращения Земли),  $\Phi$  – геопотенциал,  $\Phi = gz$  ( $g$  – ускорение свободного падения,  $z$  – высота над уровнем моря),  $R$  – газовая постоянная воздуха,  $c_p$  – его теплоемкость при постоянном давлении,  $F_u, F_v, F_T$  и  $F_q$  – физические тенденции изменения двух компонент импульса, температуры и влаги, соответственно. В качестве краевых условий для динамического оператора ставятся условия периодичности по долготе, а также условие ограниченности решения на полюсах. По вертикали ставятся следующие краевые условия:

$$\hat{\sigma} = 0 \text{ при } \sigma = 0.1, \Phi_s = gz_s \text{ при } \sigma = 1$$

где  $z_s$  – превышение Земной поверхности над уровнем моря.

Разностная аппроксимация пространственного оператора по горизонтали выполнена на сдвинутой C-сетке Аракавы (Arakawa and Lamb, 1981), регулярной по долготе и широте. Шаг сетки вдоль кругов широты –  $\Delta\lambda = 2^\circ$ , вдоль меридианов –  $\Delta\varphi = 1.5^\circ$ , по вертикали 21 уровень.

Разностная схема по пространству имеет второй порядок точности. Интегрирование по времени производится по полуявной схеме.

### 3.1.1 Деятельный слой суши в модели INMCM

В текущей версии модели считается, что ячейка поверхности суши может содержать следующие типы поверхности: растительность, открытая почва, снег, внутренние водоемы. Шаг по времени принят равным 1 часу, в описываемом варианте модели использованы 23 уровня по вертикали.

При математическом описании тепловлагодпереноса в почве все физические процессы предполагаются одномерными, поскольку вертикальные градиенты температуры и влаги в различных ее состояниях, как правило, значительно превосходят горизонтальные. Перенос тепла и влаги носит при этом диффузионный и взаимосвязанный характер; поток каждой субстанции (температура, водяной пар, жидкая влага) обусловлен не только наличием соответствующего градиента, но вызывается также неравномерностью распределения других характеристик состояния почвы. Уравнения тепловлагодпереноса в почве с учетом корневой системы растительности могут быть записаны следующим образом (Палагин, 1981; Лыкосов и Палагин, 1978):

$$\rho C \partial_t T = \partial_z \lambda_T \partial_z T + \rho_s (L_i F_i - L_v F_v), \quad (3.1.1)$$

$$\partial_t W = \partial_z \lambda_w (\partial_z W + \delta \partial_z T) + \partial_z \gamma - F_i - F_v - R_f - R_r, \quad (3.1.2)$$

$$\partial_t V = \partial_z \lambda_v \partial_z V + F_v, \quad (3.1.3)$$

$$\partial_t I = F_i. \quad (3.1.4)$$

Здесь  $t$  – время, с;  $z$  - направленная вверх вертикальная координата, см;  $T$  - температура, °С,  $W$  - количество жидкой влаги в долях от веса сухой почвы, г/г;

$V$  – количество водяного пара, г/г;  $I$  – количество льда, г/г;  $\lambda_T$  – коэффициент теплопроводности, кал/(г К);  $\lambda_w$  и  $\lambda_v$  – молекулярные коэффициенты диффузии воды и водяного пара, соответственно, см<sup>2</sup>/с;  $\delta$  – коэффициент термовлагопроводности за счет градиента температуры, К<sup>-1</sup>;  $\rho$  – плотность почвы, г/см<sup>3</sup>;  $\rho_s$  – плотность сухой почвы, г/см<sup>3</sup>;  $C$  – ее теплоемкость, кал/(г К);  $\gamma$  – скорость инфильтрации воды под действием силы тяжести, см/с;  $F_i$  – скорость изменения количества жидкой влаги и льда за счет процессов замерзания/таяния, с<sup>-1</sup>;  $F_v$  – скорость изменения содержания водяного пара и воды за счет процессов испарения/конденсации, с<sup>-1</sup>;  $R_f$  – изменение влагосодержания за счет горизонтального стока воды, с<sup>-1</sup>;  $R_r$  – скорость всасывания воды корневой системой растительности, с<sup>-1</sup>. Уравнения (3.1.1) — (3.1.4) решаются в слое  $(0, H)$ , где  $H$  соответствует горизонту в почве, на котором отсутствуют сезонные изменения температуры.

Потенциал влаги, коэффициент влагопроводности и гидравлический поток вычисляются согласно (Clapp and Hornberger, 1978), исходя из предположения, что вся почва пористая, независимо от того, под каким типом растительности она находится.

Температура поверхности суши (включая внутренние водоемы) или снега  $T_s$ , рассчитывается в предположении, что скорость изменения со временем теплосодержания верхнего слоя почвы (в модели имеет толщину 1 см) (Володин и др., 1998) определяется бюджетом потоков тепла:

$$C_s \partial_t T_s = (1 - \alpha)S - \epsilon \sigma_{SB} T_s^4 - LE - H + B, \quad (3.1.5)$$

где  $S$  – проходящая коротковолновая радиация,  $\epsilon \sigma_{SB} T_s^4$  – излученная длинноволновая радиация,  $LE$  – поток скрытого тепла,  $H$  – поток явного тепла,  $B$  – поток тепла в почву,  $\sigma_{SB} = 0.1366 \cdot 10^{-7}$  кал/(м<sup>2</sup>сК<sup>4</sup>) – постоянная Стефана - Больцмана,  $\alpha$  – альбедо поверхности.

При расчете потока влаги  $LE$  за счет испарения считается, что температура поверхности и все необходимые атмосферные параметры не

зависят от типа подстилающей поверхности, в то время как согласно (Володин и др., 1998):

$$E = \rho_a \sum_{i=1}^N \mu_i (q_i - q_a) / R_i,$$

здесь  $\mu_i$  – доля площади ячейки, занятая  $i$  – ым видом поверхности,  $q_i$  – эффективная влажность на поверхности,  $R_i$  – сопротивление. Для водной поверхности величина  $q_i$  равна насыщенному значению удельной влажности, рассчитанному при температуре поверхности, не зависящей от типа подстилающей поверхности  $q_{max}(T_s)$ .

Под всеми типами подстилающей поверхности (растительность, открытая почва, снег, внутренние водоемы) рассчитывается один профиль температуры исходя из того, что среда является пористой почвой. Из (3.1.1) и (3.1.2) видно, что в уравнении для расчёта температуры используется молекулярные коэффициенты диффузии, которые по абсолютной величине значительно меньше коэффициентов турбулентного обмена в постановке задачи для водоема (1.1.4); кроме того, глубина слоя, аккумулирующего радиационные потоки, равняется 1 см, тогда как в случае водоема – это весь фотический слой, с характерной толщиной в несколько метров. Только в случае расчёта потока влаги производится частичный учет специфики водоема, в виде использования  $q_i$ , равной насыщенному значению удельной влажности, при этом используется температура поверхности, рассчитанная для почвы. Таким образом, старая параметризация водоемов в климатической модели ИВМ РАН сводится к имитации тонкого жидкого слоя над поверхностью почвы, над которым влажность воздуха равна насыщенной, но при этом слой не имеет собственной дополнительной теплоемкости, в отличие от реального водоема.

### **3.1.2. Мозаичный метод агрегирования турбулентных потоков**

В модели INMCM для вычисления средних по неоднородной ячейке турбулентных потоков и температуры используется мозаичный метод. Мозаичный подход (Avisar and Pielke, 1989) является достаточно известным и используется в большинстве современных климатических и прогностических моделях. Данный метод заключается в том, что для каждого типа поверхности рассчитывается свой тепловой баланс, причем атмосферное воздействие (набор значений метеовеличин в приземном слое: температура, влажность, скорость ветра, суммарная солнечная радиация и встречное излучение атмосферы) принимается одним и тем же для всех типов. Для каждого типа деятельного слоя вычисляются свои значения потоков явного тепла  $H$ , скрытого тепла  $LE$ , количества движения  $\tau$  и температуры  $T_s$ , после чего вычисляются средние значения этих величин для данной ячейки сетки модели:

$$(\bar{H}, \bar{LE}, \bar{\tau}, \bar{T}_s) = \sum_{i=1}^M \mu_i (H_i, LE_i, \tau_i, T_{s_i}), \quad (3.1.6)$$

где  $\mu_i$  – доля площади ячейки, занятая  $i$  – м типом поверхности, в случае модели INMCM,  $M = 13$ . Этот метод является разумным компромиссом между вычислительной эффективностью и физической корректностью.

### 3.2. Адаптация модели озера

В качестве модели озера была использована разработанная В.М. Степаненко (Степаненко и др., 2011; Stepanenko et al., 2016) и модифицированная автором модель LAKE версии 2.0. Данная модель состоит из набора подпрограмм, написанных на языке FORTRAN90, собирающихся в единый проект наборами скриптов и запускаемая исполняемым файлом. Блок-схема алгоритма модели LAKE2.0 представлена на Рисунке 3.2.1.

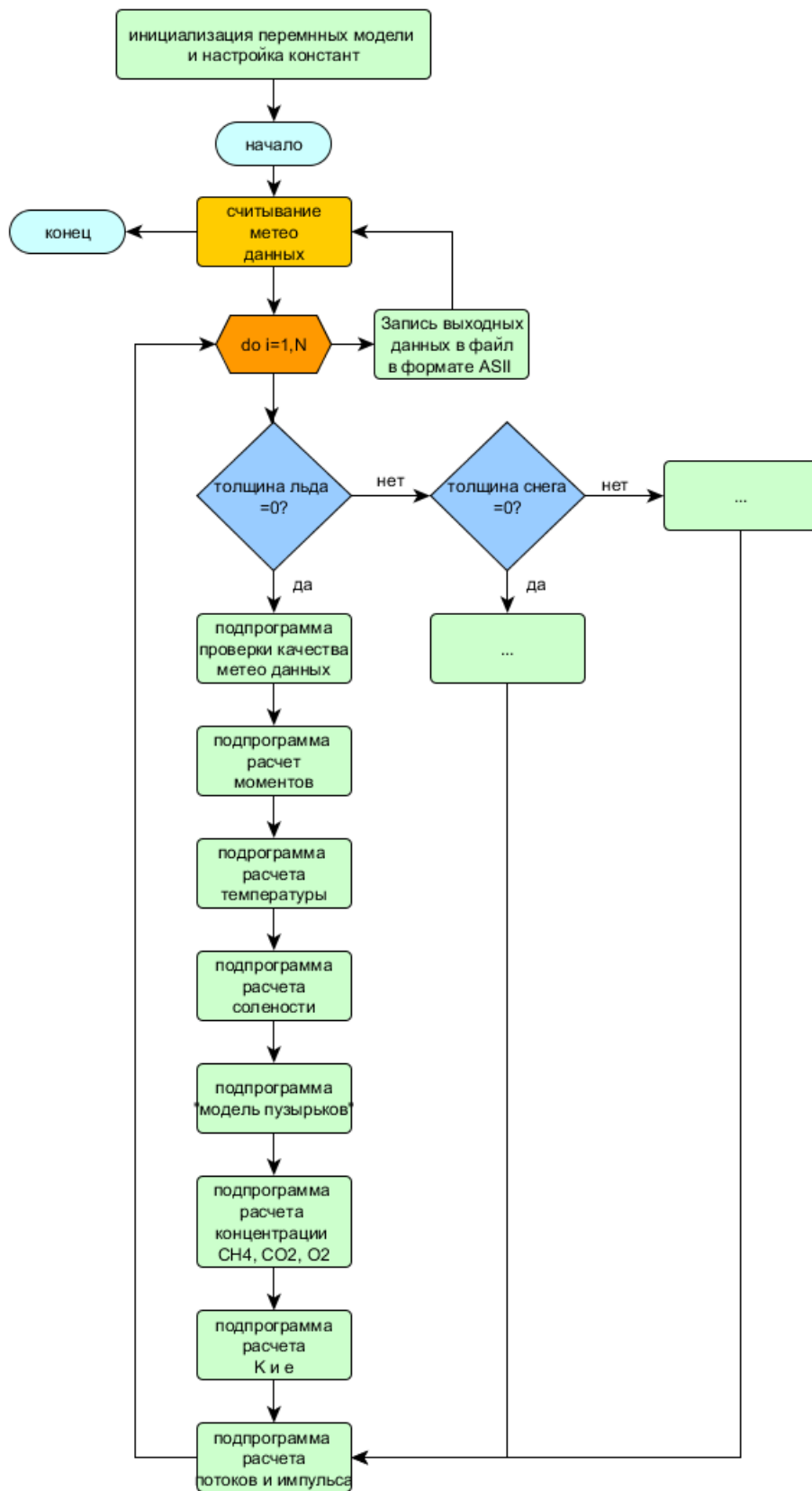


Рисунок 3.2.1. Блок-схема алгоритма модели LAKE2.0

На основе выводов, сделанных в Главе 1 о невозможности работы этой версии модели LAKE с замыканием  $k - \varepsilon$  с большим шагом по времени, и требованием вычислительной эффективности ко всем параметризациям и частям климатической модели и шагом по времени в деятельном слое суши, равным 3600 с, в модель LAKE2.0 автором работы была интегрирована параметризация Хендерсон-Селлерс (см. раздел 1.4) и схема конвективного приспособления (см. раздел 1.5), позволяющие использовать в модели водоема указанный шаг по времени (Vogomolov, et. al., 2016).

Также в модели водоема была изменена схема расчета потоков явного, скрытого тепла и импульса. В нее была добавлена конвективная компонента скорости  $w_*$  (Beljaars, 1995) для поправки значения горизонтальной скорости:

$$W = \sqrt{u^2 + v^2 + \beta^2 w_*^2}$$

В свою очередь,  $w_* = [Bh]^{1/3}$  – это конвективный масштаб скорости Дирдорфа, где  $B$  – поток плавучести, а  $h$  – характерная высота перемешанного слоя. Предполагая, что высота перемешанного слоя равна высоте слоя постоянных потоков,  $w_*$  можно определить согласно теории Мони́на-Обухова:

$$w_* = \left( \frac{g}{T_0} h c_u c_t W ((\theta_s - \theta_a) + 0.61(q_s - q_a)T_0) \right)^{1/3},$$

$T_0$  – средняя температура,  $h$  – высота слоя постоянных потоков,  $c_u, c_t$  – коэффициенты обмена для температуры и влажности,  $\theta_s, q_s$  – потенциальная температура и влажность на поверхности,  $\theta_a, q_a$  – потенциальная температура и влажность на высоте  $h$ ,  $\beta = 1.2$  эмпирическая константа (Beljaars, 1995).

Это добавка была необходима, поскольку в предыдущей версии расчета турбулентных потоков модели LAKE согласно теории Мони́на-Обухова (Монин и Обухов, 1954), при  $u, v \rightarrow 0, H \rightarrow 0$ , в т.ч. и при ненулевой разнице

температуры и влажности между поверхностью и воздухом, что приводило к перегреву водоемов, в частности в экваториальной зоне, где такие соответствующие метеорологические условия достаточно характерны.

Поскольку в модели INMCM параллельная реализация осуществлена декомпозицией на модельной сетке в горизонтальных направлениях, была изменена структура подпрограмм вызова модели водоема для возможности работы модели с внешним форсингом через аргументы процедур (Рисунок 3.2.2). Теперь инициализация переменных модели LAKE осуществляется при ее первом вызове для конкретного узла  $i, j$  горизонтальной сетки модели INMCM. При дальнейшем вызове модели происходит считывание состояния водоема из уже трёхмерных массивов (с измерениями по широте, долготе и глубине) с предыдущего шага по времени  $t - 1$ . В этом случае, граничными условиями выступают стандартные метеовеличины с нижнего слоя атмосферы, коротковолновая и длинноволновая радиация. Сохранение состояния водоема в момент времени  $t$  осуществляется записью в соответствующий столбец трехмерного массива.



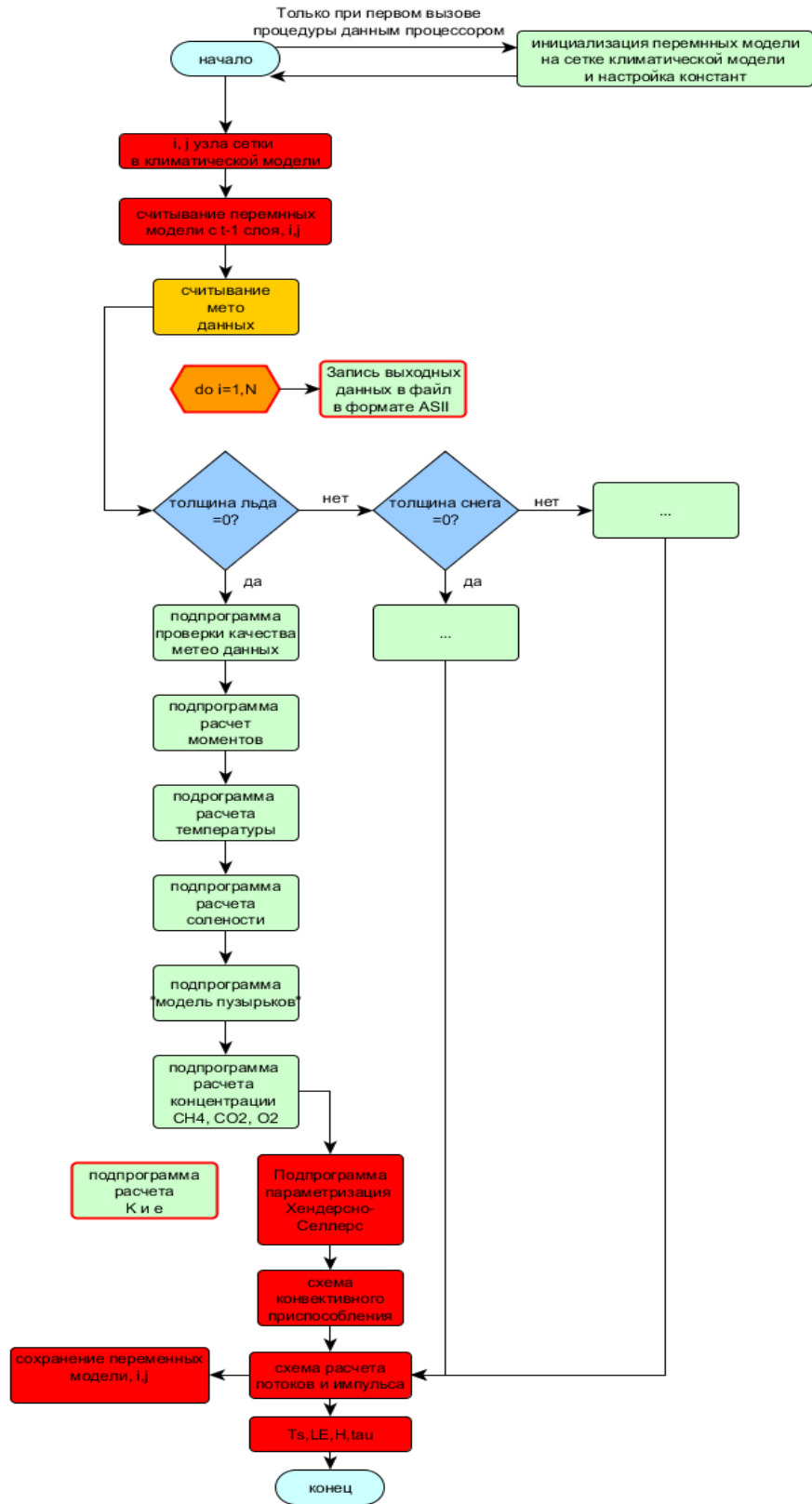


Рисунок 3.2.2. Структура параметризации водоема на основе модели LAKE (красным обозначаются блоки, добавленные автором работы, зеленые блоки в красном контуре – блоки, исключенные из модели LAKE).

### **3.3. Адаптация климатической модели INMCM. Сопряжение модели LAKE и INMCM**

Подготовка данных и запуск климатических моделей осуществлялись с привлечением разработанных автором методик и программных продуктов (Окладников и др., 2013; Шульгина и др., 2009). В климатической модели реализована возможность использования трех разных конфигураций параметризации водоёмов (Bogomolov et al., 2016):

1. Используется модель деятельного слоя с оригинальными входными данными VEG (смотри раздел 2.1.2), где 13 тип – водоемы, для водоемов применяется старая схема.
2. Модель деятельного слоя со входными данными VEGNEW (см. раздел 2.1.2), где как для 13-го типа (болота, переувлажненные территории), так и для 14-го типа (внутренние водоемы) используется старая схема расчета испарения и температуры поверхности (см. раздел 3.1.1), а модель LAKE запускается без воздействия на атмосферу (т.е. в диагностическом режиме), с расчетом турбулентных потоков тепла, температуры поверхности и потока импульса в ячейках с глубиной по цифровой карте ADLake (см. раздел 2.2).
3. Модель деятельного слоя со входными данными VEGNEW (см. раздел 2.1.2), для 14-го типа (внутренние водоемы) используется модель LAKE с обратным воздействием на атмосферу и включением вклада 14 типа с соответствующими весами в среднее по ячейке значение турбулентных потоков тепла и импульса, и средней температуры для поверхности ячейки согласно мозаичному методу (см. раздел 3.1.3).

Были произведены следующие изменения в блоках модели INMCM:

1. добавлена возможность выбора конфигурации параметризации водоемов;
2. изменен блок считывания входных данных, добавлена процедура считывания файла VEGNEW и ADLake;

3. изменен блок параллельной записи выходных значений для переменных с шагом в 6 часов и среднемесячных значений, были введены новые выходные переменные;
4. изменен блок деятельного слоя суши, в зависимости от выбранной конфигурации модели осуществляется или не осуществляется вызов модели LAKE и производится расчет потоков тепла и импульса, температуры поверхности водоемов;
5. изменены скрипты сборки климатической модели с добавлением модулей из модели озера LAKE.

Схема взаимодействия климатической модели INMCM и модели LAKE для конфигурации 3 выглядит следующим образом:

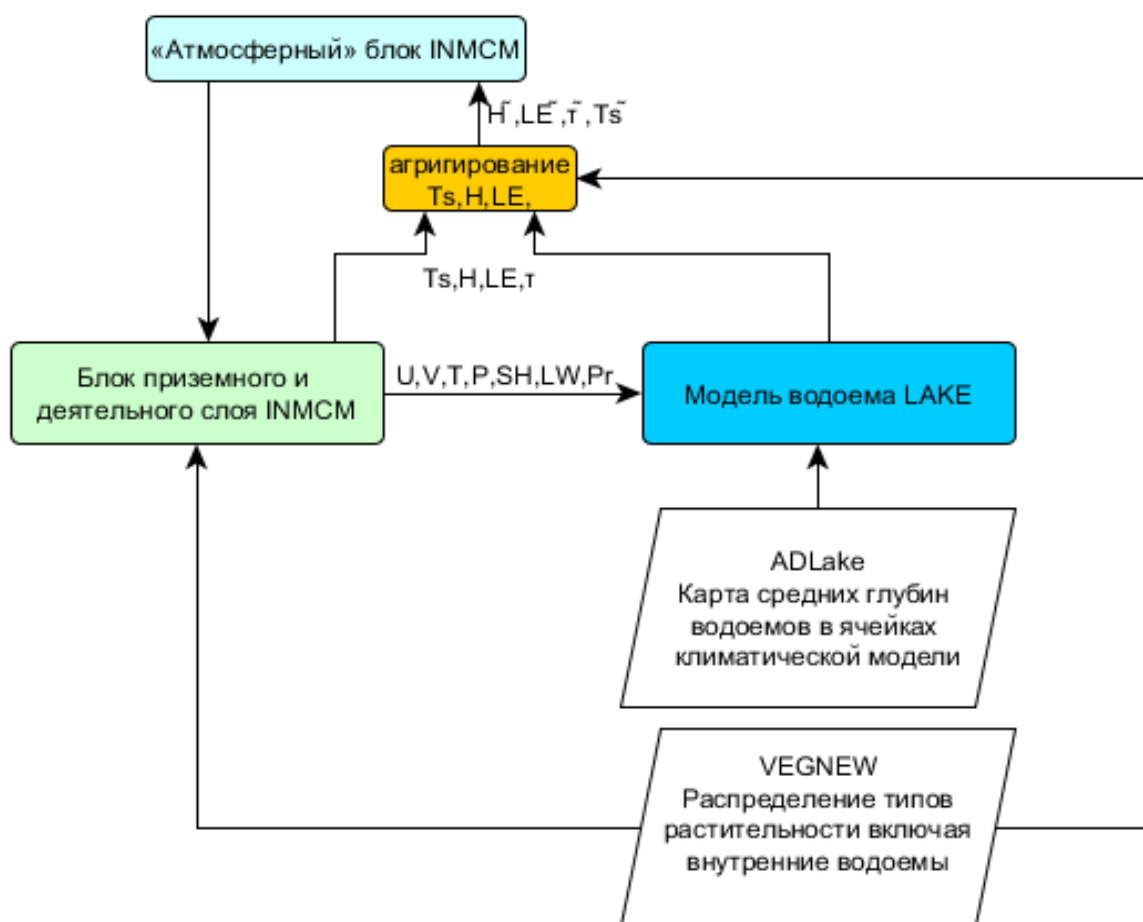


Рисунок 3.3.1. Схема изменённой модели INMCM, включающей новые блоки (синим цветом обозначается параметризация водоемов на основе модели

LAKE, белые блоки – новые входные данные для блока деятельного слоя модели INMCM, включая входные данные для параметризации водоемов).

### 3.4. Валидация модели озера в рамках климатической модели по доступным эмпирическим данным

Для конфигурации модели с полным взаимодействием (конфигурация 3 в разделе 3.3) в системе "озера-атмосфера" была проведена верификация получаемых полей температуры поверхности водоемов (Vogtoloov et al., 2016). Верификация производилась путем сопоставления расчетной температуры поверхности с данными измерений из общедоступной базы данных <https://portal.lternet.edu/nis/mapbrowse?packageid=knb-lter-ntl.10001.3>. Сравнение было проведено для озер, находящихся в разных климатических зонах и на разных континентах. Из Таблицы 3.4.1 следует, что совместная модель удовлетворительно воспроизводит среднюю летнюю температуру поверхности водоемов.

Таблица 3.4.1. Осредненная летняя температура поверхности крупнейших водоемов, рассчитанная моделью и известная из данных наблюдений

Название озера, географическое положение	Осредненная за 5 лет средняя летняя температура поверхности водоема из климатической модели (1980-1985), °C.	Осредненная за 5 лет средняя летняя температура поверхности водоема, на основе спутниковых данных (1980-1985), °C.
Гурон, Канада	19.2	18.52
Виктория, Танзания-	25.25	23.84

Кения-Уганда		
Байкал, Россия	14.83	12.74
Ладога, Россия	15.49	14.61

Также с измененной моделью INMCM4 в конфигурации 3 и моделью INMCM4 в конфигурации 1 были проведены численные эксперименты на глобальной сетке с горизонтальным разрешением:  $2^\circ \times 1.5^\circ$  и вертикальным разрешением в атмосфере 21 уровень на исторический период с 1979 по 2000. На примере оз. Байкал, анализировалась разница в значениях температуры поверхности водоемов и потоков тепла в приводном слое между новой параметризацией водоемов (LAKE) и старой параметризацией водоемов в INMCM, осредненная за 5 лет (Рисунки 3.4.2-3.4.4).

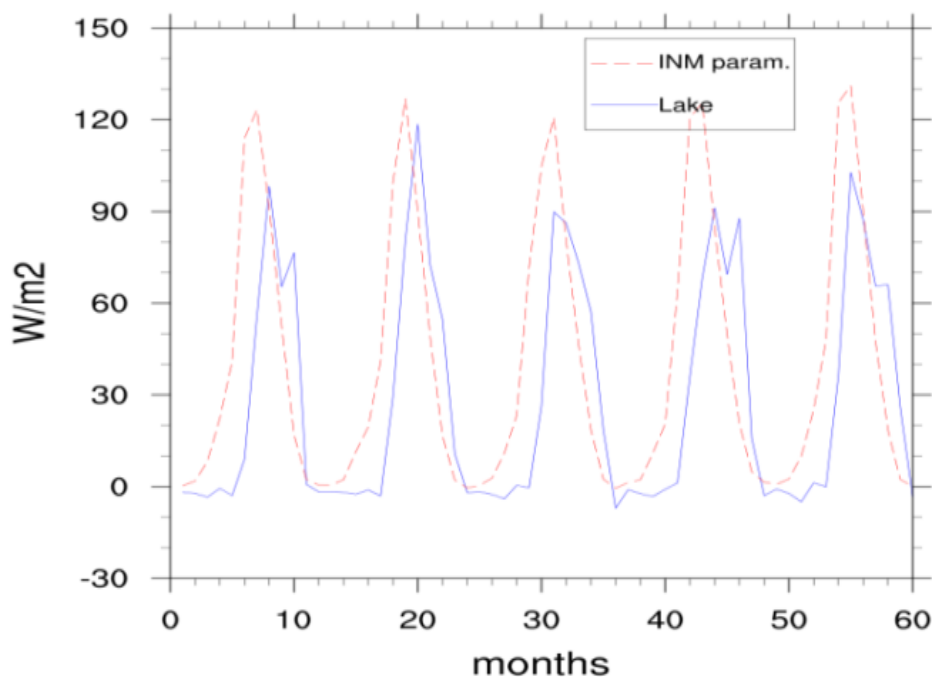


Рисунок 3.4.2. Среднемесячные значения потоков скрытого тепла для озера Байкал за 5 лет, согласно старой параметризации водоемов в климатической модели (INM param.) и новой параметризации (Lake)

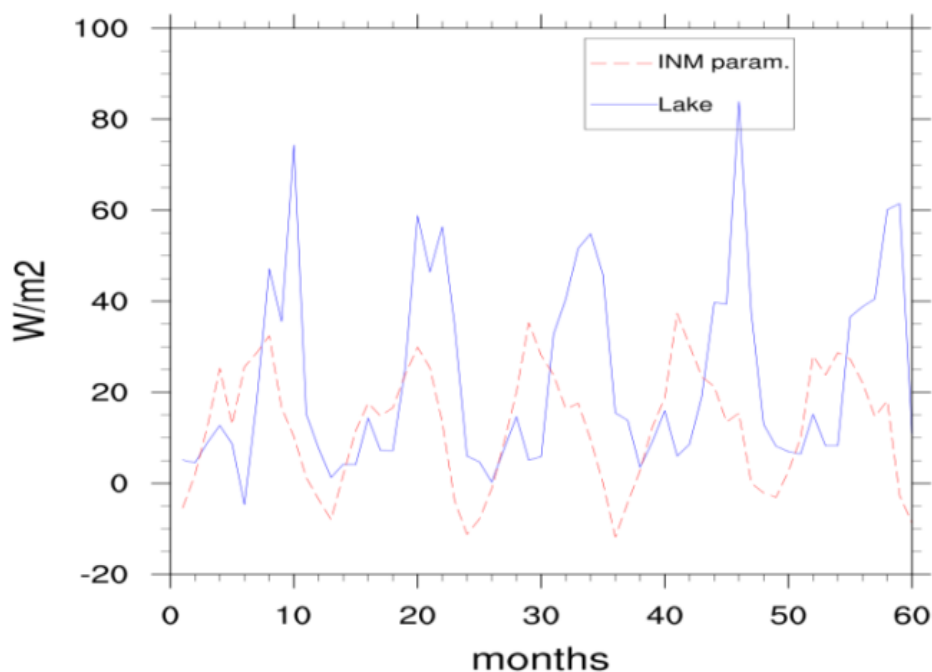


Рисунок 3.4.3. Среднемесячные значения потоков явного тепла для озера Байкал за 5 лет, согласно старой параметризации водоемов в климатической модели (INM param.) и новой параметризации (Lake)

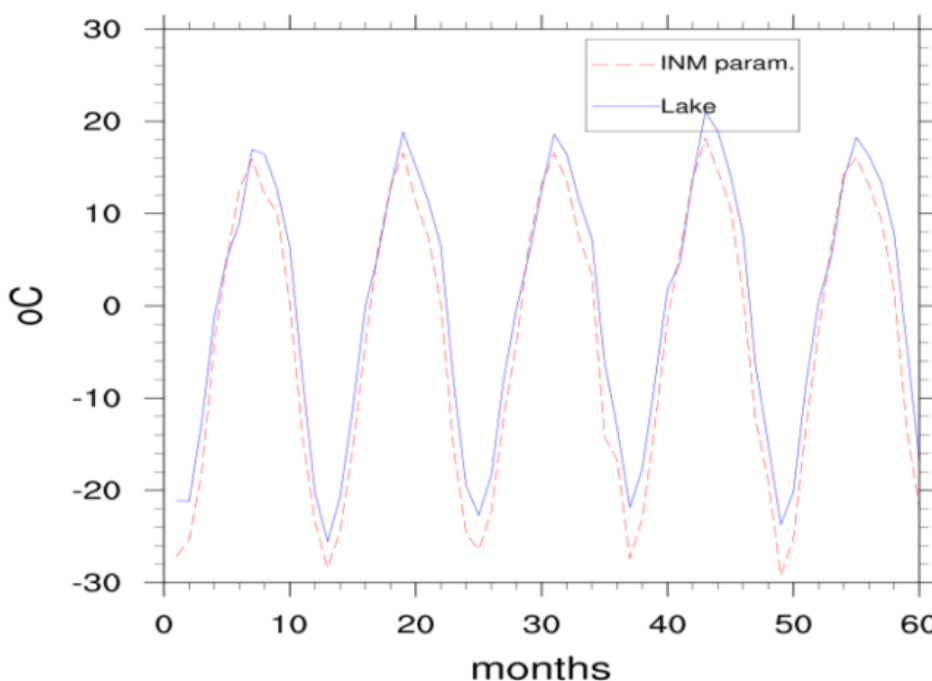


Рисунок 3.4.4. Среднемесячные значения температуры поверхности для озера Байкал за 5 лет, согласно старой параметризации водоемов в климатической модели (INM param.) и новой параметризации (Lake)

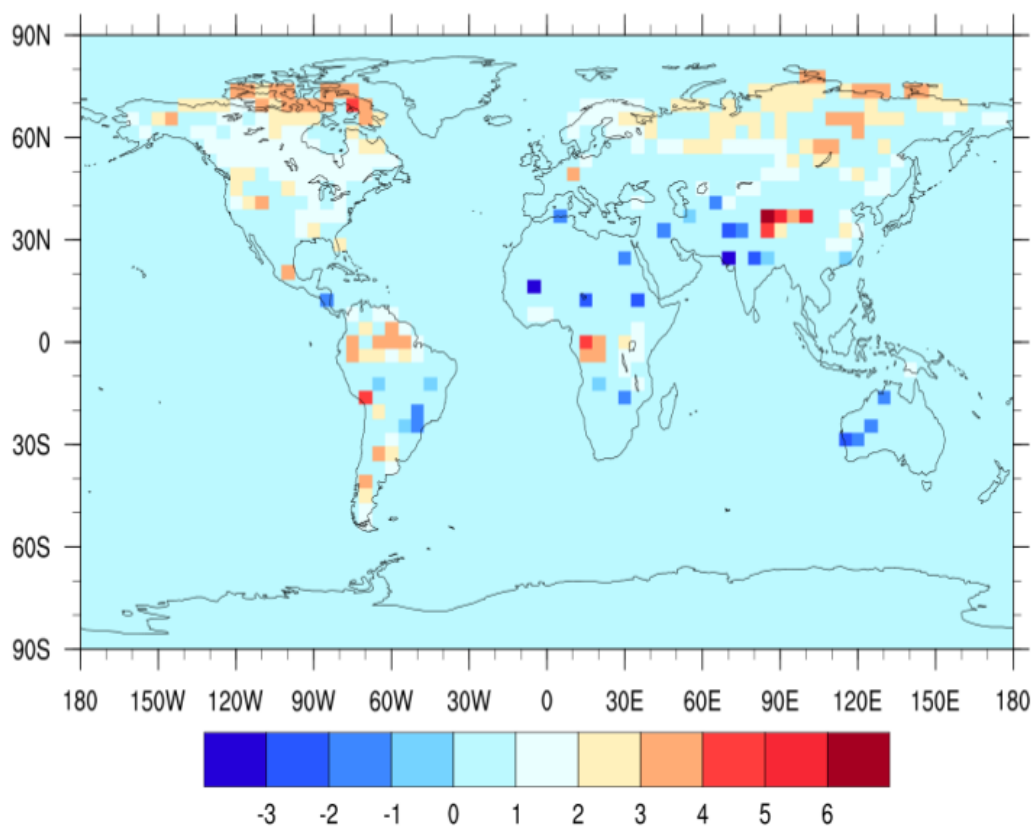


Рисунок 3.4.5. Разница между среднегодовыми значениями температуры поверхности водоемов из модели INMCM в конфигурациях 3 и 1

### 3.5. Выводы

Проведен ряд вычислительных экспериментов с климатической моделью разрешением  $5^\circ$  на  $4^\circ$  и  $2^\circ$  на  $1.5^\circ$ , показавших, что новая параметризация водоемов удовлетворительно воспроизводит температуру поверхности в различных широтных зонах.

Глубина суточного деятельного слоя почвы, аккумулирующего тепло, составляет около 20 сантиметров. В то же время, для водоема суточным деятельным слоем является весь перемешанный слой, равный нескольким метрам. Далее, альbedo для суши равно 0.1–0.3, а для водоема эта величина составляет 0.06. Таким образом, озеро представляет собой более энергоемкий резервуар, больше поглощающий коротковолновую радиацию. По этой причине рост температуры поверхности водоема летом происходит медленнее,

чем рост температуры суши, а осенью медленнее происходит охлаждение (Рисунок 3.4.4). С этим связаны полученные различия в потоках явного (Рисунок 3.4.3) и скрытого тепла (Рисунок 3.4.2) между двумя параметризациями внутренних водоемов, т.к. в старой параметризации водоемы были представлены специальным типом почвы.

На Рисунке 3.4.5 показано глобальное распределение среднегодовой разницы температуры поверхности озер, рассчитанной по новой и по старой параметризации озер. В аридных регионах отрицательная разница связана, по-видимому, с огромными суммами коротковолновой радиации, которая распространяется по глубине по-разному в новой и старой параметризации водоемов (Vogomolov et al., 2016).



## Заключение

В заключение приведём основные результаты диссертационной работы. Создана вычислительно эффективная модификация одномерной модели водоема LAKE, подходящая для использования в системах прогноза погоды и моделях климата. Вычислительная простота достигнута заменой турбулентного замыкания  $k - \epsilon$  на диагностическую формулу для коэффициента температуропроводности/диффузии согласно Хендерсон-Селлерс. Для случая неустойчивой плотностной стратификации в модели водоема реализована схема конвективного перемешивания.

На основе численных экспериментов получены условия сходимости конечно-разностной схемы Кранка-Николсон для системы уравнений одномерной модели водоёма. Численные эксперименты проведены как для идеализированного потока Като-Филлипс, так и для озера Куйваярви (Финляндия), с привлечением данных измерений. В экспериментах использовались различные турбулентные замыкания. Показано, что сходимость численного решения при использовании замыкания Хендерсон-Селлерс достигается при значительно более грубом пространственном и временном разрешении, чем для замыкания  $k - \epsilon$ , что делает модель водоёма лучше приспособленной для применения в рамках климатических моделей, для которых характерны большие шаги по времени (в климатической модели ИВМ РАН – 1 ч) (Богомолов и Степаненко, 2017).

Создан программный комплекс, позволяющий в автоматическом режиме создавать карту распределения площади и глубин водоёмов на сетке климатической модели (модели прогноза погоды) произвольного разрешения, с коррекцией первоначального распределения типов суши (не учитывающего наличия водных объектов).

Создана новая конфигурация модели Земной системы ИВМ РАН, включающая одномерную параметризацию внутренних водоёмов. На основе численных экспериментов с этой конфигурацией представлены оценки влияния

внутренних водоемов суши на характеристики подстилающей поверхности и приземного слоя воздуха в условиях современного климата (Vogomolov et al., 2016).

Настоящая работа имеет следующие перспективы развития.

Во-первых, следует отметить, что в последние годы большое количество экспериментальных работ свидетельствуют о значительных потоках метана и углекислого газа с водоёмов суши. В связи с этим, в модели водоёмов (в т.ч. в модель LAKE) начинают внедряться блоки расчёта биогеохимических характеристик, включая концентрации парниковых газов. Обновлённые таким образом модели проходят верификацию на данных измерений, выполненных на отдельных озёрах, однако внедрений параметризаций биогеохимических процессов в пресноводных водоёмах в глобальные климатические модели ещё не последовало. На этом пути придётся решать множество вопросов, в т.ч. создание баз данных внешних для биогеохимических блоков параметров.

И во-вторых, во многих климатических моделях, и в частности, в модели ИВМ РАН, довольно упрощённо представлены речные системы. На основе простых схем представлена динамика русловых потоков, не учитывается термодинамика, ледовый режим, биогеохимические процессы (в т.ч. парниковые газы). Представляется важным и перспективным развивать параметризацию также и этой части гидрологического и углеродного циклов суши.

**Автор выражает благодарность:**

- Евгению Петровичу Гордову за руководство и активную помощь в организации всех проводимых работ в рамках диссертации
  
- Виктору Михайловичу Степаненко за неоценимую помощь на всех этапах написания диссертации.

- Евгению Михайловичу Володину за активное консультирование по вопросам связанных с моделью INMCM и поддержку всей работы как таковой.

- Василию Николаевичу Лыкову за взвешенную и корректную позицию по всем научным вопросам обсуждаемых в рамках научного направления автора диссертации.

## Литература

1. Forbes, G. S., and J. M. Merritt, 1984: Mesoscale vortices over the Great Lakes in wintertime. *Mon. Wea. Rev.*, 112, 377-381.
2. Bonan, G. B. (1995), Sensitivity of a GCM simulation to inclusion of inland water surfaces, *J. Clim.*, 8, 2691–2704.
3. Tian, Y., Xu, YP. & Zhang, XJ., Assessment of Climate Change Impacts on River High Flows through Comparative Use of GR4J, HBV and Xinanjiang Models. *Water Resources Management* 2013, Volume 27, Issue 8, pp 2871–2888
4. Hostetler, S. W., and P. J. Bartlein (1990), Simulation of lake evaporation with application to modeling lake level variations of Harney-Malheur Lake, Oregon, *Water Resour. Res.*, 26, 2603–2612.
5. Mironov, D., L. Rontu, E. Kourzeneva, and A. Terzhevik (2010a), Towards improved representation of lakes in numerical weather prediction and climate models: Introduction to the special issue of, *Boreal Environment Research*, *Boreal Environ. Res.*, 15, 97–99.
6. Dutra, E., V. M. Stepanenko, G. Balsamo, P. Viterbo, P. M. A. Miranda, D. Mironov, and C. Schar (2010), An offline study of the impact of lakes on the performance of the ECMWF surface scheme, *Boreal Environ. Res.*, 15, 100–112.
7. Walter, K. M., L. C. Smith, and F. S. Chapin (2007), Methane bubbling from northern lakes: Present and future contributions to the global methane budget, *Philos. Trans. R. Soc. A*, 365, 1657–1676.
8. Long, Z., W. Perrie, J. Gyakum, D. Caya, and R. Laprise, 2007: Northern Lake Impacts on Local Seasonal Climate. *J. Hydrometeor.*, 8, 881–896,
9. Burchard, H., Bolding, K., Kühn, W., Meister, A., Neumann, T., Umlauf, L. (2006), Description of a flexible and extendable physical–biogeochemical model system for the water column, *Journal of Marine Systems*, ISSN: 0924-7963, Vol: 61, Issue: 3, Page: 180-211

10. В. М. Степаненко, В. Н. Лыкосов. Численное моделирование процессов тепловлагодпереноса в системе водоем - грунт. - *Метеорология и гидрология*, 2005, №3, с. 95-104.
11. Васильев О.Ф. Математическое моделирование гидравлических и гидрологических процессов в водоемах и водотоках (обзор работ, выполненных в Сибирском отделении Российской академии наук), *Водные ресурсы*. 1999. - Т. 26, №5. - С. 600-611.
12. Goudsmit, G.-H.: Application of k – turbulence models to enclosed basins: The role of internal seiches, *J. Geophys. Res.*, 107, C21., P. 23-1-23-13, doi:10.1029/2001JC000954, 2002.
13. Mironov, D. V., 2008: Parameterization of lakes in numerical weather prediction. Description of a lake model. COSMO Technical Report, No. 11, Deutscher Wetterdienst, Offenbach am Main, Germany, 41 pp.
14. Omstedt, A.: *Guide to Process Based Modeling of Lakes and Coastal Seas*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2011.
15. Stefan, H. G. and Fang, X.: Dissolved oxygen model for regional lake analysis, *Ecol. Model.*, 71, 37–68, doi:10.1016/0304- 3800(94)90075-2, 1994.
16. Goudsmit, G.-H.: Application of k – turbulence models to enclosed basins: The role of internal seiches, *J. Geophys. Res.*, 107, 3230, doi:10.1029/2001JC000954, 2002.
17. Tan, Z. and Zhuang, Q.: Arctic lakes are continuous methane sources to the atmosphere under warming conditions, *Environ. Res. Lett.*, 10, 054016, doi:10.1088/1748-9326/10/5/054016, 2015a. bacteria, *Glob. Change Biol.*, 14, 495–512, doi:10.1111/j.1365-2486.2007.01510.x, 2008.
18. Zinoviev, A.: *Mathematical modeling of hydrological processes in reservoirs and downstream of hydropower stations of Siberian rivers*, PhD thesis, Institute for Water and Ecological Problems, Siberian Branch of RAS, 2014.
19. Paulson, C. A.: The Mathematical Representation of Wind Speed and Temperature Profiles in the Unstable Atmospheric Surface Layer, *J. Appl. Meteorol.*, 9, 857–861, doi:10.1175/1520- 0450(1970)0092.0.CO;2, 1970.

20. Businger, J. A., Wyngaard, J. C., Izumi, Y., and Bradley, E. F.: Flux-Profile Relationships in the Atmospheric Surface Layer, *J. Atmos. Sci.*, 28, 181–189, doi:10.1175/1520-0469(1971)0282.0.CO;2, 1971.
21. Beljaars, A. C. M. and Holtslag, A. A. M.: Flux Parameterization over Land Surfaces for Atmospheric Models, *J. Appl. Meteorol.*, 30, 327–341.
22. Stepanenko, V. M. and Lykossov, V. N.: Numerical modeling of heat and moisture transfer processes in a system lake–soil, *Russ. Meteorol. Hydrol.*, 3, 95–104, 2005.
23. Stepanenko, V. M., Machul'skaya, E. E., Glagolev, M. V., and Lykossov, V. N.: Numerical modeling of methane emissions from lakes in the permafrost zone, *Izvestiya, Atmos. Ocean. Phys.*, 47, 252–264, doi:10.1134/S0001433811020113, 2011.
24. Patterson, J. C., Hamblin, P. F., and Imberger, J.: Classification and dynamic simulation of the vertical density structure of lakes, *Limnol. Oceanogr.*, 29, 845–861, doi:10.4319/lo.1984.29.4.0845, 1984.
25. Jöhnk, K. D.: 1D Hydrodynamische Modelle in der Limnophysik. Turbulenz – Meromixis – Sauerstoff, Tech. rep., Institute of Limnophysics, University of Amsterdam, Amsterdam, 2001.
26. Jöhnk, K. D., Huisman, J., Sharples, J., Sommeijer, B., Visser, P. M., and Stroom, J. M.: Summer heatwaves promote blooms of harmful cyanobacteria, *Glob. Change Biol.*, 14, 495–512, doi:10.1111/j.1365-2486.2007.01510.x, 2008.
27. Колмогоров А. Н., 1941с: Рассеяние энергии при локально изотропной турбулентности. Доклады Академии Наук СССР, том XXXII, № 1, ст. 19-21.
28. Колмогоров А. Н., 1941а: Рассеяние энергии при локально изотропной турбулентности. Доклады Академии Наук СССР, том XXXII, № 1, ст. 19-21.
29. Hassid, S., and B. Galperin, 1983: A turbulent energy model for geophysical flows. *Boundary-Layer Meteorol.*, 26, 397-412.
30. Mellor, G. L., and T. Yamada, 1982: Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems. *Rev. Geophys. Space Phys.*, 20, 851-875.

31. Galperin, B., L. Kantha, S. Hassid, and A. Rosati, 1988: A Quasi-equilibrium Turbulent Energy Model for Geophysical Flows. *J. Atmos. Sci.*, **45**, 55–62, doi:10.1175/1520-0469(1988)045<0055:AQETEM>2.0.CO;2.
32. Stepanenko, V., Mammarella, I., Ojala, A., Miettinen, H., Lykosov, V., and Vesala, T.: LAKE 2.0: a model for temperature, methane, carbon dioxide and oxygen dynamics in lakes, *Geosci. Model Dev.*, 9, 1977-2006, doi:10.5194/gmd-9-1977-2016, 2016.
33. Burchard, H. and Petersen, O. 1999: Models of turbulence in the marine environment – a comparative study of two-equation turbulence models, *J. Marine Syst.*, 21, 29–53, doi:10.1016/S0924-7963(99)00004-4.
34. Goudsmit, G.-H.: Application of  $k - \epsilon$  turbulence models to enclosed basins: The role of internal seiches, *J. Geophys. Res.*, 107, 3230, doi:10.1029/2001JC000954, 2002.
35. Kantha, L. H., and C. A. Clayson, An improved mixed layer model for geophysical applications, *J. Geophys. Res.*, 99, 25,235-25,266,1994.
36. Rodi, W., *Turbulence models and their application in hydraulics*, Tech. rep., Int. Assoc, for Hydraul. Res., Delft, The Netherlands, 1980.
37. Burchard, H., and H. Baumert, On the performance of a mixed-layer model based on the  $k - \epsilon$  turbulence closure, *J. Geophys. Res.*, 100, 8523-8540.
38. Mellor, G. L.: Retrospect on oceanic boundary layer modeling and second moment closure, in: *Parameterization of Small-Scale Processes; Proc. of the Aha Hulikoa Hawaiian Winter Workshop*, edited by Müller, P. and Henderson, D., pp. 251–271, Univ. of Hawaii at Manoa, Honolulu, 1989.
39. Rotta, J. C.: *Über eine Methode zur Berechnung turbulenter Scherströmungen*, Tech. Rep. 69 A II, Aerodynamische Versuchsanstalt Gottingen, Gottingen, Germany, 1968.
40. Shih, T. S., and A. Shabbir.: Advances in modeling the pressure correlation terms in the second moment equations, in *Studies in Turbulence*, edited by T. B. Gatsky, S. Sarkar, and C. G. Speziale, pp. 91 - 128, Springer, New York, 1992.

41. Canuto, V. M.: Turbulent convection with overshooting: Reynolds stress approach, *Journal of Astrophysics*, 392, 218-232, 1992.
42. Canuto, V. M., A. Howard, Y. Cheng, and M. S. Dubovikov, Ocean turbulence. Part I: One-point closure model. Momentum and heat vertical diffusivities, *J. Phys. Oceanogr.*, 31, 1413-1426, 2001.
43. B. Henderson-Sellers, 1985: New formulation of eddy diffusion thermocline models, *Applied Mathematical Modelling*, Volume 9, Issue 6, Pages 441-446.
44. Mellor, G. and T. Yamada, 1974: A Hierarchy of Turbulence Closure Models for Planetary Boundary Layers. *J. Atmos. Sci.*, 31, 1791–1806, pp.
45. Smith, I. R. 1979: Hydraulic conditions in isothermal lakes. *Freshwater Biology*, 9: 119–145.
46. Shulman, M. D. and R. A. Bryson. 1961: The vertical variation of wind-driven currents in Lake Mendota. *Limnol. Oceanogr.* 6:2347-355.
47. Simons, T. J. Technical note, Univ. Utrecht, Netherlands, Inst. Meteorol. *Oceanogr.*, 1980, 15 pp.
48. Henderson-Sellers, B. (1982), A simple formula for vertical eddy diffusion coefficients under conditions of nonneutral stability, *J. Geophys. Res.*, 87(C8), 5860–5864.
49. Kato, H., and O. M. Phillips, On the penetration of a turbulent layer into stratified fluid, *J. Fluid Mech.*, 37, 643-655, 1969.
50. Deleersnijder, E., and P. Luyten, On the practical advantages of the quasi-equilibrium version of the Mellor and Yamada level 2.5 turbulence closure applied to marine modelling, *App. Math. Modelling*, 18, 281-287, 1994.
51. Burchard, H., and H. Baumert, The formation of estuarine turbidity maxima due to density effects in the salt wedge. A hydrodynamic process study, *J. Phys. Oceanogr.*, 28, 309-321, 1998.
52. Price, J. F., On the scaling of stress-driven entrainment experiments, *J. Fluid Mech.*, 90, 509-529, 1979.



53. Kourzeneva, E. 2009. Global dataset for the parameterization of lakes in numerical weather prediction and climate modelling. ALADIN Newsletter. 37, July December, (eds. F. Bouttier and C. Fischer), Meteo-France, Toulouse, France, 46-53.
54. Kourzeneva, E., 2010: External data for lake parameterization in Numerical Weather Prediction and climate modeling. Boreal Env. Res., 15, 165-177.
55. Kourzeneva, E., H. Asensio, E. Martin, and S. Faroux, 2012: Global gridded dataset of lake coverage and lake depth for use in numerical weather prediction and climate modelling. Tellus A, 64, 15640.
56. Kourzeneva, E., 2014: Assimilation of lake water surface temperature observations using an extended Kalman filter. Tellus A, 66, 21510
57. Matthews E., 1983: Global vegetation and land use: new high-resolution data bases for climate studies. J. Clim. Appl. Meteor., 22, 474-487.
58. Arakawa A., Lamb V.R. A potential enstrophy and energy conserving scheme for shallowwater equations. Mon Wea. Rev., 1981, V 109, p. 18-36.
59. Палагин Э.Г., 1981: Математическое моделирование агрометеорологических условий перезимовки озимых культур. Л.: Гидрометеоиздат, с. 191.
60. Лыкосов В.Н. и Палагин Э.Г., 1978: Динамика взаимосвязанного переноса тепла и влаги в системе атмосфера - почва. Метеорология и гидрология. N 8, с. 56.
61. Clapp R.B., Hornberger M.G., 1978: Empirical equations for some soil hydraulic properties. Water Resources Research, V. 14, N 4, p.601-604.
62. Володин Е.М., Алексеев В.А., Галин В.Я., Дымников В.П., и Лыкосов В.Н., 1998: Моделирование современного климата с помощью атмосферной модели ИВМ РАН. Описание модели А5421 версии 1997 года и результатов эксперимента по программе АМІР II, Депонирование в ВИНТИ Москва.
63. R. Avissar, and R.A. Pielke. A parameterization of heterogeneous land-surface for atmospheric numerical models and its impact on regional meteorology. Mon. Wea. Rev., Vol. 117, 1989, pp. 2113-2136.

64. Beljaars, A. C. M. (1995), The parametrization of surface fluxes in large-scale models under free convection. *Q.J.R. Meteorol. Soc.*, 121: 255–270.
65. Monin, A. S. and Obukhov, A. M.: 1954 ‘Basic Regularity in Turbulent Mixing in the Surface Layer of the Atmosphere’, *Akad. Nauk. S.S.S.R. Trud. Geofiz. Inst.* 24, 151.
66. Burchard Hans, 2002: Energy-conserving discretisation of turbulent shear and buoyancy production, *Ocean Modelling*. Vol. 4, no. 3. Pp. 347–361.
67. Z. M.Subin, W. J.Riley and D.Mironov (2012), An improved lake model for climate simulations: Model structure, evaluation, and sensitivity analyses in CESM1, *J. Adv. Model. Earth Syst.*, 4, M02001, doi:10.1029/2011MS000072.
68. Kunz, R.F., and B. Lakshminarayana. “Stability of Explicit Navier-Stokes Procedures Using K-[epsilon] and K-[epsilon]/algebraic Reynolds Stress Turbulence Models.” *Journal of Computational Physics; (United States)* 103:1 (1992): vol. 103, no. 1, p. 141-159.
69. Lotstedt P. and Carlbom P. 1997: Stability and non-normality of the k-  $\epsilon$  equations. *Fuel and Energy Abstracts*, 83(1), Pp. 11-37.
70. Богомолов В.Ю. Степаненко В.М. Сравнение турбулентных замыканий в одномерной модели водоема. *Труды МФТИ*, 2017, 9, № 4(36), с. 50-64.
71. V Bogomolov, V Stepanenko and E Volodin. Development of lake parametrization in the INMCM climate model. *IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science*.2016.V.48.012005.
72. Е.П. Гордов, В.Ю. Богомолов, Е.Ю. Генина, Т.М. Шульгина. Анализ региональных климатических процессов Сибири: подход, данные и некоторые результаты // *Вестник НГУ. Серия информационные технологии*. – 2011. – Т. 9. – Выпуск 1. – С. 56-66.
73. Гордов Е.П., Окладников И.Г., Титов А.Г., Богомолов В.Ю., Шульгина Т.М., Генина Е.Ю. Геоинформационная веб-система для исследования региональных природно-климатических изменений и первые результаты ее использования // *Оптика атмосферы и океана*. 2012. Т. 25, № 02. С. 137-143.

74. Богомолов В.Ю., Гордов Е.П., Крупчатников В.Н. Моделирование региональных полей метеорологических величин с высоким пространственным шагом. Горный информационно-аналитический бюллетень, 2009, Выпуск Кузбасс-2, с. 50-53.
75. Богомолов В.Ю., Богушевич А.Я., Гордов Е.П., Корольков В.А., Крупчатников В.Н., Тихомиров А.А. Информационно-измерительная система для регионального мониторинга и прогноза опасных метеорологических явлений // Оптика атмосферы и океана. том 24, 2011, № 01, стр.52-59
76. И.Г. Окладников, А.Г. Титов, Т.М. Шульгина, Е.П. Гордов, В.Ю. Богомолов, Ю.В. Программный комплекс анализа и визуализации данных мониторинга и прогноза климатических изменений // Вычислительные методы и программирование, 2013. Т. 14. С. 123-131.
77. Шульгина Т.М., Богомолов В.Ю., Генина Е.Ю., Гордов Е.П. Изучение поведения температуры на территории Сибири по данным наблюдений и реанализа. Горный информационно-аналитический бюллетень, 2009, Выпуск Кузбасс-2, с. 275-279.