

На правах рукописи



ГРЕНЕВА Кристина Валерьевна

**Численные стохастические модели поверхности
морского волнения и гигантских океанических
волн**

01.01.07 — Вычислительная математика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Новосибирск – 2021

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук (ИВМиМГ СО РАН)

Научный руководитель:

д.ф.-м.н., профессор Пригарин Сергей Михайлович

Официальные оппоненты:

Лемешко Борис Юрьевич, доктор технических наук, профессор кафедры теоретической и прикладной информатики Федерального государственного бюджетного учреждения высшего образования Новосибирский государственный технический университет

Черемисин Александр Алексеевич, доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией Дисперсных систем Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт химической кинетики и горения им. В.В. Воеводского СО РАН

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева Сибирского отделения Российской академии наук (ИОА СО РАН), г. Томск

Защита состоится «26» мая 2021 г. в 15.00 часов на заседании диссертационного совета Д 003.061.01 в конференц-зале Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН по адресу: 630090, Новосибирск, пр-т Академика Лаврентьева, 6

С диссертационной работой можно ознакомиться в библиотеке ИВМиМГ СО РАН и на сайте организации по адресу: <https://icmmg.nsc.ru/ru/content/dissertation-council-meetings/greeneva-kristina-valerevna>

Автореферат разослан «25» марта 2021 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета

д.ф.-м.н.



Рогозинский Сергей Валентинович

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Стохастическое моделирование получило широкое распространение при изучении проблем в различных областях, в том числе, океанологии, гидрологии, гидромеханике, судостроении. При решении многих задач важно учитывать динамику и статистические свойства поверхности морского волнения. Одной из таких проблем является изучение природного явления, получившего название «волны-убийцы». Аномально высокие волны представляют собой серьезную угрозу для судов и морских сооружений. Такие волны могут встречаться как на глубокой, так и на мелкой воде, как при сильном, так и при слабом волнении. Основной особенностью данных волн является их внезапное появление «из ниоткуда». Все это осложняет изучение этого явления. Понимание механизмов возникновения и прогнозирование гигантских волн являются основными задачами на сегодняшний день.

В диссертационной работе предлагается подход к моделированию морского волнения и гигантских волн-убийц, основанный на условных спектральных моделях. Разработанные модели позволяют воспроизводить поверхность морского волнения и аномально высокие волны. При этом спектры волнения, заложенные в модели, могут быть оценены по натурным данным. Также в работе показаны и опробованы методики, позволяющие оптимизировать спектральную модель и выбрать наиболее подходящую среди множества моделей. Отметим, что применение данных методик не ограничивается моделями поверхности морского волнения, и они могут быть использованы при моделировании различных стохастических объектов и явлений.

Целью данной работы является разработка и исследование свойств численных моделей морской поверхности и аномально высоких волн-убийц.

Для достижения указанной цели необходимо решить следующие **задачи**:

– Разработать временные, пространственные и пространственно-временные спектральные модели поверхности морского волнения, позволяющие учитывать данные наблюдений.

- Изучить влияние выбора спектральной области модели на точность воспроизведения дисперсии случайной поверхности морского волнения.
- Исследовать погрешность спектральных моделей морской поверхности и точность воспроизведения корреляционных структур случайных полей.
- Исследовать эффективность спектральных моделей морского волнения, проведя сравнение оценок для тестовых функционалов.
- Разработать алгоритм численного моделирования спектральных моделей морской поверхности с аномально высокими волнами.
- Разработать методику оценки частоты появления высоких волн на основе анализа спектра морского волнения.
- Изучить сходимость спектральных моделей поверхности морского волнения и аномально высоких волн в различных функциональных пространствах.

Научная новизна работы определяется совокупностью полученных результатов:

- разработаны численные стохастические модели поверхности морского волнения, основанные на спектральном представлении случайных функций и полей;
- изучена точность спектральных моделей поверхности морского волнения, приведены методики вычисления погрешности моделей, основанные на оценке точности воспроизведения корреляционных структур и с использованием функционалов с известными аналитическими выражениями;
- разработаны стохастические модели морского волнения с аномально высокими волнами, основанные на условных спектральных моделях;
- доказана сходимость спектральных и условных спектральных моделей поверхности морского волнения;
- предложен подход к оценке частоты появления высоких волн на основе анализа спектра волнения.

Методология и методы исследования. В диссертационной работе для решения поставленных задач использовались:

- аппарат теории методов Монте-Карло, математического анализа, теории вероятностей;
- спектральный метод моделирования однородных гауссовских случайных процессов и полей;
- численный алгоритм, позволяющий моделировать гауссовские однородные случайные поля с учетом известных значений поля в фиксированных точках;
- метод Юла-Уокера для оценки параметров авторегрессионной модели случайных процессов;
- алгоритмы оценивания среднего числа выбросов случайного процесса выше заданного уровня и средней длительности интервалов между выбросами случайного процесса;
- языки программирования Pascal и Matlab для написания вычислительных программ.

Основные положения, выносимые на защиту:

- семейство численных алгоритмов моделирования поверхности морского волнения, основанных на спектральном разложении;
- результаты исследований точности спектральных моделей поверхности морского волнения;
- результаты численного стохастического моделирования поверхности морского волнения с аномально высокими волнами.
- результаты исследования сходимости спектральных и условных спектральных моделей морской поверхности.

Личный вклад автора состоит в участии в постановке задач, решаемых в диссертации, исследовании свойств рассматриваемых процессов, разработке комплекса вычислительных программ для проведения численных экспериментов и обсуждении полученных результатов. Автор участвовал в подготовке научных публикаций, выступал на научных семинарах и конкурсах с материалами работы.

Достоверность полученных результатов. В диссертационной работе использованы научные методы обоснования полученных результатов и выводов. Проведены теоретические исследования и соответствующие численные эксперименты. Результаты прошли научное рецензирование в процессе публикации в ведущих отечественных журналах. Материалы работы докладываются

лись и обсуждались со специалистами в области моделирования стохастических процессов на ведущих российских и международных конференциях.

Апробация работы Полученные результаты исследовательской работы докладывались и обсуждались на Всероссийской конференции «Актуальные проблемы вычислительной математики и математического моделирования» (Новосибирск, 2012 г.), 50-ой и 51-ой Международных научных студенческих конференциях «Студент и научно-технический прогресс» (Новосибирск, 2012, 2013 гг.), конференциях молодых ученых ИВМиМГ СО РАН (Новосибирск, 2013, 2014 гг.), The Seventh International Workshop on Simulation (Римини, 2013 г.), The Second International Workshop «Applied Methods of Statistical Analysis. Applications in Survival Analysis, Reliability and Quality Control» (Новосибирск, 2013), The Eighth International Workshop on Simulation (Вена, 2015 г.) The Third International Workshop «Applied Methods of Statistical Analysis. Nonparametric Approach - AMSA'2015» (Белокуриха, 2015), Международной научной конференции «Вычислительная и прикладная математика 2017» (Новосибирск, 2017), The Ninth International Workshop on Simulation (Барселона, 2018), Международной конференции «Вычислительная математика и математическая геофизика», посвященной 90-летию со дня рождения академика А. С. Алексеева (Новосибирск, 2018), Международной конференции «Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики 2019» (Новосибирск, 2019).

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 16 работ [1–16], из них 4 статьи в журналах из списка ВАК, зарегистрирован «Программный комплекс для численного моделирования стохастической структуры морской поверхности» [17] и разработан электронный ресурс [18].

Структура и объём работы. Диссертационная работа состоит из введения, 3 глав, заключения, списка обозначений, списка использованной литературы и приложений. Объём диссертационной работы – 102 страницы, в том числе 28 рисунков, 9 таблиц. В списке литературы содержится 110 наименований на русском и английском языках.

Содержание работы

В **введении** обоснована актуальность исследования, его цели и задачи, научная и практическая значимость полученных результатов, а также изложено краткое содержание диссертации по главам.

В **первой главе** диссертационной работы разрабатываются и изучаются спектральные модели поверхности морского волнения, особое внимание уделено пространственным и пространственно-временным моделям. В п. 1.1 приводится общая информация о спектральных моделях гауссовских однородных случайных полей и их свойствах, рассматриваются три вида спектральных моделей, которые используются в работе для численного моделирования поверхности морского волнения.

В п. 1.2 предлагается алгоритм моделирования пространственной структуры поверхности морского волнения в фиксированный момент времени, которая может быть описана однородным гауссовским случайным полем возвышений относительно среднего уровня $u(x, y)$, однозначно задаваемым спектральной плотностью

$$f_{\lambda\nu}(\lambda, \nu) = \frac{1}{2\rho} \sqrt{\frac{g}{\rho}} S(\mu) Q(\phi, \mu),$$

где g – ускорение свободного падения, $S(\mu)$ – частотный спектр и $Q(\phi, \mu)$ – угловой спектр волнения,

$$\mu = \sqrt{g\rho}, \quad \rho = \sqrt{\lambda^2 + \nu^2}, \quad \phi = \arg(\lambda + i\nu).$$

Будем предполагать, что спектральная плотность поля $u(x, y)$ сосредоточена в области $\Lambda = (0, A) \times (-B, B)$. Пространственную спектральную модель поля $u(x, y)$ вида

$$u_{mn}(x, y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_{ij} [\xi_{ij} \cos(\lambda_{ij}x + \nu_{ij}y) + \eta_{ij} \sin(\lambda_{ij}x + \nu_{ij}y)],$$

где ξ_{ij} , η_{ij} – независимые стандартные нормальные случайные величины, со спектральной областью, в которой сосредоточена спектральная плотность поля $u_{mn}(x, y)$,

$$\Lambda^{mn} = (0, A_{mn}) \times (-B_{mn}, B_{mn}) \subseteq \Lambda$$

будем называть **пространственной моделью СММП**. В диссертационной работе исследуются модели трех видов:

СММП-Н: векторы (λ_{ij}, ν_{ij}) , выбираются в центрах прямоугольных областей Λ_{ij}^{mn} и

$$a_{ij}^2 = \iint_{\Lambda_{ij}^{mn}} f_{\lambda\nu}(\lambda, \nu) d\lambda d\nu, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m;$$

СММП-Р₁: векторы (λ_{ij}, ν_{ij}) моделируются независимо по распределениям, индуцированным спектральной плотностью $f_{\lambda\nu}(\lambda, \nu)$ в соответствующих множествах Λ_{ij}^{mn} и

$$a_{ij}^2 = \iint_{\Lambda_{ij}^{mn}} f_{\lambda\nu}(\lambda, \nu) d\lambda d\nu, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m;$$

СММП-Р₂: векторы (λ_{ij}, ν_{ij}) независимы в совокупности, одинаково распределены в области Λ^{mn} по распределению с плотностью, пропорциональной $f_{\lambda\nu}(\lambda, \nu)$, и

$$a_{ij}^2 = \frac{\iint_{\Lambda^{mn}} f_{\lambda\nu}(\lambda, \nu) d\lambda d\nu}{mn}, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m.$$

В п. 1.3 изучаются пространственно-временные спектральные модели СММП $w_{mn}(x, y, t)$ поля $w(x, y, t)$. Для перехода от пространственной к пространственно-временной модели используется дисперсионное соотношение, которое для глубокой воды имеет вид:

$$\mu^2 = g\sqrt{\lambda^2 + \nu^2},$$

где μ – временная частота, λ, ν – пространственные частоты монохроматической морской волны, g – ускорение свободного падения.

Во **второй главе** проводится исследование спектральных моделей поверхности морского волнения. В п. 2.1 исследуются свойства спектральных моделей морской поверхности в зависимости от выбранного размера спектральной области. В п. 2.2 изучается

точность спектральных моделей поверхности морского волнения методом, основанным на вычислении погрешности воспроизведения корреляционной функции

$$R(x, y, t) = \int_{\mathbb{R}^2} \cos(\lambda x + \nu y + \sqrt{g\sqrt{\lambda^2 + \nu^2}t}) f_{\lambda\nu}(\lambda, \nu) d\lambda d\nu$$

для нерандомизированных моделей и оценке «среднего отклонения» корреляционных функций для рандомизированных моделей.

В п. 2.3 проводится сравнение оценок функционала для моделей поверхности морского волнения. В качестве функционала рассматривается средняя длительность интервалов между выбросами случайного процесса выше заданного уровня.

В п. 2.4 изучается сходимость моделей семейства СММП. Основные результаты представлены в теореме.

Теорема. Предположим, что для спектрального пространства Λ случайного поля $u(x, y)$ и спектральных областей Λ^{mn} пространственных моделей СММП $u_{mn}(x, y)$ выполняется условие: $\Lambda^{mn} = \Lambda$. Тогда для пространственных и соответствующих им пространственно-временных моделей СММП-Н, СММП-Р₁ и СММП-Р₂ при $n \rightarrow \infty$ и $m \rightarrow \infty$ справедливо:

1. конечномерные распределения пространственных и пространственно-временных моделей СММП-Н, СММП-Р₁ и СММП-Р₂ сходятся в смысле сходимости конечномерных распределений;
2. пространственные и пространственно-временные модели СММП-Н, СММП-Р₁ и СММП-Р₂ слабо сходятся в пространстве $\mathbb{C}^p(K)$, где K – компакт в $\mathbb{R}^2$ и $p \in \{0, 1, \dots\}$;
3. пространственные и пространственно-временные модели СММП-Н, СММП-Р₁ и СММП-Р₂ слабо сходятся в пространстве $\mathbb{L}^p(K)$, где K – компакт в $\mathbb{R}^2$ и $p \geq 1$.

В главе 3 диссертационной работы для моделирования поверхности морского волнения с аномально высокими волнами

применяются условные спектральные модели. В п. 3.1 приводятся общие сведения об условных спектральных моделях гауссовских полей и их свойствах. В п. 3.2. описывается применение условных спектральных моделей для моделирования морской поверхности с гигантскими океаническими волнами. Допустим, что поле $u(x, y)$ проходит через фиксированные точки:

$$u(x_l, y_l) = b_l, \quad l = 1, \dots, L.$$

Тогда условная спектральная модель поля $u(x, y)$ принимает вид:

$$u_{mn}(x, y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_{ij} [\xi_{ij} \cos(\lambda_{ij}x + \nu_{ij}y) + \eta_{ij} \sin(\lambda_{ij}x + \nu_{ij}y)],$$

где величины ξ_j и η_j построены при линейном условии

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p_{ij}\xi_{ij} + q_{ij}\eta_{ij} &= b_l^u, \quad l = 1, \dots, L^u, \\ p_{ij} &= a_{ij} \cos(\lambda_{ij}x + \nu_{ij}y), \quad q_{ij} = a_{ij} \sin(\lambda_{ij}x + \nu_{ij}y). \end{aligned}$$

По аналогии с моделями СММП в диссертационной работе рассматривается три вида условных спектральных моделей морской поверхности **УСММП**.

В п. 3.3 изучается сходимость моделей УСММП. Доказана сходимость конечномерных распределений и слабая сходимость рассматриваемых моделей в функциональных пространствах $\mathbb{L}^p$ и $\mathbb{C}^p$.

В п. 3.4. оценивается частота возникновения аномально высоких волн. Применяемый здесь подход основан на анализе спектра волнения и позволяет использовать как теоретические данные, так и данные наблюдений.

Заключение содержит перечень основных результатов диссертационной работы.

В дополнение к основному материалу диссертационная работа содержит приложения. В **приложении А** приводятся сведения об аппроксимациях частотных и угловых спектров морского волнения, используемых в работе для построения и изучения моделей морской поверхности. В **приложении Б** приведены краткие

сведения о природном явлении, получившем название «волны-убийцы», для моделирования которого в диссертационной работе используются условные спектральные модели. В **приложении В** приведена шкала Бофорта, которая в диссертационной работе используется для обсуждения адекватности полученных результатов моделирования поверхности морского волнения.

Диссертационная работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, гранты 15-01-01458 и 18-31-00159.

Автор выражает искреннюю признательность и благодарность научному руководителю д.ф.-м.н. Сергею Михайловичу Пригарину за постоянное внимание к работе и ценные советы, чл.-кор. РАН Геннадия Алексеевичу Михайлову и д.ф.-м.н. Василию Александровичу Огородникову за поддержку и содействие в решении задач, д.ф.-м.н. Ефиму Наумовичу Пеленовскому и д.ф.-м.н. Алексею Викторовичу Слюняеву за предоставленную запись «Новогодней волны», д.ф.-м.н. Роману Вячеславовичу Шамину за полезные обсуждения.

Заключение

Сформулируем основные результаты диссертационной работы.

1. Разработаны пространственные, пространственно-временные модели поверхности морского волнения и соответствующие алгоритмы численного моделирования, основанные на спектральном разложении случайных функций и полей. Разработан и зарегистрирован «Программный комплекс для численного моделирования стохастической структуры морской поверхности». Спектры моделей могут быть оценены по натурным записям волнений, либо могут быть использованы известные теоретические аппроксимации.
2. Изучено влияние размеров выбираемой спектральной области на точность воспроизведения дисперсии моделируемых случайных полей. Исследованы погрешности спектральных

моделей, основанные на оценке точности воспроизведения корреляционных структур для нерандомизированных моделей и среднего отклонения корреляционных функций в рандомизированном случае. Проведено сравнение оценок изучаемых функционалов для различных спектральных моделей морской поверхности.

3. Предложены алгоритмы численного моделирования случайной поверхности с аномально высокими волнами на основе условных спектральных моделей. Изучены подходы к оценке частоты появления выбросов случайных полей различной высоты, в том числе и аномально высоких, на основе изучения свойств спектра моделей. Разработана методика оценки частоты возникновения высоких волн на заданном участке или за фиксированный промежуток времени.
4. Изучена сходимость рассматриваемых вычислительных моделей случайной поверхности, в том числе и моделей с аномально высокими волнами. Доказана сходимость конечно-мерных распределений для соответствующих спектральных моделей и условных спектральных моделей. Доказаны слабая сходимость рассматриваемых моделей в функциональных пространствах $\mathbb{L}^p$ и $\mathbb{C}^p$.

Список литературы

- [1] Литвенко К.В. Вычисление среднего числа гигантских океанических волн. Материалы юбилейной 50-й международной научной студенческой конференции «Студент и научно-технический прогресс».
- [2] Литвенко К.В. Моделирование гигантских океанических волн с помощью схем авторегрессии. Материалы 51-й международной научной студенческой конференции «Студент и научно-технический прогресс», редакционно-издательский центр НГУ, Новосибирск, 2013, С. 171.

- [3] Литвенко К.В. Исследование спектральной методики оценки частоты появления аномально высоких океанических волн. Тезисы Международной конференции "Вычислительная математика и математическая геофизика" посвященной 90-летию со дня рождения академика А. С. Алексеева (1–5 июля 2019 г.) - Новосибирск : ИПЦ НГУ, 2019, С. 71.
- [4] Литвенко К.В., Пригарин С.М. Численные стохастические модели поверхности морского волнения и гигантских океанических волн, Сибирский журнал вычислительной математики, 2014, Т.17, № 4, С. 349-361.
- [5] Литвенко К.В., Пригарин С.М. Сходимость спектральных моделей морской поверхности и волн-убийц. Тезисы международной научной конференции «Вычислительная и прикладная математика 2017 (ВПМ 2017)». Новосибирск: Омега Принт, 2017. С. 77-78.
- [6] Литвенко К.В., Пригарин С.М. Численные условные спектральные модели океанических волн-убийц: примеры и сходимость. Марччуковские Научные Чтения – 2018. Тезисы Международной конференции "Вычислительная математика и математическая геофизика" посвященной 90-летию со дня рождения академика А. С. Алексеева.
- [7] Пригарин С.М., Литвенко К.В. Численное моделирование и оценка частоты появления аномально высоких океанических волн. Труды всероссийской конференции «Актуальные проблемы вычислительной математики и математического моделирования».
- [8] Litvenko K.V. Observations-based stochastic simulation of the sea surface undulation and extreme ocean waves. Applied Methods of Statistical Analysis. Applications in survival analysis, reliability and quality control – AMSA'2013, Proceedings of the international workshop. – Novosibirsk: NSTU publisher, 2013, P.145-153

- [9] Litvenko K.V., Prigarin S.M. The error analysis for spectral models of the sea surface undulation. Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling, 2014, V.29, No.4, P.239-250
- [10] Litvenko K.V., Prigarin S.M. Numerical models of the sea surface: applications and accuracy. Eighth International Workshop on Simulation in Vienna. Book of Abstracts. Rasch D., Melas V., Pilz J., Moder K., Spangl B. Institute of Applied Statistics and Computing, University of Natural Resources and Life Science, 2015, P. 127-128
- [11] Litvenko K.V., Prigarin S.M. The accuracy and convergence of spectral models for the sea surface and rogue waves simulation. 9th International Workshop on Simulation in Barcelona. Book of Abstracts. Universitat Politècnica de Catalunya - UPC, 2018, P. 65.
- [12] Litvenko K.V., Prigarin S.M., Sagoyakova E.R. The accuracy of spectral models for the sea surface simulation, «Applied methods of statistical analysis. Nonparametric approach». Proceedings of the international workshop, Novosibirsk: NSTU publisher, 2015. P. 400-408.
- [13] Prigarin S.M., Litvenko K.V. Numerical simulation of the sea surface and extreme ocean waves with stochastic spectral models, Proceedings of the International Workshop «Applied Methods of Statistical Analysis. Simulations and Statistical Inference», Novosibirsk: Publishing house of NSTU, 2011, P.394-402.
- [14] Prigarin S.M., Litvenko K.V. Conditional spectral models of extreme ocean waves, Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling, 2012, V. 27, No. 3, P. 289-302.
- [15] Prigarin S.M., Litvenko K.V. Simulation of extreme ocean waves by peaks of random functions. Seventh International Workshop on Simulation. Book of Abstracts, 2013, P. 300-301

- [16] Литвенко К.В., Пригарин С.М. Сходимость численных спектральных моделей поверхности морского волнения, Сибирский журнал вычислительной математики, 2020, Т.23, № 1, С. 53-67.
- [17] Литвенко К.В., Пригарин С.М. «Программный комплекс для численного моделирования стохастической структуры морской поверхности» // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2013660327 от 30 октября 2013 г. Правообладатель ИВМиМГ СО РАН (RU).
- [18] Моделирование морского волнения и гигантских волн-убийц, [Электронный ресурс]. URL: <http://osmf.sccc.ru/~smp/RogueWaves.WEB/RogueWavesICMMG.htm> (дата обращения 2 марта 2019 г.).