

УТВЕРЖДАЮ

Проректор НГТУ по научной работе  
д.т.н., профессор

Брованов С.В.

“ 20 ” мая 2022 г.



ОТЗЫВ

ведущей организации – ФГБОУ ВО «Новосибирский государственный технический университет» на диссертационную работу Авериной Татьяны Александровны «Алгоритмы статистического моделирования решений стохастических дифференциальных уравнений и систем со случайной структурой», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.07 – вычислительная математика

Результаты диссертационной работы Авериной Татьяны Александровны были обсуждены ведущими специалистами кафедры теоретической и прикладной информатики. По результатам обсуждения диссертационной работы Авериной Татьяны Александровны принято следующее заключение.

### 1. Актуальность темы исследований

Стохастическими дифференциальными уравнениями (СДУ) могут описываться модели динамических систем в самых различных областях науки и техники.

При численном решении СДУ возникают проблемы с устойчивостью применяемых методов решения на больших интервалах времени.

Существующие неявные устойчивые численные методы решения СДУ оказываются очень трудоемкими.

В реальной ситуации на динамическую систему могут влиять случайные факторы, воздействие которых может быть описано с помощью винеровских и пуассоновских процессов. Появляется необходимость построения соответствующих моделей СДУ и алгоритмов моделирования.

В различных сферах сталкиваются с динамическими системами, которые при изменении условий функционирования могут менять свою структуру (различные системы со случайной структурой).

В связи с вышесказанным тема исследований, посвященных построению устойчивых численных методов решения систем СДУ, построению экономичных алгоритмов моделирования общих пуассоновских процессов, применению разработанных методов к статистическому анализу СДУ с пуассоновской составляющей и систем со случайной структурой, а также верификация построенных алгоритмов и сравнение их с известными

алгоритмами на решении практических и тестовых задач, несомненно, является актуальной.

Содержание диссертации соответствует формуле и области исследований (пунктам 1, 2 и 4) паспорта специальности 01.01.07 – вычислительная математика.

## **2. Научная новизна исследований и полученных результатов**

Результаты, полученные в диссертационной работе, опубликованы более чем в 50 работах автора, из которых 22 в журналах из списка, рекомендованного ВАК, и индексируемых в системах Web of Science и/или Scopus, одной монографии и отражены в 2-х свидетельствах о регистрации программ для ЭВМ.

Диссертация объемом 288 страниц включает введение, 4 главы основного содержания, заключение, список использованных источников из 402 наименований.

**Первая глава** диссертации (40 стр.) посвящена вопросам построения численных методов решения задачи Коши для СДУ. Вводятся необходимые понятия и определения. Приводится общий вид рассматриваемого семейства численных методов решения СДУ (в смысле Стратоновича), которое является обобщением методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений типа Розенброка на случай СДУ. Рассматриваемое семейство включает в себя также и двухстадийные методы Рунге–Кутты, обобщенные для решения СДУ. Получены разложения в ряд Тейлора точного и численного решений задачи Коши для системы СДУ. Приведены уравнения согласованности и получено их решение, доказаны теоремы о слабой и среднеквадратической сходимости построенных методов. Свободные параметры методов выбираются, исходя из соображений асимптотической несмещенности. Рассмотрена задача Коши для СДУ с пуассоновской составляющей. Сформулирован принцип построения статистического алгоритма для решения этой задачи, который требует моделирования общего пуассоновского процесса, зависящего от времени и вектора фазовых координат. Рассматриваются СДУ с первым интегралом. Доказывается теорема о точности вычисления решения на многообразии методом, имеющим сильную сходимость при условии, что точное решение с вероятностью единица лежит на гладком многообразии. Так как вследствие погрешности численного метода решение не остается на многообразии, строится методика коррекции численного метода, позволяющая решению оставаться на многообразии.

Во **второй главе** диссертации (25 стр.) рассматриваются вопросы построения экономичных алгоритмов моделирования пуассоновского точечного ансамбля. Для повышения эффективности моделирования пуассоновских точечных ансамблей со сложной интенсивностью рассматриваются два экономичных способа моделирования последовательности независимых дискретных случайных величин. Доказывается теорема, являющаяся обоснованием многоэтапного варианта специального способа моделирования независимых дискретных случайных величин с использованием одного базового случайного числа. В качестве второго экономичного способа рассмотрен метод А.А. Сидорова, основанный на использовании конечного числа случайных «битов». В результате построены экономичные алгоритмы статистического моделирования неоднородного пуассоновского ансамбля со сложной интенсивностью. Кроме того, рассмотрены также способы приближенного моделирования пуассоновских ансамблей. Рассмотрен

приближенный экономичный алгоритм, связанный с использованием конечного числа случайных «битов» в схеме Бернулли, исследована его трудоемкость, доказана теорема о слабой сходимости соответствующего пуассоновского ансамбля к точечному. Далее строятся, исследуются и оптимизируются алгоритмы моделирования пуассоновских точечных потоков. Рассматриваются еще два алгоритма моделирования таких потоков, первый из которых базируется на моделировании обобщенной экспоненциальной плотности вероятности временных интервалов между соседними точками пуассоновского потока, а второй приближенный использует свойство ординарности пуассоновского потока. Эти алгоритмы также оптимизируются на основе способа, обоснованного доказанной теоремой. В заключение, алгоритмы, построенные для моделирования пуассоновского точечного ансамбля, записаны в форме, необходимой для моделирования общего пуассоновского процесса, идентифицируемого с пуассоновской мерой.

В **третьей главе** диссертации (39 стр.) рассматривается и построение статистических алгоритмов моделирования систем со случайной структурой. Приводится классификация систем со случайной структурой, формулируется общая постановка задачи анализа систем со случайной структурой в терминах СДУ, а также уравнений для безусловных и условных плотностей вектора состояния. Описываются основные вероятностные характеристики решения и их статистические оценки. Рассматривается задача анализа систем со случайной структурой с распределенными переходами. Строятся алгоритмы статистического моделирования процесса смены структуры и алгоритмы моделирования систем со случайной структурой с зависимыми и независимыми переходами, доказывающиеся теорема сходимости. Описываются алгоритмы статистического моделирования систем с разделением времени и автономным управлением. Рассматриваются алгоритмы статистического моделирования систем со случайной структурой и сосредоточенными переходами. Рассматривается условная оптимизация статистических алгоритмов, использующих численные методы решения СДУ.

**Четвёртая глава** диссертации (126 стр.) посвящена результатам апробации разработанных численных методов и алгоритмов статистического моделирования. Приводится сравнительный анализ точности восьми численных методов решения СДУ на трех системах СДУ, решения которых с вероятностью 1 находятся на заданных цилиндрических поверхностях второго порядка (эллиптическом, гиперболическом и параболическом цилиндрах). Подтверждается первый порядок сильной сходимости построенных методов на системах СДУ с одним шумом. Подтверждено, что системы СДУ с первым интегралом можно использовать для тестовых расчетов с целью изучения сильной сходимости численных методов. Показано сохранение первого интеграла при проецировании приближенного решения на многообразие. Проведен сравнительный анализ алгоритмов моделирования пуассоновских процессов и показана эффективность разработанных модификаций этих алгоритмов. Проведен сравнительный анализ приближенных алгоритмов моделирования пуассоновских процессов, построенных на основе свойства ординарности. Проведен сравнительный анализ алгоритмов моделирования систем со случайной структурой с распределенными переходами, рассмотрены задачи управления техническими объектами. Полученные результаты сравниваются с известными приближенными методами. Рассматривается задача о влиянии степени приоритета на качество управления. Проведен статисти-

стический анализ систем со случайным периодом квантования сигналов во времени. Проведена апробация метода максимального сечения в задаче фильтрации диффузионно-скачкообразных процессов и в случае непрерывных систем с марковскими переключениями. Проведена апробация асимптотически несмещенного метода на тестовых задачах с фазовыми переходами.

В **заключении** формулируются основные результаты, полученные в работе, отмечаются перспективы использования построенных алгоритмов статистического моделирования СДУ, систем со случайной структурой и других разработанных алгоритмов.

Все основные результаты диссертации опубликованы, апробированы на внушительном ряде научных конференций и семинаров, в том числе международных.

Диссертация написана в хорошем стиле, изложение четкое и грамотное.

Автореферат отражает основное содержание диссертации.

### **3. Обоснованность и достоверность полученных результатов**

Достоверность полученных соискателем результатов подтверждается строгостью доказательства основных положений, корректностью применения математического аппарата, подтверждением теоретических выводов результатами численного (статистического) моделирования.

Результаты автора не противоречат и согласуются с результатами предшественников, полученными при моделировании и решении аналогичных задач.

### **4. Научная и практическая ценность основных положений диссертации**

Научная новизна диссертации заключается в том, что:

- построено семейство численных методов решения систем СДУ, для которого исследована согласованность, устойчивость, слабая сходимость и сходимость в среднеквадратическом;
- доказано, что численный метод решения СДУ, имеющий сильную сходимость численного решения к точному, сохраняет порядок сходимости при решении систем СДУ с первым интегралом, что позволяет эффективно тестировать соответствующий метод;
- построены модифицированные численные методы решения СДУ, сохраняющие первый интеграл, в которых обеспечивается принадлежность моделируемых траекторий решения СДУ заданному гладкому многообразию;
- проведено сравнение построенных численных методов решения СДУ с известными численными методами;
- построены алгоритмы статистического моделирования неоднородных пуассоновских точечных ансамблей и исследована их трудоемкость;
- построен специальный экономичный способ моделирования последовательности дискретных случайных величин, повышающий эффективность моделирования пуассоновских ансамблей со сложной интенсивностью;
- опираясь на численные методы решения СДУ и алгоритмы моделирования пуассоновских точечных ансамблей, построены статистические алгоритмы моделирования систем со случайной структурой.

Практическая ценность диссертационной работы заключается в том, что разработанные алгоритмы и их эффективность продемонстрированы при решении тестовых и модельных задач (задач фильтрации диффузионно-скачкообразных процессов, моделирования непрерывных систем с марковскими переключениями, моделированием систем, связанных с вопросами фазовых переходов).

## **5. Рекомендации по возможности использования результатов и выводов диссертации**

Результаты диссертационной работы Авериной Т.А., в частности, построенные устойчивые алгоритмы статистического моделирования СДУ и систем со случайной структурой могут использоваться для моделирования и исследования систем в различных областях науки и техники, где процессы описываются подобными моделями.

## **6. Замечания по диссертационной работе**

По представленной диссертации Авериной Т.А. могут быть сделаны следующие замечания:

1. По структуре диссертации следует отметить существенную «неравноценность» глав: 4-я глава в 1.25 раза превышает суммарный объём первых 3-х глав. На наш взгляд, было бы целесообразно разбить её, например, на 2, ограничив 1-ю из них параграфами, связанными со сравнительным анализом алгоритмов.

2. Рисунки качественные, но далеко не на всех из них присутствуют обозначения на осях координат, в чём чувствуется необходимость.

3. На наш взгляд, желательны выводы по главам, конкретизирующие результаты, полученные в соответствующей главе.

4. На стр. 85. Верная ссылка на указанный источник [145], а не [143].

5. Название рисунков 4.52, 4.53: правильное будет, гистограммы распределений (построенные по выборкам), но не гистограммы плотности вероятности распределений.

6. Относительно этих же рисунков вызывает интерес возможный вид соответствующих законов?

7. В диссертации присутствует, но крайне незначительное число опечаток.

Сделанные замечания не снижают научной и практической ценности диссертации, носят в основном характер пожеланий и не влияют на общую положительную оценку результатов исследований.

## **7. Заключение о работе**

Представленная диссертация является завершённой научно-квалификационной работой, содержит подходы к решению важной научной задачи, имеющей большую практическую значимость, и выполнена на высоком научном уровне. Представленные в работе исследования обладают научной новизной и достоверностью, все полученные выводы научно обоснованы. Основные положения диссертационной работы достаточно полно освещены в научных публикациях автора. Автореферат соответствует содержанию диссертации.

Вышесказанное позволяет утверждать, что диссертационная работа Авериной Татьяны Александровны соответствует требованиям п.9 «Положения о по-

рядке присуждения ученых степеней» ВАК, предъявляемым к докторским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.07 – вычислительная математика.

Отзыв заслушан, обсужден и одобрен на заседании кафедры теоретической и прикладной информатики НГТУ (протокол № 4 от 19 мая 2022 г.).

Профессор кафедры теоретической  
и прикладной информатики.

д.т.н., профессор

19.05.2022



Лемешко Борис Юрьевич

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Новосибирский государственный технический университет», 630073, Новосибирск, пр-т К. Маркса, 20, тел. (383) 346–50–01, rector@nstu.ru, www.nstu.ru

Подпись д.т.н., профессора Б.Ю. Лемешко заверяю,  
ученый секретарь ФГБОУ ВО НГТУ



Г.М. Шумский