

ОТЗЫВ

официального оппонента

на диссертацию Авериной Татьяны Александровны

«Алгоритмы статистического моделирования решений стохастических

дифференциальных уравнений и систем со случайной структурой»,

представленную на соискание ученой степени доктора физико-

математических наук

по специальности 01.01.07 – Вычислительная математика

Диссертация Т.А. Авериной посвящена актуальной проблеме современной вычислительной математики – разработке алгоритмов моделирования процессов в системах со случайной структурой. Она состоит из 4-х глав. Три первых главы (с. 20-120) по своему объему составляют первую половину диссертации, четвертая глава (с. 124-252) – вторую. Обе эти части написаны в разном ключе. Первая из них имеет прозрачную структуру, по стилю, более характерному для учебного пособия (содержится ряд общеизвестных определений – винеровского процесса, стохастического интеграла, сильной и слабой сходимости и др.), в ней сформулированы основные результаты диссертации: построены и теоретически обоснованы алгоритмы статистического моделирования решений стохастических дифференциальных уравнений и систем со случайной структурой. Вторая часть (четвертая глава) включает девять больших параграфов, посвященных проверке разработанных алгоритмов на решении тестовых и прикладных задач. В частности, параграф 4.9 посвящен решению весьма важной задачи для математической физики – задачи о фазовых переходах.

Первая глава посвящена в основном построению численных методов решения СДУ в смысле Стратоновича, исследованию их устойчивости, сходимости, построению модифицированных алгоритмов решения этих же уравнений.

Теорема 1.1 (с. 23) устанавливает условия существования и единственности задачи Коши для СДУ в смысле Ито. Справедливо отмечается, что в зависимости от того, в каком смысле (Ито или Стратоновича) понимается интеграл по винеровскому процессу, в таком смысле будут пониматься и стохастические дифференциальные уравнения (1.1) и (1.2). Связь между этими интегралами позволяет осуществить переход между соответствующими условиями в обоих представлениях.

В параграфе 1.2 приводится общий вид рассматриваемого семейства численных методов решения СДУ в смысле Стратоновича. Семейство методов (1.7) является обобщением методов типа Розенброка для решения обыкновенных дифференциальных уравнений на случай стохастических дифференциальных уравнений. Оно также включает в себя и двухстадийные методы Рунге–Кутты, обобщенные для решения СДУ. Получены разложения в обобщенный ряд Тейлора точного и численного решений задачи Коши для системы СДУ в смысле Стратоновича, с использованием весьма сложной техники стохастического дифференцирования.

Следующая теорема 1.2 (с. 37) касается асимптотически несмещенных и гамма-асимптотически смещенных численных методов, содержащихся в семействе (1.7), и налагаемым на их параметры условиям. Для этого же семейства (1.7) проводятся доказательства теорем 1.3-1.5 о среднеквадратической и слабой сходимости. Построены конкретные асимптотически несмещенные численные методы решения стохастических дифференциальных уравнений в смысле Стратоновича.

В параграфе 1.3 рассмотрена задача Коши для СДУ с пуассоновской составляющей. Сформулирован принцип построения статистического алгоритма для ее решения. Завершает первую главу параграф 1.4, в котором рассматриваются СДУ с первым интегралом. Доказана теорема о точности вычисления решения на многообразии численным методом, имеющим сильную сходимость, при условии, что точное решение с вероятностью единица лежит на гладком многообразии. Это дает возможность тестирования разработанных алгоритмов решения СДУ.

Вторая глава посвящена построению экономических алгоритмов моделирования пуассоновского точечного ансамбля. Для этого в параграфе 2.1 формулируются и доказываются теоремы 2.1 и 2.2, относящиеся к моделированию дискретных случайных величин специального типа. Доказана также теорема о слабой сходимости приближенного ΔV - пуассоновского ансамбля. В центре внимания диссертанта – модификация метода максимального сечения, эффективного для решения задач о прохождении излучения (сигнала) в неоднородной среде. В следствии к теореме 3.1. автор справедливо замечает, что метод максимального сечения основан на правиле прореживания пуассоновского точечного потока (с. 104).

Третья глава диссертационной работы посвящена построению статистических алгоритмов моделирования систем со случайной структурой на основе построенных численных методов решения стохастических дифференциальных уравнений и алгоритмов моделирования пуассоновских ансамблей. Доказана теорема сходимости. Проведена условная оптимизация построенных статистических алгоритмов.

Четвертая глава, в отличие от трех предыдущих, не содержит новых теорем. В перечне выносимых на защиту положений (п. 8) диссертант пишет: «Разработанные алгоритмы ... продемонстрированы на примере решения тестовых и ряда модельных задач, имеющих прикладное значение. Решены задачи фильтрации диффузионно-скачкообразных процессов и непрерывных систем с марковскими переключениями, а также задачи, связанные с вопросами фазовых переходов». Примеры, действительно, приведены, примеры интересные, в прикладном отношении бесспорно актуальные, сопровождаемые подробным описанием алгоритмов, формулами, графиками, таблицами.

Научная новизна состоит в том, что автором разработаны новые методы и алгоритмы моделирования процессов в системах со случайной структурой, основанные на предложенных автором численных методах решения СДУ и новых модификациях методов моделирования пуассоновских точечных ансамблей. Обоснованность этих результатов базируется на доказанных теоремах и тестировании алгоритмов путем решения различных задач.

Практическая ценность этой работы связана с многочисленными приложениями, для которых математическая модель описывается СДУ со случайными изменениями правой части.

Замечания:

1. Желательно дополнить критический анализ современного состояния в области численного решения СДУ, который опирается в диссертации на отсылку к двум монографиям (Мильтштейн, Третьяков 2004) и (Platen et al 2010), что, конечно, не компенсирует отсутствие собственного обзора свежих результатов по избранной проблеме и под углом зрения собственных намерений. На страницах 6-7 диссертации упоминаются еще несколько работ без детального разбора и оценки их результатов. На с. 8 автор несколько раз обращается к списку литературы простым перечислением номеров списка в общих квадратных скобках, а было бы полезно давать индивидуальные комментарии к каждой работе. Это обеспечило бы лучшее понимание мотивации проблемы и ее актуальность. Удивительно, но даже работа С.М. Пригарина «Новые подходы к построению численных методов решения стохастических дифференциальных уравнений» / ВЦ СО РАН. Препринт № 1020. Новосибирск, 1994, выполненная в том же учреждении и по своему названию почти совпадающая с названием диссертации Т.А. Авериной, не нашла никакого отражения в тексте её диссертации.

2. Избранная автором форма изложения («построено семейство, исследована согласованность, устойчивость, слабая сходимость, и сходимость в среднеквадратическом смысле, построены модифицированные численные методы...проведено сравнение построенных методов с известными...построены статистические алгоритмы...») сообщают, скорее, о том, что *делалось*, а не о том, что *получено*. Когда упоминается о сравнении (важный критический момент оценки качества нового алгоритма), автор для некоторых алгоритмов избегает говорить, *что же показало сравнение*.
3. Теоремы 3.4 и 3.5, имеющие очевидно прагматическую направленность, сегодня представляются слишком упрощенными. Коль скоро речь идет о моделировании стохастических процессов в сложных системах, то целесообразно было бы проводить анализ предельной трудоемкости современных параллельных вычислений, что, в прочем, можно рассматривать как пожелание на будущее.
4. Недостаток для четвертой главы: не все задачи сформулированы, как объект исследования в этой главе, а это, в свою очередь, затрудняет формулировку выводов и рекомендаций для некоторых задач (к слову, раздел с названием «Выводы и рекомендации», которому бы самое место в конце 4-й главы, приходится искать в общем заключении к диссертации). Лишь внутри текста (п. 4.4) даны четыре рекомендации общего порядка для одного алгоритма моделирования, да в разделе Публикации указано, что выводы диссертационного исследования отражены в опубликованных работах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

Представленная к защите диссертация Т.А. Авериной посвящена актуальным проблемам современной вычислительной математики – принципиальным вопросам моделирования стохастической динамики сложных систем.

Как и любой большой труд, диссертация Т. А. Авериной не лишена недостатков, которые были отмечены выше. В целом же, работа выполнена на высоком научном уровне и характеризует соискателя как сложившегося ученого, известного в Российских и международных научных кругах оригинальными результатами, изложенными в высокорейтинговых изданиях, непрямого участника международных конференций. Защищаемые научные положения, представленные в форме теорем и следствий из них, точно сформулированы, скрупулезно доказаны и абсолютно достоверны.

Важной частью диссертационной работы является четвертая глава, в которой на актуальных примерах показано применение полученных в предыдущих главах теоретических результатов. Более сотни рисунков, диаграмм и таблиц, содержащий 400 наименований библиографический список – все это в совокупности делает диссертацию Т.А. Авериной ценным справочным материалом для продолжения развиваемого ей научного направления.

Все вышеизложенное свидетельствует о том, что представленная работа «Алгоритмы статистического моделирования решений стохастических дифференциальных уравнений и систем со случайной структурой», полностью удовлетворяет установленным требованиям к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, а ее автор – Татьяна Александровна Аверина – заслуживает присуждения ей ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.07 – Вычислительная математика.

Официальный оппонент

Учайкин Владимир Васильевич

Доктор физико-математических наук,

Специальность 01.04.12-геофизика,

01.04.16-физика атомного ядра и элементарных частиц

Профессор, зав. кафедрой теоретической физики

Ульяновского государственного университета

432970, г. Ульяновск, ул. Льва Толстого 42,

Тел. +79876875971

Email: vuchaikin@gmail.com

Подпись Учайкин В.В. заверяю

Дата: 11.05.2022

