

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Авериной Татьяны Александровны «Алгоритмы статистического моделирования решений стохастических дифференциальных уравнений и систем со случайной структурой», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.07- вычислительная математика

Актуальность темы диссертации. Математические модели, используемые в самых различных областях науки и техники: в физике, химии, медицине, статистической механике, радиотехнике, автоматическом управлении, теории надежности и многих других., описываются стохастическими дифференциальными уравнениями (СДУ). В качестве конкретного примера научного направления, где широко применяются СДУ, можно указать теорию коагуляции дисперсных систем, на основе которой описывается образование осадков, туманов и смогов в атмосфере, процессы конденсации, полимеризации и кристаллизации в различных физических системах и др.

В последние два десятилетия важной областью применения СДУ стали системы со случайной структурой (ССС) - динамические системы со случайными изменениями условий функционирования, приводящими к внезапному изменению структуры в целом - к структурной неопределенности. Такие модели появились в социологии, экономике, биологии и медицине, различных технических приложениях.

В общем случае возможности исследования моделей с СДУ аналитическими методами весьма ограничены. Для получения практически значимых результатов, особенно в прикладных областях, используются численные методы решения СДУ, совершенствование и развитие которых составляет важный раздел вычислительной математики. Основным направлением при этом является разработка новых экономичных устойчивых (асимптотически несмещенных) статистических алгоритмов и снижение их трудоемкости. В этой связи тематика диссертации Т.А. Авериной, посвященной разработке методов статистического моделирования применительно к решению СДУ, используемых в теории фазовых переходов, теории управления системами со случайными воздействиями, в системах со случайной структурой и других, несомненно актуальна.

Структура и содержание работы.

Диссертация состоит из Введения, 4 глав, заключения и списка литературы.

Во Введении приведен краткий обзор исследований по теме диссертации, говорится об актуальности разработки новых численных методов для СДУ, сформулированы цели работы, аннотировано содержание диссертации по главам.

Первая глава содержит результаты исследования вычислительных характеристик семейства численных методов для СДУ в смысле Стратоновича, представляющего обобщение класса методов Розенброка на системы СДУ. Введено представление рассматриваемого семейства. Построено разложение точного и численного, полученного на основе методов семейства, решений задачи Коши, в обобщенный ряд Тейлора. Используя эти выражения, исследованы асимптотическая несмещенность и γ – смещенность методов семейства. Соответствующие условия даются Теоремой 1.2. Теоремы 1.3, 1.5 формулируют условия среднеквадратичной и слабой сходимости с первым и вторым порядков для некоторых подмножеств данного семейства численных методов для СДУ.

Далее в главе рассматриваются более общие СДУ, когда к стандартному уравнению относительно винеровского процесса добавляется слагаемое, содержащее интеграл по случайной пуассоновской мере. Предложен способ построения численного решения задачи Коши в рамках данного семейства на временной сетке, адаптированной к моментам скачков.

В заключение главы рассматриваются системы СДУ с заданным первым детерминированным интегралом. Последний в данном случае означает, что с вероятностью единица любая траектория решения остается на гладком многообразии, определяемом интегралом и вектором начального состояния. Для таких систем представляет интерес оценка сохранения первого интеграла при численном интегрировании системы. Соответствующая оценка получена в Теореме 1.8, которая для метода, сильно сходящегося с p -ым порядком, гарантирует отклонение от точного интеграла с тем же порядком. Следствием данного утверждения является возможность проверки порядка сильной сходимости численного метода из данного семейства на решении СДУ с заданным первым интегралом.

Вторая глава посвящена построению и анализу трудоемкости алгоритмов статистического моделирования неоднородных пуассоновских точечных ансамблей. Результаты главы имеют самостоятельное значение в смысле развития общих методов численного моделирования последовательностей дискретных случайных величин, а также позволили построить эффективные алгоритмы для решения СДУ с пуассоновской составляющей и систем со случайной структурой.

Здесь представлены Теоремы 2.1, 2.2, в которых даны экономичные алгоритмы моделирования дискретных случайных величин $\{\eta^{(i)}\}$ с заданным законом распределения. В частном случае для значений $\eta^{(i)} = (0,1)$ эти последовательности являются последовательностями независимых испытаний Бернулли. Эти результаты использованы для повышения эффективности моделирования пуассоновских точечных ансамблей со сложной интенсивностью. Рассмотрены два случая моделирования таких ансамблей, когда плотность имеет либо мажорантное распределение, либо допускает

«расслоение» в виде суммы плотностей, допускающих эффективное моделирование.

Предложенные алгоритмы моделирования пуассоновских точечных ансамблей использованы для моделирования пуассоновских точечных потоков и общего пуассоновского процесса.

В третьей главе диссертации рассматриваются статистические алгоритмы моделирования систем со случайной структурой (ССС). Такие системы описываются СДУ в смысле Стратоновича (Ито), коэффициенты которых меняются в случайные моменты времени в соответствии со целочисленным дискретным случайным процессом $s(t)$ с конечным числом состояний. В зависимости от вида $s(t)$ в диссертации выделены четыре типа СССР.

Важным классом СССР являются системы с распределенными переходами, в которых переходы между структурами заданы интенсивностями переходов, зависящими или независящими от фазовых координат, а моменты перехода образуют пуассоновский точечный поток. Для таких систем в диссертации сформулирован вид распределений времени пребывания системы в данной структуре и номера структуры (Теорема 3.1). На ее основе построен ряд алгоритмов моделирования соответствующих распределений. Для предложенных алгоритмов доказана Теорема 3.3 о порядке слабой сходимости в зависимости от порядка сходимости используемого метода численного решения задачи Коши.

Кроме того, в главе 3 описаны алгоритмы статистического моделирования систем с разделением времени, когда задается распределение временных промежутков между переходами, и систем с сосредоточенными переходами, в которых смена структуры происходит при попадании фазовых координат в заданную область.

В Теоремах 3.4, 3.5 даны оценки минимумов трудоемкости вычисления математического ожидания произвольного функционала от решения и гистограммы решения в зависимости от объема выборки, шага по времени и шага гистограммы для заданной степени точности.

В главе 4 представлены результаты исследований качественных свойств разработанных численных методов решения СДУ и алгоритмов статистического моделирования на основе сравнения с известными альтернативными на ряде модельных и реальных прикладных задач. Глава по объему составляет примерно половину диссертации, что свидетельствует о большой работе, проделанной диссертантом по практической проверке его теоретических результатов.

Проведен сравнительный анализ точности восьми численных методов решения СДУ на трех задачах с непрерывными случайными воздействиями и первыми интегралами, решения которых с вероятностью 1 находятся на

заданных цилиндрических поверхностях второго порядка. В результате был подтвержден первый порядок сильной сходимости построенных методов на денных СДУ. Проведенное сравнение показало, что предлагаемые методы типа Розенброка лучше приближают инвариант системы.

Приведены результаты численных испытаний построенных алгоритмов моделирования систем со случайной структурой для всех четырех классов, выделенных в диссертации: с распределенными параметрами, с разделением времени, с сосредоточенными переходами и со случайным периодом квантования сигнала по времени. В качестве объектов использовались как модельные, так и прикладные задачи. В частности, задачи флуктуационной теории фазовых переходов.

Выполнен сравнительный анализ алгоритмов моделирования пуассоновских процессов. На модельных примерах продемонстрирована эффективность разработанных в диссертации модификаций алгоритмов.

Научная новизна.

1. На основе предложенного в диссертации разложения решений СДУ в обобщенный ряд Тейлора со специальными операторами дифференцирования построено семейство новых стохастических методов численного решения систем СДУ в смысле Стратоновича, для которых исследована согласованность и устойчивость (асимптотическая несмещенность), доказаны слабая сходимость и сходимость в среднеквадратическом смысле.
2. Построены модифицированные численные методы решения СДУ, сохраняющие первый интеграл, обеспечивающие принадлежность моделируемых траекторий решения СДУ гладкому многообразию, задаваемому интегралом.
3. Предложены новые алгоритмы статистического моделирования неоднородных пуассоновских точечных ансамблей со сложной интенсивностью, для снижения трудоемкости которых разработан специальный экономичный способ моделирования последовательности дискретных случайных величин.
4. Созданы эффективные алгоритмы моделирования систем со случайной структурой с распределенными, зависимыми от фазовых координат переходами на основе модифицированного метода максимального сечения. Доказана соответствующая теорема сходимости.
5. Построены и теоретически обоснованы пионерские методы для численного решения СДУ с пуассоновской составляющей в случае, когда пуассоновская мера зависит от времени и от фазовых координат, в том числе для варианта «диффузионно-скачкообразного» процесса с пуассоновским распределением разрывов решения СДУ.

Научная и практическая ценность полученных результатов. Научная и практическая ценность результатов диссертации состоит в том, что разработанные новые подходы и методы численного решения СДУ вносят существенный вклад в методологию исследований в данной области, значительно расширяют круг решаемых на основе СДУ задач, в том числе для важных практических приложений.

Обоснованность и достоверность результатов диссертации. Результаты диссертации получены на базе теории методов Монте-Карло с использованием теории случайных процессов, теории вероятностей, численных методов линейной алгебры. Достоверность и обоснованность теоретических результатов, сформулированных в виде теорем, основана на строгих математических доказательствах и подтверждается численными расчетами. Построенные алгоритмы верифицировались на решениях модельных и прикладных задач.

Апробация результатов. Результаты диссертации опубликованы в 22 статьях, относящихся к перечню ВАК и международным базам данных Scopus и WbS. В частности, в таких авторитетных изданиях, как ДАН, ЖВМ и МФ, СЖВМ. Кроме того, результаты докладывались и обсуждались в течение ряда лет на многочисленных международных и российских конференциях, в том числе по вычислительной математике и методам Монте-Карло, где получили положительную оценку специалистов.

Замечания. Замечания носят редакционный характер.

1. Во Введении обзор ограничен упоминанием о нескольких работах, в том числе, монографий по методам решения СДУ, в результате отсутствует, например, разбор ограниченности спектральных методов, обоснование выбора для разработки семейства методов Розенброка.

Центральное место в диссертации занимают алгоритмы для решения систем со случайной структурой, в том числе с дополнительной пуассоновской составляющей, а также их сравнительные исследования. Было бы естественно уделить этим системам большее место в обзоре. В частности, можно было бы перенести в обзор соответствующие материалы из глав 3,4.

2. В четвертой главе в конце каждого параграфа желательно было поместить краткое, но четкое резюме, фиксирующее результаты сравнения и исследуемых алгоритмов.

По основным результатам диссертации замечаний нет.

Перспективы внедрения результатов диссертации. Построенные в диссертационной работе Т.А. Авериной эффективные статистические алгоритмы моделирования решений стохастических дифференциальных

уравнений (СДУ) и систем со случайной структурой могут быть использованы широким кругом специалистов, работающих в различных областях, где требуется применение численных методов интегрирования СДУ. Разработанные методы и реализующие их программы могут быть внедрены в исследования, проводимые в ФИЦ «Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН», ИВМ им. Г.И. Марчука РАН, ФГУП «РФЯЦ – ВНИИТФ им. Е.И. Забабахина», НИУ «Московский авиационный институт». Новые результаты по СДУ могут быть включены в курсы лекций по вычислительной математике и теории случайных процессов, читаемых в ведущих университетах России, таких как МГУ имени М.В. Ломоносова, СПбГУ, НИУ НГУ, СФУ и др.

Заключение. Оценивая диссертационную работу в целом, можно квалифицировать результаты диссертации Т.А. Авериной как крупный вклад в современный раздел вычислительной математики – стохастические методы решения СДУ, который состоит в создании эффективных алгоритмов статистического моделирования пуассоновских точечных потоков и устойчивых асимптотически несмещенных численных методов, в том числе для актуальных постановок СДУ с пуассоновской составляющей и систем со случайной структурой, для реализации которых разработаны соответствующие программы для ЭВМ. Считаю, что диссертационная работа удовлетворяет требованиям ВАК России, предъявляемым к докторским диссертациям по специальности 01.01.07 - вычислительная математика, и Татьяна Александровна Аверина несомненно заслуживает присуждения ученой степени доктора наук по данной специальности.

Официальный оппонент

/Ю.Н. Григорьев/

доктор физико-математических наук, профессор, специальность 01.02.05 «Механика жидкостей, газа и плазмы», профессор, главный научный сотрудник, лаб. 2.1.1 анализа и оптимизации нелинейных систем, Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий (ФИЦ ИВТ), ФГБНУ.
Отдел вычислительных технологий
630090, г. Новосибирск, пр. академика Лаврентьева, 6,

Тел.: (383) 330-87-45, e-mail: grigor@ict.nsc.ru.

Подпись Григорьева Юрия Николаевича заверяю.

Ученый секретарь ФИЦ ИВТ СО РАН

к.ф.-м.н.

01.06.2022



/Н.В. Киланова /