На правах рукописи

Амбос Андрей Юрьевич

Разработка вычислительных моделей мозаичных случайных сред с приложением в теории переноса излучения

Специальность 01.01.07 —
«Вычислительная математика»

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени

кандидата физико-математических наук

Новосибирск — 2016

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении Высшего профессионального образования «Новосибирский национальный исследовательский государственный университет».

Научный руководитель:
член-корр. РАН, д.ф.-м.н., профессор **Михайлов Геннадий Алексеевич**

Официальные оппоненты:
Учайкин Владимир Васильевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической физики Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения Высшего профессионального образования «Ульяновский государственный университет», г. Ульяновск

Плотников Михаил Юрьевич, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории разреженных газов Федерального государственного бюджетного учреждение науки «Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе» СО РАН, г. Новосибирск

Ведущая организация:
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение Высшего профессионального образования «Новосибирский государственный технический университет», г. Новосибирск

Защита состоится 28 сентября 2016 г. в 17:00 часов на заседании диссертационного совета Д 003.061.01 на базе Федерального государственного бюджетного учреждение науки «Институт вычислительной математики и математической геофизики» СО РАН по адресу: 630090, Новосибирск, проспект академика Лаврентьева, 6.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт вычислительной математики и математической геофизики» СО РАН и на сайте www.sscc.ru.

Автореферат разослан 30 июня 2016 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
Д 003.061.01, д.ф.-м.н.

Рогазинский Сергей
Валентинович

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования.

Существует довольно широкий круг задач естествознания и техники, в основе математических моделей которых лежат случайные процессы. Разработка методов численного статистического моделирования для решения таких задач весьма актуальна, так как соответствующие алгоритмы допускают эффективное распределение вычислений на многопроцессорных ЭВМ. Сравнительная эффективность таких алгоритмов возрастает, если параметры задачи являются случайными полями, то есть фактически рассматриваются задачи с многомасштабной стохастичностью, причём требуется оценить полные средние значения некоторых функционалов.

Логически наиболее простым подходом для оценки изучаемых функционалов при этом является решение серии задач для выбранных реализаций случайного поля параметров с последующим осреднением полученных значений. Однако такой способ оценки для реальных моделей является слишком трудоёмким. В то же время с помощью статистического моделирования можно строить несмещённые оценки n вероятностных моментов решения, используя “метод двойной рандомизации”, в котором для каждой реализации параметрического поля реализуется лишь ограниченное число n траекторий базового случайного процесса.

В рамках такого метода необходимо использовать малотрудоёмкие “реалистические” вычислительные модели случайных полей. В связи с этим в диссертации разработаны многомерные модели экспоненциально коррелированных “разорванных” неотрицательных случайных полей, которые эффективны для решения стохастических задач теории переноса излучения.

Известно, что, как показывают и результаты настоящей работы, стохастическая неоднородность среды существенно усиливает прохождение излучения. Поскольку метод Монте-Карло сравнительно трудоёмок, то для массовых радиационных исследований целесообразно эффективно осреднять радиационную модель, то есть переходить к детерминированным параметрам модели с приближённым сохранением изучаемых осреднённых функционалов. В работе построены выражения указанных детерминированных параметров для случая модельных пуассоновских сред. На основе численного моделирования переноса излучения эти выражения переносятся на реалистические модели сред, что актуально для их практического применения.

Цели исследования.

Построение пуассоновской модели многомерного однородного изотропного мозаичного случайного поля с экспоненциальной корреляционной функцией; сравнение с однородным изотропным мозаичным случайным полем Вороного. Построение на основе мозаичного поля Пуассона реалистической модели разорванного неотрицательного случайного поля с приближённо гауссовским одномерным распределением.

Детальное изучение вероятности прохождения частицы через рассмотренные стохастические среды на основе численного статистического моделирования процесса переноса частиц. Изучение оценки показаний протяжённого нормированного детектора, оценка соответствующего среднего значения и дисперсии, проверка соответствующей эргодической гипотезы. Оценка корреляционной функции поля проходящей радиации. Построение асимптотической, относительно толщины слоя, экспоненциальной оценки осреднённой вероятности прохождения P_t. Исследование влияния корреляционной длины на величину P_t и трудоёмкости моделирования для базовых моделей случайной среды.

Изучение возможности эффективного (относительно величины P_t) осреднения стохастической радиационной модели с использованием "пуассоновости" потока столкновений частицы. Распространение этих результатов на случай реалистических "разорванных" сред с приближённо гауссовским одномерным распределением, реализации которых (относительно влияния на перенос излучения) близки к непрерывным.

Методология и методы исследования.

В диссертационной работе для решения поставленных задач использовались: аппарат теории методов Монте-Карло, математического анализа, теории вероятностей; алгоритм моделирования пуассоновского точечного поля; алгоритм "двойной рандомизации", "метод максимального сечения" и "метод минимального пробега" для численного моделирования траекторий квантов в случайной среде; метод зависимых испытаний на основе распределительного способа использования псевдослучайных чисел; известный "прыгающий" мультипликативный датчик псевдослучайных чисел с модулем 2^{40} и множителем 5^{17} в численных экспериментах; язык программирования C++ для написания вычислительных программ.

Научная новизна

Доказана однородность и изотропность мозаичного поля Пуассона. Построены новые реалистические вычислительные модели разорванных неотрицательных случайных полей с приближённо гауссовскими одномерными распределениями путём суммирования независимых реализаций базовых специально сконструированных ограниченных мозаичных пуассоновских полей. Доказана теорема о предельных значениях функционалов от решения интегрального уравнения переноса при уменьшении корреляционной длины до нулевого значения Для моделирования траекторий частиц в "мозаичных средах" разработаны специальные алгоритмы "метода максимального сечения". Построены приближённые выражения параметров эффективно осреднённой (относительно вероятности прохождения) радиационной модели для пуассоновской модели среды с учётом пуассоновости потока пересечений базовых плоскостей заданным лучом. На основе эвристических соображений и тестовых расчётов эти выражения распространены на случай произвольной стохастической модели среды с теми же вероятностными первым и вторым моментами и степенью заполненности пространства. В работе впервые достаточно точно оценены дисперсии флуктуаций вероятности прохождения, связанных с реализациями среды.

Научная и практическая значимость.

В диссертации изучен многомерный вариант мозаичного поля Пуассона, для которого случайное базовое "мозаичное" разбиение пространства реализуется ансамблем гиперплоскостей, определяемым пуассоновским точечным полем во вспомогательном параметрическом пространстве; значения поля в элементах (ячейках) разбиения выбираются независимо, соответственно заданному одномерному распределению. Показано, что это случайное поле является однородным и изотропным. На основе мозаичного поля Пуассона построена реалистическая модель разорванного неотрицательного практически непрерывного случайного поля с приближённо гауссовским одномерным распределением. В диссертации разработаны специальные геометрические алгоритмы "метода максимального сечения" для моделирования переноса излучения через стохастические среды, моделируемые базовыми полями Пуассона и Вороного.

Практически важно то, что осреднённая вероятность прохождения частиц через стохастическую среду может существенно превышать соответствующую вероятность для детерминированной среды с осреднённой плотностью. Поскольку метод Монте-Карло сравнительно трудоёмок, то отображение этого факта в массовых численных радиационных исследованиях целесообразно осуществлять, используя эффективное осреднение уравнения переноса, то есть создание детерминированной радиационной модели, для которой вероятность прохождения приближённо равна средней вероятности прохождения частицы через стохастическую среду. Разработанное в диссертации для пуассоновской модели поля такое осреднение на основе эвристических соображений приближённо переносится на произвольные поля с той же корреляционной функцией, первыми двумя моментами одномерного распределения и "степенью заполненности". Для тестирования этого приближения используются разработанные в диссертации "реалистические" модели случайных полей, которые получаются путём суммирования независимых реализаций специально сконструированного ограниченного мозаичного поля Пуассона и тем самым допускают эффективное моделирование длины свободного пробега частицы методами максимального сечения и "минимального пробега".

На основе численного исследования показаний протяжённого нормированного детектора частиц показано, что для изучаемых моделей случайных полей выполняется соответствующая эргодическая гипотеза, то есть показание детектора асимптотически, по площади протяжённого нормированного детектора, совпадает с осреднённой вероятностью прохождения. При этом впервые достаточно точно методом двойной рандомизации были оценены не только осреднённые значения, но и соответствующие дисперсии. В диссертации также доказана теорема о предельных значениях функционалов от потока частиц для мозаичных случайных сред, которая, в частности, устанавливает тот практически важный факт, что для среды с малой корреляционной длиной вероятность прохождения близка к соответствующему значению для детерминированного слоя с осреднённой плотностью.

Положения, выносимые на защиту.

Построение многомерного мозаичного поля Пуассона, доказательство его однородности и изотропности. Построение реалистических моделей разорванных неотрицательных случайных полей путём суммирования независимых реализаций базовых специально сконструированных ограниченных мозаичных пуассоновских полей. Геометрические алгоритмы "метода максимального сечения" для моделирования переноса излучения через мозаичные случайные среды.

Построение экспоненциальной асимптотической (по площади протяжённого нормированного детектора) формулы для корреляционной функции поля проходящей радиации, а также экспоненциальной (асимптотической по толщине слоя) формулы для осреднённой вероятности прохождения частицы.

Теоретические и численные оценки значений параметров эффективно осреднённых радиационных моделей для различных вариантов мозаичного поля Пуассона. Распространение, с использованием тестовых расчётов, этих оценок на реалистические модели случайных сред.

Сравнительные численные оценки средних значений и дисперсий вероятности прохождения частицы через мозаичные и реалистические случайные среды.

Исследование дисперсии показания протяжённого нормированного детектора; проверка на этой основе соответствующей эргодической гипотезы.

Вычисление значений коэффициентов экспоненциальной (асимптотической по толщине слоя) формулы для средней вероятности прохождения частицы. Численное исследование зависимости осреднённой вероятности прохождения P_t и трудоёмкости моделирования от корреляционной длины ρ для базовых мозаичных случайных сред. Оценка погрешности "перевыбора σ" в методе двойной рандомизации.

Личный вклад.

Автор диссертации принимал активное участие в работах, отражённых во всех совместных публикациях на равноправной основе, в анализе и оформлении результатов в виде публикаций и научных докладов, разработал описанные в работе новые алгоритмы, написал соответствующие вычислительные программы и провёл численные эксперименты.

Апробация результатов.

Результаты, изложенные в диссертационной работе, докладывались и обсуждались на семинаре "Методы Монте-Карло в вычислительной математике и математической физике" ИВМиМГ СО РАН и на конференциях: международная научная студенческая конференция «Студент и научно-технический прогресс» (Россия, Новосибирск, 16–20 апреля, 2011 г.), международная конференция "Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики 2014" (Россия, Новосибирск, 9–11 июня, 2014 г.), международная молодежная школа и конференция по вычислительно-информационным технологиям для наук об окружающей среде "CITES-2015" (Россия, Томск, 20-30 июня 2015 г.), международная конференция "Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики 2015" (Россия, Новосибирск, 19-23 октября 2015 г.).

Публикации.

По теме диссертации опубликовано 5 статей, они опубликованы в журналах, включенных в перечень ВАК РФ. Список публикаций размещён в конце автореферата.

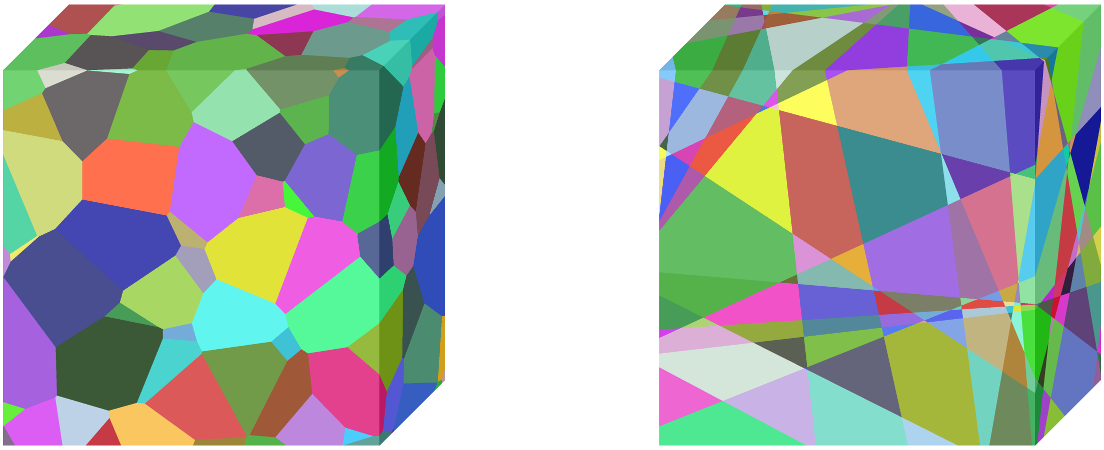
Структура и объём работы. Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения и списка использованной литературы. Объем диссертационной работы – 83 страницы, в том числе 7 рисунков и 14 таблиц. В списке литературы содержится 35 наименований на русском и английском языках.

Благодарности. Автор выражает искреннюю благодарность своему научному руководителю чл.-корр. РАН Геннадию Алексеевичу Михайлову за постоянное внимание и руководство работой, а также Сергею Михайловичу Пригарину за ценные замечания.

Содержание работы

Во **введении** обоснована актуальность исследования, его цели и задачи, научная и практическая значимость полученных результатов, а также изложено краткое содержание диссертации.

Первая глава диссертации посвящена исследованию двух моделей однородных изотропных мозаичных случайных полей $\sigma(\mathbf{r})$, $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^k$. Они строятся на основе некоторого разбиения пространства на ячейки со случайным выбором в каждой ячейке постоянного в ячейке значения поля, согласно некоторому распределению (независимо от остальных ячеек) со средним значением Eσ и дисперсией Dσ. Первая (основная) рассматриваемая модель - мозаичное поле Пуассона $\sigma(\mathbf{r};\mathcal{P})$, основанная на пуассоновском ансамбле гиперплоскостей, вторая (вспомогательная) модель - мозаичное поле Вороного $\sigma(\mathbf{r};\mathcal{V})$, основанная на пуассоновском точечном потоке в $\mathbb{R}^k$. Реализации мозаичных полей Вороного и Пуассона в трёхмерном пространстве приведены на рис. 1.



а) б)

Рис. 1 — Реализации мозаичного поля Вороного (а) и мозаичного поля Пуассона (б) в трёхмерном пространстве. Размер $20 \times 40 \times 40$, корреляционная длина $\rho = 3.6$.

В **пункте 1.1** построен и исследован ансамбль базовых гиперплоскостей Г, на основе которого строится мозаичное поле Пуассона $\sigma(\mathbf{r};\mathcal{P})$. Доказана следующая лемма.

Лемма 1. *Построенное случайное поле гиперплоскостей* Г *однородно и изотропно, то есть инвариантно относительно сдвигов, поворотов и отражений.*

В **пункте 1.2** доказана следующая лемма.

Лемма 2. *Множество гиперплоскостей, пересекающих произвольный отрезок длины L, имеет в параметрическом пространстве меру $V_{k-1}(1)L$, где $V_{k-1}(1)$ - объем $(k-1)$-мерного единичного шара.*

На основе доказательства этой леммы построен новый рекуррентный алгоритм моделирования k-мерного единичного изотропного вектора.

В **пункте 1.3** определена корреляционная длина $\rho = \int\limits_0^\infty K(r)dr$, где $K(r)$ - нормированная корреляционная функция. Показано, что для однородных изотропных мозаичных полей $K(r) = \mathrm{P}(A_r)$, где $\mathrm{P}(A_r)$ - вероятность того, что две точки на расстоянии r находятся в одной ячейке разбиения, где

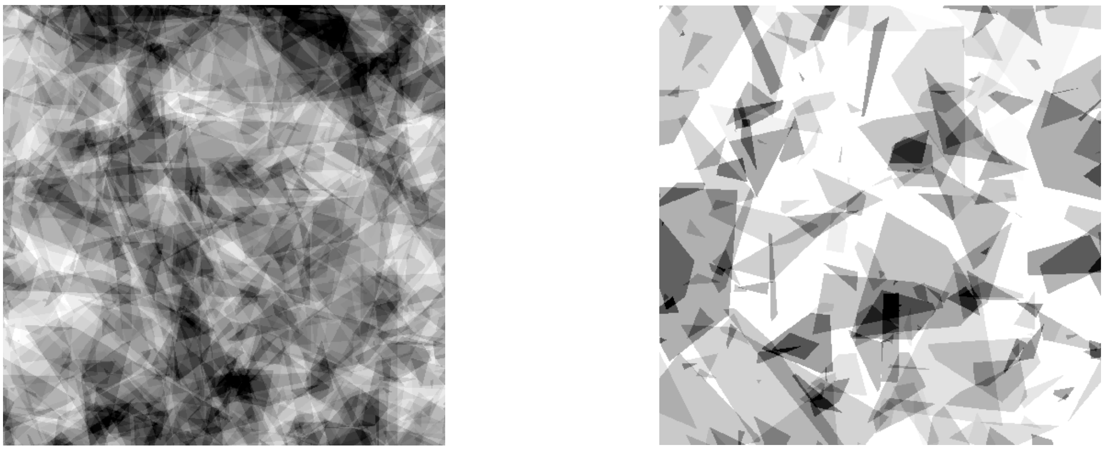
r - расстояние между точками. В **пункте 1.3** также построено мозаичное поле Пуассона $\sigma(\mathbf{r};\mathcal{P})$ и доказана следующая теорема.

Теорема 1. *Построенное поле* $\sigma(\mathbf{r};\mathcal{P}), \mathbf{r} \in \mathbb{R}^k,$ *является однородным и изотропным с экспоненциальной корреляционной функцией* $K(r) = e^{-\mu\lambda r}$.

Таким образом для мозаичного поля Пуассона $\rho = 1/(\lambda_p \mu)$.

В **пункте 1.4** рассмотрено мозаичное поле Вороного $\sigma(\mathbf{r};\mathcal{V})$ и указаны некоторые его фактически известные свойства. В частности указано, что корреляционная функция $K(r)$ не является экспоненциальной и корреляционная длина $\rho \approx 0.459\lambda_v^{-1/3}$, где λ_v - параметр интенсивности пуассоновского точечного потока, который определяет разбиение пространства на ячейки.

В **пункте 1.5** построены реалистические модели разорванных неотрицательных случайных полей $\sigma_n(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i^{(n)}(\mathbf{r})$ (см. рис. 2) с приближённо гауссовскими одномерными распределениями и заданной степенью заполненности пространства путём суммирования независимых реализаций базовых специально сконструированных ограниченных мозаичных пуассоновских полей $\sigma^{(n)}(\mathbf{r})$ и изучены некоторые их свойства.



а) $\mathrm{E}\sigma_n = 1$, $\mathrm{D}\sigma_n = 0.16$ б) $\mathrm{E}\sigma_n = 1$, $\mathrm{D}\sigma_n = 1$

Рис. 2 — Сечения двух моделей реалистических случайных полей σ_n, число слагаемых $n = 50$, размер 50×50, $\rho = 3.6$.

Рассматриваются распределения с "атомом" в нуле, то есть $\mathrm{P}(\sigma^{(n)} = 0) = p_0^{(n)} > 0$, и некоторой плотностью $f^{(n)}(u) \equiv f^{(n)}(u|\sigma > 0)$ условного распределения $\sigma^{(n)}$ в заполненной части пространства. Здесь, в частности, целесообразно использовать плотность $f_\beta^{(n)}(u) = C_\nu u^{\nu-1}(a^{(n)} - u)^{\nu-1}$ симметричного "бета"-распределения.

Из соотношений

$$\mathrm{E}\sigma^{(n)}(\mathbf{r}) = \frac{\mathrm{E}\sigma}{n}, \quad \mathrm{D}\sigma^{(n)}(\mathbf{r}) = \frac{\mathrm{D}\sigma}{n},$$

$$0 < \sigma^{(n)}(\mathbf{r}) \leq a^{(n)} < +\infty, \quad p_0 = \mathrm{P}(\sigma_\infty = 0) = \lim_{n\to\infty}(p_0^{(n)})^n$$

получаются выражения

$$1 - p_0^{(n)} = \frac{2(\nu+1)}{(2\nu+1)(1+\frac{dn}{m^2})}, \quad a^{(n)} = \frac{2\nu+1}{\nu+1}(\frac{m}{n} + \frac{d}{m}),$$

$$p_0 = exp\left(-\frac{2m^2(\nu+1)}{d(2\nu+1)}\right), \quad \frac{m^2}{d} < |\ln(p_0)| < 2\frac{m^2}{d},$$

которые определяют параметры плотности $\sigma^{(n)}$.

На основе свойств мозаичного поля Пуассона получены предельные согласованные характеристические функции для многоточечных распределений $\sigma_n(\mathbf{r})$. Таким образом для поля $\sigma_n(\mathbf{r})$ в ограниченной области $G \subset \mathbb{R}^3$ выполнены условия известной теоремы о слабой сходимости случайных полей в метрике $L^p(G)$.

Вторая глава диссертации посвящена вопросам, связанными с переносом излучения через стохастическую среду.

В **пункте 2.1** указаны способы моделирования траекторий в случайной среде и нахождения оценок соответствующих функционалов

В **пункте 2.2** разработаны новые геометрические алгоритмы "метода максимального сечения" для моделирования траекторий в мозаичных случайных средах Пуассона $\sigma(\mathbf{r};\mathcal{P})$ и Вороного $\sigma(\mathbf{r};\mathcal{V})$.

В **пункте 2.3** построены формулы для коэффициентов рассеяния $\widetilde{\sigma}_s$ и поглощения $\widetilde{\sigma}_c$ эффективно осреднённых радиационных моделей для односкоростного процесса переноса частиц через плоский слой вещества $0 < x < H$ с коэффициентом ослабления $\sigma(\mathbf{r}) = \sigma_s(\mathbf{r}) + \sigma_c(\mathbf{r})$, где $\sigma_c(\mathbf{r})$ - коэффициент поглощения, а $\sigma_s(\mathbf{r})$ - коэффициент рассеяния (рассеяние полагается анизотропным).

Непосредственное осреднение $\sigma_s(\mathbf{r})$, то есть замена $\sigma_s(\mathbf{r})$ на величину $\mathrm{E}\sigma_s(\mathbf{r})$ может несущественно повлиять на осреднённую вероятность прохождения P_t лишь в случае существенно анизотропного рассеяния. В связи с этим в **пункте 2.3** рассмотрен более эффективный, как показали тестовые расчёты, полуэвристический метод осреднения $\sigma_s(\mathbf{r})$.

Для простейшего варианта распределения σ: $\mathrm{P}(\sigma = 0) = p_0, \quad \mathrm{P}(\sigma = \sigma_s) = 1 - p_0$, где $\sigma_s^{-1} < \bar{l}$, а $\bar{l}$ - среднее расстояние между последовательными пересечениями границ ячеек пробегом частицы на основе повторного осреднения по ансамблю остатков свободных пробегов после их пересечений с границами ячеек получено следующее приближённое выражение полного среднего "пробега рассеяния": $\widetilde{\sigma}_s^{-1} \approx (1-p_0)\sigma_s^{-1} + p_0(\bar{l} + \widetilde{\sigma}_s^{-1})$, то есть

$$\widetilde{\sigma}_s \approx \frac{1-p_0}{(1-p_0)\sigma_s^{-1} + p_0\bar{l}}.$$

Если в непустой ячейке имеет место нормированное распределение $F(dx), \quad \sigma_s^{(1)} \le x \le \sigma_s^{(2)}$, значения σ при $\sigma_s^{(1)} > \bar{l}^{-1}$, то

$$\widetilde{\sigma}_s = \frac{1-p_0}{(1-p_0)\int_{\sigma_s^{(1)}}^{\sigma_s^{(2)}} \frac{F(dx)}{x} + p_0\bar{l}}.$$

Если же $1/\sigma_s^{(1)} > \bar{l}, \quad$ а $\quad 1/\sigma_s^{(2)} < \bar{l}$, то

$$\widetilde{\sigma}_s = \frac{1-p_0'}{(1-p_0')\int_{\bar{l}^{-1}}^{\sigma_s^{(2)}} \frac{F_1(dx)}{x} + p_0'\bar{l}},$$

где

$$p_0' = p_0 + (1-p_0)\int_{\sigma_s^{(1)}}^{\bar{l}^{-1}} F(dx) = \mathrm{P}(\sigma_s < \bar{l}^{-1}),$$

а мера F_1 получается нормированием меры F на интервале $(\bar{l}^{-1}, \sigma_s^{(2)})$.

Для определения величины $\widetilde{\sigma}_c$ была использована основанная на теории восстановления методика, предложенная ранее руководителем диссертационной работы. Значение $\widetilde{\sigma}_c$ определяется уравнением

$$\mathrm{E}[\bar{l} - \widetilde{\sigma}_c + \sigma_c(\mathbf{r})]^{-1} = \bar{l}^{-1},$$

решение которого, как показано в диссертации, существует и единственно в интервале $(0, \bar{l} + \min \sigma_c(\mathbf{r}))$. При этом вероятность прохождения для эффективно осреднённой модели домножается на величину $B = (\bar{l}^2\mathrm{E}[\bar{l} - \widetilde{\sigma}_c + \sigma_c(\mathbf{r}(t_1))]^{-2})^{-1} < 1$.

В **пункте 2.4** проведено исследование поля проходящей радиации: построена оценка параметра экспоненциальной асимптотической (по площади протяжённого нормированного детектора) формулы для соответствующей корреляционной функции; построены статистические оценки коэффициентов экспоненциальной (асимптотической по толщине слоя) формулы для осреднённой вероятности прохождения частицы.

В **пункте 2.5** показано, что для рассматриваемых мозаичных случайных полей $\underset{\rho\to 0}{l.i.m.}\int\limits_0^l \sigma(\mathbf{r_L}(t))dt = l\mathrm{E}\sigma$, где $l.i.m.$ - обозначает сходимость в среднеквадратичном, и что $\mathrm{P}(d_\mathbf{r} > \delta) \underset{\rho\to 0}{\to} 0$, где $\delta > 0$ и $d_\mathbf{r}$ - диаметр ячейки, содержащей точку $\mathbf{r}$.

На основе этих свойств в **пункте 2.4** доказана теорема о предельных значениях функционалов для задачи переноса излучения через плоский ограниченный слой с коэффициентом ослабления $\sigma(\mathbf{r})$.

Теорема 3. *Пусть* $\sigma(\mathbf{r})$ *- однородное изотропное мозаичное случайное поле с указанными выше свойствами и* $0 \le \sigma(\mathbf{r}) \le \sigma_{max} < \infty$, $\mathrm{E}\sigma = a$. *Пусть, кроме того, для почти всех* $\mathbf{x}$ *имеет место сходимость по вероятности* $h_\sigma(\mathbf{x}) \underset{\rho\to 0}{\overset{\mathrm{P}}{\to}} h_{\sigma^{(d)}}(\mathbf{x})$, *тогда* $\underset{\rho\to 0}{l.i.m.} I_\sigma = I_{\sigma^{(d)}}$, *где* $\sigma^{(d)}(\mathbf{r})$ *- детерминированное поле* $\sigma^{(d)}(\mathbf{r}) \equiv a$, $h_\sigma \in C(X)$, $I_\sigma = (\varphi_\sigma, h_\sigma)$, *а* φ_σ *- решение интегрального уравнения переноса для плотности столкновений частиц.*

Третья глава диссертации посвящена вычислительным экспериментам.

В **пункте 3.1** оценена вероятность прохождения, осреднённая по поверхности источника, и её дисперсия.

В **пункте 3.2** вычислены параметры осреднённых радиационных моделей для различных вариантов мозаичного поля Пуассона и соответствующие значения средней вероятности прохождения; проведено их сравнение с “точными” значениями. Показано, что полученные результаты с помощью дополнительных расчётов можно распространить на реалистические модели случайных сред.

В **пункте 3.3** оценена дисперсия показания протяжённого нормированного детектора и вычислен параметр экспоненциальной оценки корреляционной функции поля проходящей радиации; на этой основе проверена соответствующая эргодическая гипотеза.

В **пункте 3.4** вычислены коэффициенты экспоненциальной (асимптотической по толщине слоя) формулы для средней вероятности прохождения и их дисперсии.

В **пункте 3.5** для полей Вороного и Пуассона проведено численное сравнение корреляционных функций, изучена зависимость средней вероятности прохождения P_t и трудоёмкости моделирования от корреляционной длины ρ.

В **пункте 3.6** оценена погрешность "перевыбора σ" в методе двойной рандомизации, которая возникает, если значение σ заново выбирается при повторном попадании траектории кванта в элемент разбиения пространства.

Заключение содержит перечень основных результатов диссертационной работы.

Заключение

В диссертации представлены следующие основные результаты.

1. Построена пуассоновская модель многомерного однородного изотропного мозаичного случайного поля с экспоненциальной корреляционной функцией; проведено сравнение с однородным изотропным мозаичным случайным полем Вороного. На основе мозаичного поля Пуассона построена реалистическая модель экспоненциально коррелированного разорванного неотрицательного случайного поля с приближённо гауссовским одномерным распределением.
2. Детально изучены вероятности прохождения частицы через рассмотренные стохастические среды на основе численного статистического моделирования процесса переноса частиц. Разработаны эффективные геометрические алгоритмы моделирования длины свободного пробега частицы в построенных модельных средах.
3. Изучены оценки показаний протяжённого нормированного детектора, причём кроме оценки среднего значения впервые методом двойной рандомизации достаточно точно оценены дисперсии таких показаний; проверена соответствующая эргодическая гипотеза. Оценена корреляционная функции поля проходящей радиации. Построена асимптотическая, относительно толщины слоя, экспоненциальная оценка осреднённой вероятности прохождения. Исследовано влия-

ние корреляционной длины на вероятность прохождения и трудоёмкость моделирования для базовых моделей случайной среды.

4. Оценена “погрешность перевыбора” в методе двойной рандомизации, которая возникает, если значение случайного поля заново выбирается при повторном попадании траектории кванта в элемент разбиения пространства.
5. Изучена возможность эффективного (относительно вероятности прохождения) осреднения стохастической радиационной модели с использованием “пуассоновости” потока столкновений частицы. Осуществлено распространение этих результатов на случай реалистических “разорванных” сред с приближённо гауссовским одномерным распределением, реализации которых (относительно влияния на перенос излучения) близки к непрерывным.

Список публикаций по теме диссертации

Публикации в журналах из списка ВАК

1. **Амбос А.Ю.** Вычислительные модели мозаичных однородных изотропных случайных полей и соответствующие задачи переноса излучения // Сиб. журн. вычисл. матем. -2016. -Т. 19, № 1.-С. 19-32
2. **Амбос А.Ю.**, Михайлов Г.А Эффективное осреднение стохастических радиационных моделей на основе статистического моделирования // Ж. вычисл. матем. и матем. физ.-2016.-Т. 56, № 5.-С. 896-908
3. **Ambos A.Yu.**, Mikhailov G.A. Statistical modelling of the exponentially correlated multivariate random field // Rus. J. Num. Anal. Math. Model. - 2011. -Vol. 26, № 3. - P. 213–232
4. **Ambos A.Yu.**, Mikhailov G.A. New algorithms of numerical-statistical modelling of radiative transfer through stochastic mediums and radiation models homogenization // Rus. J. Num. Anal. Math. Model. - 2014. -Vol. 29, № 6. - P. 331–339
5. **Ambos A.Yu.** , Mikhailov G.A. Solution of radiative transfer theory problems for ‘realistic’ models of random media using the Monte Carlo method // Rus. J. Num. Anal. Math. Model. - 2016. -Vol. 31, № 3. - P. 1–10