

## Отчет по этапам НИР, заверенным в 2012 г. в соответствии с планом НИР института

**Проект НИР I.3.1.2** "Разработка алгоритмов метода Монте-Карло для решения задач математической физики, индустриальной и финансовой математики на суперкомпьютерах".

Номер государственной регистрации НИР 01201002446.

Руководитель - член-корр. РАН Михайлов Г. А.

**Раздел 3.** "Численный анализ стохастических дифференциальных уравнений на суперкомпьютерах".

Руководитель - д.ф.-м.н. Артемьев С. С.

Проведены исследования точности оценок моментных функций линейных и нелинейных стохастических осцилляторов с помощью алгоритмов метода Монте-Карло с параллельными вычислениями. Исследована потеря точности оценок математического ожидания решений линейных скалярных СДУ со скачком функции сноса в случайный момент времени.

Построен обобщенный метод типа Розенброка для решения СДУ в смысле Стратоновича. Численный метод имеет бесконечный интервал асимптотической несмещенности и не требует вычисления производных матрицы диффузии. Построенный метод имеет 1-й порядок среднеквадратичной сходимости в общем случае и 2-й порядок - для систем СДУ с одним шумом. Построенный метод рекомендуется для решения задач физики плазмы.

Построен модифицированный алгоритм статистического моделирования систем управления ансамблем траекторий при импульсных воздействиях и случайном изменении структуры. В алгоритме используется новая, более экономичная модификация метода максимального сечения.

Рассмотрены известные математические модели стохастических систем с импульсными воздействиями, а также со случайным периодом квантования. Для моделей рассматриваемого класса применен модифицированный алгоритм статистического моделирования для нахождения вероятностных характеристик вектора состояния системы. Преимуществами предлагаемого подхода являются простота реализации и универсальность, а именно - возможность решения задачи анализа для линейных и нелинейных, одномерных и многомерных моделей стохастических систем, а также для различных законов распределения приращений вектора состояния и их интенсивностей.

Рассмотрена стохастическая модель переноса примеси в неоднородном турбулентном конвективном слое атмосферы. Исследован случай вертикального рассеяния в условиях стационарной и горизонтально-однородной турбулентности при отсутствии среднего потока. Эволюция частицы описывается системой стохастических дифференциальных уравнений в смысле Ито. С помощью численных методов решения СДУ проведены тестовые расчеты с целью изучения рассеяния частиц в неоднородном турбулентном конвективном граничном слое атмосферы. Исследованы различные статистические особенности, такие как средняя высота частиц при различных высотах источника, средняя концентрация, концентрация частиц по размерам.

Основная трудность дифференцирования математических ожиданий функционалов диффузионных процессов в областях с поглощающими границами состоит в необходимости определения математических ожиданий, содержащих производные по параметрам времени первого выхода диффузионного процесса из области. Ранее был предложен метод определения таких математических ожиданий, в котором отсутствует необходимость явного вычисления производных по параметрам времени первого выхода. Основная формула метода получена в результате применения формулы Ито к достаточно гладкой функции, которая вместе со своими первыми производными обращается в нуль на границе области. Однако при этом требуется выполнение ограничительного и труднопроверяемого условия существования среднеквадратичных производных по параметрам времени первого выхода. В настоящее время получено новое обоснование этого метода, в котором указанное ограничительное условие снято, а требуется

только дифференцируемость диффузионного процесса по параметрам в среднеквадратичном смысле.

Продолжено изучение в пространственно-однородном случае кинетической модели автотранспортного потока с дополнительной фазовой координатой - ускорением. Рассмотрены взаимодействия с двумя пороговыми функциями, зависящими от парных расстояний между взаимодействующими автомобилями. При таких взаимодействиях второй автомобиль в паре скачкообразно меняет свое ускорение при пересечении одного из детерминированных пространственных порогов, которые зависят от скорости данного автомобиля. Взаимодействия описанного вида наблюдаются при плотных автотранспортных потоках. Проведенные численные расчеты показали эффективность использования интегрального уравнения и соответствующей цепи Маркова для моделирования автотранспортных потоков.

Путем частичного осреднения при фиксированных траекториях произведения известных оценок "блуждания по решетке" для решения метагармонического уравнения построен метод Монте-Карло для нахождения ковариационной функции решения метагармонического уравнения для краевых задач первого и второго рода. Решена задача подбора оптимальных параметров алгоритма глобальной оценки решения во всей области, что позволяет минимизировать трудоемкость.

Построена оценка вероятности выхода за границу заданного уровня. Разработан новый эффективный алгоритм, основанный на весовых методах Монте-Карло, для случая малых вероятностей.

Начато исследование распределения времени первого достижения границ допустимой области решением СДУ с постоянными коэффициентами.

Завершен цикл исследований моделирования случайных переменных путем аппроксимации.

Подготовлена монография "Аппроксимация случайных переменных"