

## **Отчет по этапам НИР, заверенным в 2011 году в соответствии с планом НИР института**

**Проект НИР 1.3.1.2. «Разработка алгоритмов метода Монте-Карло для решения задач математической физики, индустриальной и финансовой математики на суперкомпьютерах»**

**(№ госрегистрации 01201002446)**

**(Научный руководитель проекта—член-корр. РАН Г.А. Михайлов)**

**Раздел 3. «Численный анализ стохастических дифференциальных уравнений на супер- компьютерах»**

**(Руководитель — д.ф.-м.н. С.С. Артемьев)**

Продолжены исследования зависимости точности алгоритмов численного решения некоторых СДУ от величины шага и количества моделируемых траекторий. Предложены способы распараллеливания статистических алгоритмов на многопроцессорном кластере. На суперкомпьютере Сибирского суперкомпьютерного центра проведены численные эксперименты.

Продолжена работа, начатая в 2010 г., над методом статистического моделирования диффузионного процесса в области с подвижной границей. Было сделано более полное обоснование предложенного метода. Суть этого метода заключается в преобразовании области, позволяющем моделировать диффузионный процесс с неподвижной границей. При этом математическое ожидание рассматриваемого функционала совпадает с решением краевой задачи для параболического уравнения в области с подвижной границей. Реализована возможность получения оценок производных по параметрам математического ожидания рассматриваемого функционала.

На основе численного решения СДУ разработан метод оценки тепловых потоков внутри твердых тел. Метод может быть использован при конструировании теплозащитных покрытий. Проведены расчеты с использованием реальных данных.

Построен модифицированный алгоритм статистического моделирования численного решения систем со случайным периодом квантования. В алгоритме используется новая модификация метода «максимального сечения», в которой последовательность «исключений» определяется одним значением стандартного случайного числа, и поэтому является более экономичной.

Построен статистический алгоритм для вероятностного анализа систем СДУ с пуассоновской составляющей. Алгоритм основан на численных методах решения СДУ с использованием модифицированного метода «максимального сечения». Этот алгоритм позволяет решать задачи и в случае, если характеристическая мера, определяющая пуассоновскую меру, зависит от вектора состояния.

Получена система СДУ, соответствующая модели гетерогенной конденсации паров карбида кремния. Для решения полученной системы СДУ предложен статический алгоритм на основе устойчивого обобщенного метода типа Розенброка.

Для долгосрочных денежных потоков продолжено исследование математической модели в виде суммы случайного числа случайных величин. Проведены численные эксперименты, полученные статистическим моделированием денежных потоков. Создана программа оценки кредитного риска пенсионного фонда для различных гипотетических ситуаций развития мировой и региональной экономик.

В пространственно-однородном случае рассмотрена кинетическая модель автотранспортного потока с расширенным фазовым пространством, в которое включено ускорение. Исследованы взаимодействия с зависимостью от парных расстояний вместо зависимости от относительных скоростей взаимодействующих автомобилей, которые были рассмотрены ранее. Это означает, что автомобиль меняет свое ускорение при пересечении детерминированного пространственного порога, который зависит от скорости этого автомобиля. Такие взаимодействия наблюдаются при достаточно плотных автотранспортных потоках. Численные результаты показали эффективность использования интегрального уравнения и соответствующей цепи Маркова при

моделировании многочастичных систем автотранспортных потоков. Более того, такой подход позволил провести параметрический анализ оцениваемых функционалов.

Рассмотрено монодисперсное уравнение Смолуховского с линейными коэффициентами коагуляции. Построены весовые модификации алгоритма выбора номера взаимодействующей пары частиц. Предложенный алгоритм проиллюстрирован на примере вычисления двух функционалов: концентрации мономеров в ансамбле в момент времени  $T$ , а также концентрации мономеров и димеров. Для таких функционалов ценностная модификация заключалась в искусственном сохранении мономеров и димеров в ансамбле, что учитывалось в мультипликативном весе.

Для изучения колебания тонких пластин под действием случайных нагрузок исследованы методы Монте-Карло для решения мета-эллиптических уравнений со случайными функциональными параметрами. В рамках данного подхода для оценки статистических характеристик решений со случайными функциональными параметрами построены новые алгоритмы случайного «блуждания по сферам». При построении статистических алгоритмов для нахождения корреляционных характеристик решений существенно использовалась скалярность оценок, что позволило применить метод частичного осреднения условно независимых траекторий. Расширить область применимости данного метода удалось с помощью аналитических продолжений оценок решения. Показано, что необходимые оценки итераций резольвенты могут быть получены путем параметрического дифференцирования специальной краевой задачи.

Научная новизна результатов и их значимость. Все основные результаты, полученные в 2011 году, являются новыми. Эти результаты соответствуют мировому уровню исследований в области численного решения краевых задач математической физики.