

Отчет по этапам НИР, завершенным в 2010 году в соответствии с планом НИР института

Проект НИР 1.3.1.2. «Разработка методов Монте-Карло для решения задач математической физики, а также индустриальной и финансовой математики на суперкомпьютерах» (№ госрегистрации 01201002446)

(Научный руководитель проекта - член-корр. РАН Г.А. Михайлов)

Раздел 3. «Численный анализ стохастических дифференциальных уравнений на супер-компьютерах»
(Руководитель - д.ф.-м.н. С.С. Артемьев)

Исследованы вопросы зависимости точности алгоритмов численных решений СДУ от размера ансамбля моделируемых на суперкомпьютерах траекторий. Проблемы точности связаны с необходимостью оценки функционалов от решений СДУ с растущей дисперсией, сильной асимметрией распределений решений, неопределенностью времени выхода траекторий решений на границы заданных областей.

Исследована проблема численного анализа СДУ с осциллирующими решениями на суперкомпьютерах. Изучена зависимость математического ожидания и дисперсии численного решения СДУ от размера шага интегрирования обобщенного метода Эйлера.

Исследована математическая модель долгосрочных денежных потоков в виде суммы случайного числа случайных величин. Для частных случаев потоков в пенсионных фондах получены законы распределения прибылей/убытков на заданный срок в отдаленном будущем.

Построены два алгоритма численного статистического моделирования неоднородных пуассоновских точечных полей. Проведен сравнительный анализ трудоемкости этих алгоритмов. На основе специального пуассоновского пространственного разбиения построена модельная неоднородная кусочно-постоянная случайная функция с произвольным одномерным распределением и ковариационной функцией экспоненциального типа. Установлена слабая сходимость относительно метрики Скорохода-Прохорова аддитивной модификации этой функции, которая строится для безгранично делимого одномерного распределения.

Экономичный способ моделирования случайных величин, плотности распределения которых представляют собой взвешенные суммы (смеси) эффективно моделируемых плотностей, использует модифицированный метод суперпозиции, основанный на «двух-этапном» моделировании по одному и тому же значению случайного числа. Данная методика сформулирована и обоснована в многоэтапном варианте и применена для моделирования неоднородных пуассоновских ансамблей с использованием последовательности «исключений» по одному случайному числу.

Построены алгоритмы точного и приближенного статистического моделирования неоднородного пуассоновского ансамбля в случае сложной для моделирования плотности и исследована сравнительная трудоемкость этих алгоритмов. Построена новая модификация метода «максимального сечения», в которой последовательность «исключений» определяется одним значением стандартного случайного числа, и поэтому является более экономичной.

Рассмотрена задача анализа нелинейных систем управления ансамблем траекторий с учетом случайного изменения структуры системы и два метода ее решения: метод статистического моделирования и спектральный метод. Разработанные методы и алгоритмы применены к задаче анализа системы стабилизации малого спутника.

Рассмотрены краевые задачи для эллиптических уравнений, в том числе с полиномиальной нелинейностью. Предложены новые алгоритмы случайного блуждания по сферам и в шарах для приближенного решения краевых задач с оценкой первых и вторых пространственных производных от решения. Для этого построено специальное вероятностное представление искомых величин с использованием центральной и нецентральной шаровых функций Грина.

Построен алгоритм прямого статистического моделирования автотранспортного потока для кинетической модели со скачкообразными изменениями ускорений автомобилей.

В области с подвижной границей разработан алгоритм оценки чувствительности решения параболического уравнения к параметрам, определяющим движение границы области. Алгоритм основан на численном решении СДУ и преобразовании пространства, отображающего область с подвижной границей в область, граница которой неподвижна.

Разработаны методы Монте-Карло для оценки статистических характеристик решений со случайными функциональными параметрами. Свойство скалярности полученных оценок позволило применить метод частичного осреднения условно независимых траекторий при построении статистических алгоритмов для расчета корреляционных характеристик решений. На основе теории восстановления получена асимптотическая оценка длин моделируемых траекторий случайных процессов для решения задач с заданной точностью. Предложены алгоритмы с обрывом «длинных» траекторий.

Научная новизна результатов и их значимость. Все основные результаты, полученные в 2010 году, являются новыми. Эти результаты соответствуют мировому уровню исследований в области численного решения краевых задач математической физики.