ГРАФОВЫЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ЗАДАЧ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СОВРЕМЕННЫХ СЕТЕЙ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

О. Д. Соколова

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,
630090, Новосибирск, Россия

УДК 004.738.2, 519.1

В статье рассматриваются различные графовые модели, которые используются для решения оптимизационных задач в современных сетях передачи данных. В качестве примеров описаны задачи расстановки систем мониторинга в сети (используется модель гиперсеть), оценки безопасности компьютерных сетей (на основе графов атак), передачи сообщений в беспроводной сенсорной сети (БСС моделируется UDG-графом).

Ключевые слова: сети передачи данных, моделирование, гиперсети, гиперграфы, UDG-графы.

The article discusses some graph models, which have been used for solving optimization problems in modern data networks. As examples, author describes the problem of monitoring systems placement (using the hyper net model), evaluation of computer network security (based on attack graphs), messaging in a wireless sensor network (WSN is modeled by UDG-graph).

Key words: data networks, simulation, hypernets, hypergraphs, UDG-graphs.

Введение. Для анализа функционирования современных сетей применяется различный математический аппарат: теория графов и сетевой анализ, системы массового обслуживания, тензорный анализ, теория нечетких множеств и т. д. Исследования, связанные с топологией сетей, являются одними из самых важных, т. к. выбор протоколов передачи данных обусловлен в значительной степени спецификой расположения узлов на плоскости. Необходимо принимать во внимание особенности различных сетей — ad hoc, сенсорных и др. Для того чтобы разработать алгоритмы для современных типов сетей и обосновать их эффективность, необходимы адекватные модели структуры этих сетей. С одной стороны, модель должна быть достаточно простой, с другой стороны, она должна учитывать особенности функционирования конкретного типа сети. Алгоритм, основанный на идеализированной модели, может быть неэффективным и даже неверным на практике (например, не учитывает особенности топологии или игнорирует помехи). Так как топологию множества узлов и связей между ними удобно рассматривать как граф, принято использовать графовые модели. Наиболее часто используемыми моделями являются ориентированные графы, гиперграфы, гиперсети и др.

Далее будут рассмотрены некоторые из этих моделей на примерах решения актуальных задач функционирования современных сетей передачи данных.

Граф как модель сети в задаче рассылки сообщений. Задача оптимальной рассылки сообщений в сети — одна из наиболее известных задач, по которой опубликовано множество работ. Например, для задачи многоадресной рассылки сеть обычно моделируется графом G(V, E), взвешенным в некоторой метрике маршрутизации, на котором выполняется поиск дерева Штейнера, соответствующего многоадресному маршруту. Метрика, в которой определены веса ребер графа, отражает критерий эффективности для каждой отдельной задачи. Классический метод доставки многоадресного трафика состоит в построении дерева минимального веса и в передаче многоадресных пакетов по каждой дуге построенного дерева индивидуальным образом, как если бы передаваемый по дуге пакет был одноадресным. Этот метод доставки был разработан для проводных сетей и основан на предположении, что веса дуг дерева аддитивны и являются независимыми величинами, в том числе веса дуг, исходящих из одной вершины дерева. Однако этот метод не использует возможностей широковещательного метода передачи в беспроводной среде. В [1] показано, что при широковещательной рассылке маршрут в виде дерева Штейнера в общем случае не является минимальным, и предложен алгоритм построения оптимального дерева с минимальным числом ретрансляторов. В [2] эта идея была расширена для задачи рассылки с учетом структуры метода передачи при построении маршрутов.

Для задачи многоадресной маршрутизации мультимедийных потоков многошаговую сеть удобно представлять как направленный взвешенный мультиграф — между двумя маршрутизаторами может быть несколько звеньев (в разных частотных каналах), поэтому соседние вершины в графе могут быть соединены более чем одной дугой. В [3] с помощью такой модели исследованы алгоритмы многоадресной маршрутизации с соблюдением ограничений на задержку и долю теряемых пакетов.

Еще один подход к построению многоадресного дерева, используемый в некоторых протоколах передачи данных, основан на выборе центрального узла. После выбора центрального узла маршрутизаторы, хосты которых принадлежат к группе рассылки, посылают центральному узлу запросы о намерении присоединиться к дереву. Путь, по которому прошел запрос, определяет ветвь дерева маршрутизации. Таким образом строится все дерево многоадресной рассылки.

Гиперсеть как модель для решения задач с учетом иерархичности сети. Основными компонентами сети передачи данных являются первичная (физическая) и вторичная (логическая) сети. В качестве моделей первичной и вторичной сетей принято использовать графы, а для определения вложения вторичной сети в структуру первичной удобно использовать понятие гиперсети [4].

Определение. Гиперсеть $H = (X, V, R; P, F, W)$ состоит из следующих объектов:

$X = (x_1, \ldots, x_n)$ — множество вершин;

$V = (v_1, \ldots, v_m)$ — множество ветвей (ребра графа первичной сети);

$R = (r_1, \ldots, r_g)$ — множество ребер (ребра графа вторичной сети);

$P : V > X * X$ — отображение, определяющее граф $PN = (X, V)$, называемый первичной сетью;

$W : R > X * X$ — отображение, определяющее граф $SN = (X, R)$, называемый вторичной сетью;

F — отображение, которое каждому элементу r ставит в соответствие множество $F(r)$ его ветвей (маршруты в графе $PN = (X, V)$).

Инцидентность и смежность в PN и SN определяются так же, как для графов. На рис. 1 приведен пример гиперсети. Первичная сеть гиперсети H задана в виде графа $PN = (X, V)$, где X — множество вершин: $|X| = n$; V — множество каналов связи: $|V| = m$. Каждый канал может иметь различные характеристики — надежность, пропускную способность и др. Вторичная сеть задается множеством X_1 (подмножество множества X), на котором возможны различные соединения между вершинами.

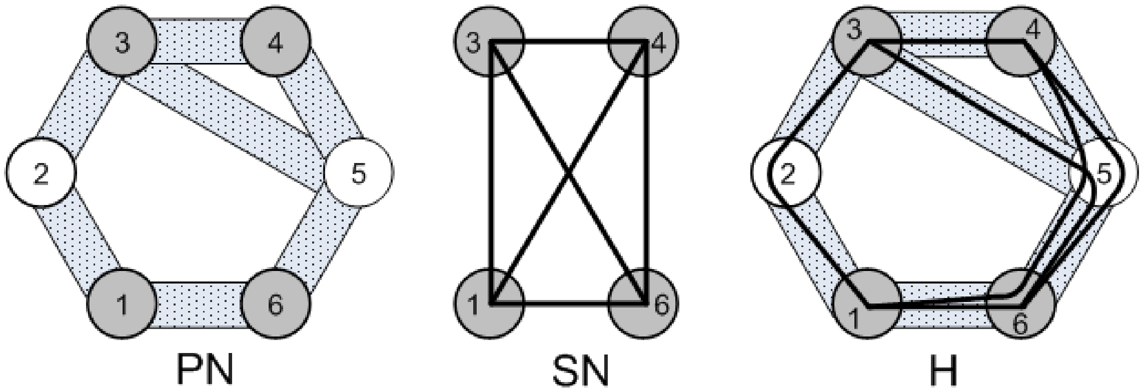

Рис. 1. Пример гиперсети

Гиперсеть позволяет учитывать иерархичность современных сетей. Рассмотрим использование модели гиперсети на примере задачи контроля потоков информации в сети передачи данных. Необходимо расставить на первичной сети (как в узлах, так и на ветвях) устройства мониторинга для отслеживания потоков вторичной сети. Задается ограничение на общую стоимость всех устройств, и требуется оптимальным образом расставить устройства, чтобы, оставаясь в рамках ограничения на суммарную стоимость, покрыть наибольшее число потоков. Первый этап решения — синтез гиперсети, т. е. для каждой пары вершин из подмножества X_1 необходимо найти оптимальный маршрут для прохождения по ветвям первичной сети с учетом ограничений на пропускные способности каналов. Второй этап — поиск мест расположения устройств на узлах и каналах первичной сети, т. е. решается задача покрытия в гиперсети. Описанный в [5] эвристический алгоритм решает такую задачу.

Аналогичная задача для графов — поиск минимального по числу элементов покрывающего множества — также имеет различные применения в анализе работы сетей передачи данных. Например, задача рассылки сообщений от одного источника множеству получателей в многошаговой беспроводной сети сводится к поиску связного вершинного покрывающего множества. В [6] рассмотрена подобная задача. В качестве модели сенсорной сети рассматривается граф, в котором из вершины a есть дуга в вершину b, если a находится в зоне приема вершины b. Необходимо минимизировать число трансляторов (транзитных вершин) при широковещательной рассылке сообщений. Приведен пример решения задачи с использованием агентно-ориентированной системы моделирования.

Применение графов атак для оценки уровня защищенности компьютерных систем. Для анализа устойчивости работы сети часто требуется исследовать ее уязвимость, т. е. найти такие „узкие“ места, последовательное использование которых может привести к нарушению функционирования сети. Для решения таких задач используются различные подходы, одним из которых является построение для исходной сети так называемого *графа атак* [7]. Граф атак для сети с заданной топологией — это ориентированный граф, представляющий всевозможные последовательности действий, в результате которых нарушается нормальное функционирование сети. Такие последовательности действий называются трассами атак. В случае распознавания ситуации как опасной предпринимаются действия для пресечения трассы атак (изменение пропускной способности канала, установка защитных экранов и др.). В [8] описана задача исследования информационной сети с целью выявления ее „узких“ мест — моделировалась работа сети при воздействии на нее DoS-атак (отказ в обслуживании). Был разработан алгоритм, позволяющий находить трассы, приводящие к опасным состояниям. Из множества элементов найденных трасс выбирается критическое множество дуг, удаление которых приводит к невозможности достижения опасных состояний. Таким образом формируется множество действий, необходимых для повышения уровня защищенности сети.

Задача назначения каналов в сети передачи данных. Одна из актуальных задач при исследовании функционирования современных сетей — задача назначения каналов. Необходимо распределить радиоканалы между радиоинтерфейсами узлов сети, чтобы избежать интерференции и максимизировать суммарную пропускную способность сети. Формулировка задачи назначения каналов напоминает вариант задачи раскраски графа, но на самом деле такой не является, т. к. существуют дополнительные ограничения (сумма ожидаемой загрузки на виртуальные соединения, интерферирующие друг с другом и использующие один и тот же частотный канал, не должна превышать емкости этого канала и др.). Эта задача может быть решена алгоритмами теории графов, при этом каждое ребро графа моделируемой сети должно иметь такие параметры как ожидаемая нагрузка и пропускная способность. В статье [9] рассмотрен вариант реализации mesh-сети с использованием узлов, снабженных несколькими сетевыми интерфейсами, что позволяет одновременно использовать для передачи данных разные транспортные радиоканалы.

Задача о распределении каналов в сотовой сети тоже может быть сведена к задаче о раскраске специального графа, называемого сотовым графом. Такой граф строится по сотовой сети, при этом каждому узлу соответствует некоторая ячейка сотовой сети, и два узла соединены ребром, если соответствующие им ячейки смежны. В статье [10] описан алгоритм для оптимальной оценки числа каналов и доказано, что оптимальное число каналов в сотовой сети с кластерами равно плотности соответствующего сотового графа независимо от геометрии сот и однородности распространения радиоволн.

Гиперграф как модель для решения задач с учетом интерференции. При исследовании задачи составления расписания для передачи данных в беспроводных сетях некоторые авторы применяют модель гиперграфа [11, 12] и решают задачу поиска правильной раскраски гиперграфа. Этот подход достаточно новый и позволяет учесть некоторые дополнительные ограничения, которые зачастую не учитываются при исследовании задачи передачи данных (например, интерференция). Существует два определения раскраски множества вершин в гиперграфе $H = (V, E)$. Первое определение аналогично определению раскраски в графе, т. е. раскраска считается правильной, если в ней любые две вершины v_1 и v_2, содержащиеся в одном ребре e, покрашены в разные цвета. Другое понятие правильной раскраски гиперграфа было предложено П. Эрдешем и А. Хайналом в 1966 году. Согласно этому определению, раскраска множества вершин V гиперграфа $H = (V, E)$ называется правильной, если в этой раскраске все ребра из E неодноцветны (т. е. содержат вершины разных цветов). В [12] гиперграфовая модель используется для задачи построения расписания в беспроводных сенсорных сетях. Такая модель позволяет учитывать суммарную интерференцию и, следовательно, является более точной по сравнению с традиционной графовой моделью.

Случайные графы. Во многих публикациях для описания сети часто используется простая модель — граф со случайными ребрами (первое определение случайных графов ввели Эрдеш и Реньи в [13]). В случайном графе на n вершинах $G(n; p)$ каждое из возможных ребер существует с вероятностью p. Структура современных сетей меняется во времени, поэтому случайные графы удобны для описания их функционирования. С помощью таких моделей можно провести анализ сетей — например, оценить их надежность и связность. В [14] случайным графом моделируется беспроводная сенсорная сеть, предложен алгоритм для построения дерева передачи данных, используется код Прюфера для организации маршрутов передачи данных.

С появлением глобальных сетей передачи данных (таких как Интернет) возникает задача анализа устойчивости этих сетей к внешним воздействиям (например, выход из строя некоторых узлов сети). Для таких исследований также удобно применять математический аппарат теории случайных графов [15].

Математические модели связей в Интернет-пространстве — безмасштабные сети, графы Барабаши–Альберт. Для того чтобы определить, какие графовые модели являются адекватными при описании сетей Интернет, необходимо понять, каким законам подчиняются связи в Интернет-пространстве, как происходит расширение этого пространства. Во многих реальных сетях лишь несколько узлов имеет очень большое число связей, а огромное количество узлов связано между собой слабо. Это условие необходимо принять во внимание для описания топологии такой сети. В качестве модели для сети Интернет обычно используют случайный граф, вершинами которого являются структурные единицы Интернета (сайты, страницы и пр.), и те вершины, между которыми есть ссылки, соединяются ребрами. В 1999 году Барабаши описал новый тип сетей, названный „безмасштабные сети“ (scale-free networks) [16]. Безмасштабная сеть — это граф, в котором степени вершин распределены по степенному закону. Модель, получившая название Модель Барабаши–Альберт, включает в себя две важные общие концепции:

1. Рост: начиная с небольшого числа узлов, на каждом временном шаге добавляется один новый узел с m связями (новый узел соединяется с m различными, уже существующими узлами).

2. Предпочтительное присоединение: вероятность, с которой новой узел будет соединяться с уже существующим узлом, зависит от числа связей, которыми этот узел уже связан с другими узлами.

Принцип предпочтительного присоединения заключается в том, что чем больше связей имеет узел, тем более предпочтительно для него создание новых связей. Узлы с наибольшей степенью имеют больше возможностей забирать себе связи, добавляемые в сеть. Если страница выбирает себе связи среди других страниц, то вероятность выбора определенной страницы будет пропорциональна ее степени. Многие сети — социальные, коммуникационные, биологические, графы цитирований, ссылок в WWW, и другие системы — хорошо моделируются графами Барабаши–Альберт.

Геометрические графы. Для моделирования работы современных сетей передачи данных часто используют случайные геометрические графы. Случайный геометрический граф с параметрами n, r строится путем размещения на плоскости (случайным образом и независимо друг от друга) n вершин и добавления ребер между теми вершинами, которые находятся на расстоянии не более r друг от друга. Моделирование сетей таким классом графов считается более реалистичным, чем случайными графами.

Среди случайных геометрических графов выделяют важный подкласс — Unit Disk Graphs (UDG–графы). В таком графе, расположенном в Евклидовой плоскости, ребро между двумя вершинами существует, если евклидово расстояние между этими вершинами меньше либо равно 1. Название „unit disk graph“ пришло из вычислительной геометрии, оно обозначает специальный вид графов пересечений. Если вершины распределены на

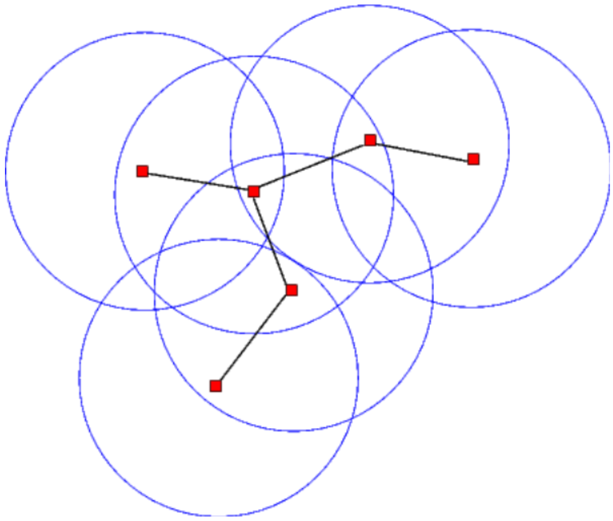

Рис. 2. Пример UDG-графа

плоскости случайным образом и независимо друг от друга, то такой UDG-граф называется случайным UDG-графом.

Unit Disk Graph — модель для анализа функционирования беспроводных сетей.

Определение. Граф $G = (V, E)$ с множеством вершин V и множеством ребер E называется UDG-графом, если и только если существует расположение его вершин на плоскости, такое, что $(u, v) \in E$ тогда и только тогда, когда в Евклидовой метрике расстояние между u и v меньше либо равно 1.

Это определение эквивалентно следующему: граф $G = (V, E)$ называется UDG-графом, если и только если существует расположение вершин на плоскости, такое, что $(u, v) \in E$ тогда и только тогда, когда окружности единичного радиуса с центрами в вершинах u и v пересекаются. При моделировании сетей UDG-граф представляет собой идеализированную сеть с множеством узлов, расположенных в Евклидовой плоскости и имеющих одинаковые радиусы передачи данных. Узлы передают друг другу информацию, если находятся в пределах дальности передачи сигнала. На рис. 2 приведен пример такого графа.

Использование UDG-графов для моделирования топологии беспроводных сетей началось со статьи Huson [17]. Удобство использования этой модели заключается в том, что для UDG-графов могут быть найдены достаточно эффективные приближенные алгоритмы для решения известных задач оптимизации: поиск максимального независимого множества, раскраска графов, разбиение графа на клики. Например, в статье [18] описан приближенный алгоритм для построения вершинно-взвешенного дерева Штейнера, в [19] приведен полиномиальный алгоритм для задачи поиска максимальной клики в UDG-графе. Все эти задачи имеют применение для построения алгоритмов функционирования в сетях, поэтому исследования таких графов вызывают большой интерес. В [20] описан алгоритм случайной генерации UDG-графов с заданными наперед свойствами, что дает возможность тестировать алгоритмы на сетях с определенной топологией.

Заключение. Для моделирования современных сетей передачи данных можно использовать различные графовые модели, которые адекватно описывают топологию сети и предоставляют необходимый математический аппарат для решения актуальных оптимизационных задач. В статье еще не описаны многие графовые модели, возникающие для конкретных задач сложных систем — например, модель копирования (с ее помощью легко показывать плотные сообщества в Интернете), линейная хордовая диаграмма (связана с формированием web-графа). Все эти модели имеют применение для различных задач надежности передачи данных, анализа роста глобальных сетей и др.

Список литературы

1. Ruiz P. M., Gomez-Skarmeta A. F. Approximating Optimal Multicast Trees in Wireless Multihop Networks // Proc. 10 IEEE Sympos. Comput. Commun. (ISCC), 2005. P. 686–691.

2. Сафонов А. А., Ляхов А. И., Юргенсон А. Н., Соколова О. Д. Многоадресная маршрутизация с возможностью выбора метода передачи в канале.

3. Кирьянов А. Г., Ляхов А. И., Некрасов П. О., Платов Д. А. и др. Протокол многоадресной маршрутизации Proximity-based Groupcast in MANET // Информационные процессы. 2012. № 3. Т. 12. С. 213–228.

4. Попков В. К. Математические модели связности. Новосибирск: Изд-во ИВМиМГ СО РАН, 2006.

5. Rodionov A. S., Sokolova O., Yurgenson A., Hyunseung Choo. On optimal placement of the monitoring devices on channels of communication network // Lecture Notes Comput. S. Berlin; Heidelberg: Springer Verlag. 2009. V. 5593. P. 465–478.

6. Sokolova O., Podkorytov D., Rodionov A., Yurgenson A. Using Agent-Oriented Simulation System AGNES for Evaluation of Sensor Networks // Lecture Notes in Computer Science. Berlin; Heidelberg: Springer Verlag. 2010. V. 6235. P. 247–250.

7. Колегов Д. Н. Проблемы синтеза и анализа графов атак // Вестник Томского университета. Приложение. 2007. № 23. С. 180–188.

8. Соколова О. Д., Перемыслова М. В. Моделирование сетей на Network Simulator и анализ их уязвимостей с помощью графов атак / Исследование, разработка и применение высоких технологий в промышленности: Матер. междунар. научно-практ. конф. Санкт-Петербург, 28–30 апреля 2009. С. 73–74.

9. Raniwala A., Gopalan K., Chiueh T. Centralized Channel Assignment and Routing Algorithms for Multi-Channel Wireless Mesh Networks // Mobile Computing and Communications Review. N 2. V. 8.

10. Shakhov V. V., Hyunseung Choo. Analytical Approach for Channel Assignments in Cellular Networks // Computational Science. ICCS 2003, International Conference, Melbourne, Australia, and St. Petersburg, Russia, June 2-4, 2003. Proc., Part I.

11. Amin Bahmanian Graph and Hypergraph Models for Scheduling Problems in Wireless Networks / [Elect. res.]. `http://www.eng.auburn.edu/\~pagrawal/seminar/2011`.

12. Qiao Li, Rohit Negi: Maximal Scheduling in Wireless Ad Hoc Networks With Hypergraph Interference Models / IEEE T. Vehicular Technology. N 61.

13. Erdos P., Renyi A. On random graphs 1 // Publ. Math. 1959. Debrecen 6. P. 290–297.

14. Иванова И. А., Шестаков А. А. Построение дерева передачи данных в беспроводных сенсорных сетях // Автоматизация и управление в технических системах. 2013. № 4.

15. Райгородский А. М. Модели случайных графов и их применение.

16. Barabasi L. A., Albert R., Jeong H. Scale-free characteristics of random networks: the topology of the world-wide web // Physica A. 2000. V. 281. P. 69–77.

17. Huson M. L.; Sen A. Broadcast scheduling algorithms for radio networks / Military Communications Conf, IEEE MILCOM. 1995. V. 2, P. 647–651.

18. Xu X., Wang Y., Du H., Wan P.-J. etc. Approximations for node-weighted Steiner tree in unit disk graphs // Optimization Letters. 2010. N. 4(3). P. 405–416.

19. Gupta R., Walrand J., Goldschmidt O. Maximal cliques in unit disk graphs: Polynomial approximation // Proceedings INOC. 2005.

20. Шахов В. В., Юргенсон А. Н., Соколова О. Д. Эффективный метод для генерации псевдо-случайных UDG-графов / Материалы конф. „Информационные технологии и системы". Калининград, 2013.

Соколова Ольга Дмитриевна —
канд. техн. наук, старш. науч. сотр.
Института вычислительной математики
и математической геофизики СО РАН;
e-mail: olga@rav.sscc.ru

Дата поступления — 4.11.2014