

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ РАЗМЕЩЕНИЯ ПУНКТОВ ОБСЛУЖИВАНИЯ В ТРАНСПОРТНЫХ СЕТЯХ

Г. В. Попков, В. К. Попков

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,
630090, Новосибирск, Россия

УДК 519.173

Предложен подход к решению задач о размещении пунктов обслуживания в транспортных сетях, основанный на их сводимости к задачам поиска оптимальных потоков в нестационарных S -гиперсетях. Приведена классификация возможных потоков и их характеристик. Предложен метод решения поставленных задач о размещении перевалочных транспортных узлов.

Ключевые слова: сети, потоки, гиперсети, пункты обслуживания, системы сетевой структуры.

An approach is proposed to solution of tasks on the placing of points of service in transport networks, based on the reducibility to the tasks of the search of optimal flows in non-stationary S -hipernets. Is a classification of the possible flows and their characteristics. The method is proposed of solution of the tasks on the placement of transshipment hubs.

Key words: network, flows, hipernets, points of service, systems of a network structure.

Введение. Под транспортными сетями будем понимать такие системы сетевой структуры, в которых могут быть реализованы потоки различного характера: информационные, материальные и энергетические. Для организации и поддержки этих потоков необходимы пункты обслуживания и эксплуатации. Задачи, которые выполняют эти пункты, определяются прежде всего классификацией соответствующих потоков и реализующих их сетей.

В качестве таксономических категорий рассмотрим биологическую систематику: царство, тип, класс, порядок, семейство, род и вид. Таким образом, все потоки в сетях можно разделить на следующие категории:

1. *Царства:* информационные, материальные (продуктовые) и энергетические потоки.
2. *Типы:* внутренние и внешние (входящие и исходящие) потоки (для конкретной сети можно рассматривать все три типа потоков из любого царства).
3. *Классы:* однопродуктовые и многопродуктовые. Для информационных потоков можно рассмотреть печатные, голосовые, видеопотоки и потоки данных, для материальных потоков — автотранспорт, железнодорожные перевозки, перекачку жидкости или газа по трубам и т. п. Энергетическими потоками в сетях являются тепловые, электрические, электромагнитные и механические потоки.
4. *Порядок прохождения:* непрерывные, дискретные или комбинированные потоки. Нелегко определить непрерывность или дискретность всех перечисленных выше потоков.
5. *Семейство:* стационарный или нестационарный поток. В последнем случае параметры потока и само его существование зависят от времени.
6. *Род потока* (равномерный или неравномерный) определяется характером прохождения его по сети с различной скоростью в течение определенного промежутка времени.

7. Вид: простой поток или поток с промежуточной обработкой (преобразование, хранение, задержка).

Рассматриваемые ниже характеристики потоков являются существенными для большинства задач, связанных как с анализом и реализацией потоков в сетях, так и с определением пунктов обслуживания этих потоков.

1. Узловые характеристики:

- начальный, промежуточный и конечный пункты потока;
- объем и время переработки и хранения части потока;
- пункт (узел) с сохранением или с несохранением потока;
- интенсивность (количество единиц потока, проходящих через пункт в единицу времени).

2. Основные показатели потока:

- метрические (конфигурация маршрута, длина, время);
- физические (скорость, объем и др.).

3. Экономические и другие характеристики:

- удельная и суммарная стоимость потока;
- надежность прохождения потока по выделенным фрагментам сети;
- гарантированная величина прохождения потока при заданном внешнем воздействии.

Выше приведены не все характеристики потоков, но их вполне достаточно, чтобы построить математические модели сетей, в которых учтены практически все потоки, указанные в классификации. Очевидно, что для реализации потоков необходимы транспортные сети, которые могут пропустить любой поток из приведенной выше классификации с учетом перечисленных характеристик. В работе [1] рассмотрена подробная типология транспортных сетей, в которых можно реализовать любой из описанных выше потоков.

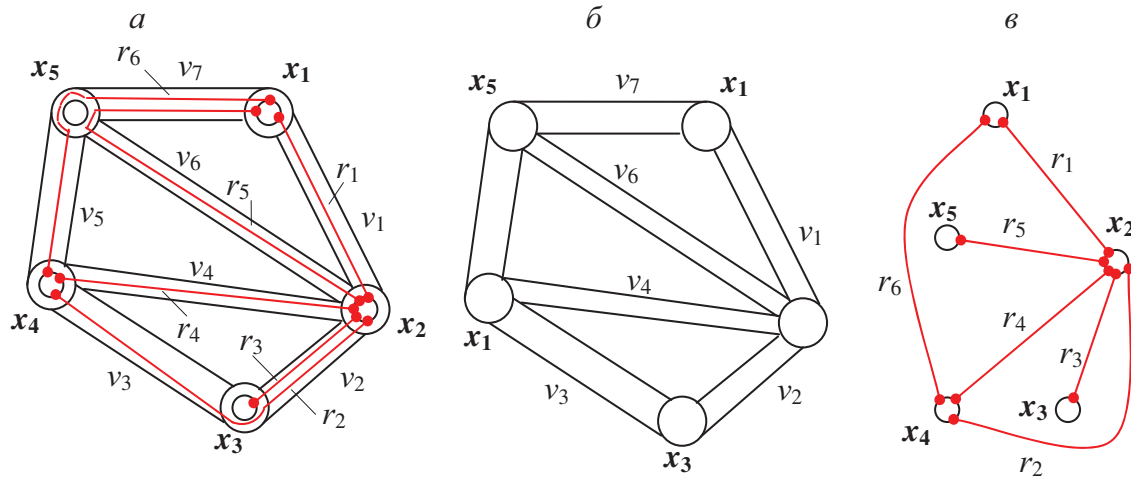
1. Математические модели транспортной сети. Ниже рассматриваются математические модели транспортных сетей, а также их основные характеристики.

Математическими моделями, наиболее часто используемыми при описании структур сетей, являются графы и гиперсети [1].

Основными компонентами сети являются первичная и вторичная сети. Граф как модель наиболее адекватно определяет структуру первичной сети. Структура вторичной сети (если не рассматривать ее реализацию на первичной сети) также хорошо моделируется графом. Для моделирования сетей с учетом того, что вторичную сеть необходимо рассматривать как построенную на базе каналов первичной сети, используется понятие гиперсети. Гиперсеть более соответствует сложности современных иерархических сетей. Решение задач на гиперсетях с учетом динамики функционирования во времени позволит получить результаты, представляющие интерес при размещении пунктов обслуживания потоков в системах сетевой структуры.

Определение. Гиперсеть $S = (X, V, R; P, F, W)$ состоит из следующих объектов:

- 1) $X = (x_1, \dots, x_n)$ — множество вершин (ребра графа первичной сети);
- 2) $V = (v_1, \dots, v_m)$ — множество ветвей (ребра графа первичной сети);
- 3) $R = (r_1, \dots, r_g)$ — множество ребер (ребра графа вторичной сети);
- 4) $P : V \rightarrow X \times X$ — отображение, определяющее граф $PS = (X, V)$, называемый первичной сетью;
- 5) $W : R \rightarrow X \times X$ — отображение, определяющее граф $WS = (X, R)$, называемый вторичной сетью;



Пример гиперсети:

a — гиперсеть *S*; *б* — первичная сеть *PS*; *в* — вторичная сеть *WS*

б) F — отображение, которое каждому элементу $r \in R$ ставит в соответствие множество $F(r) \subseteq V$ его ветвей (маршруты в графе $PS = (X, V)$).

Инцидентность и смежность в PS и WS определяются так же, как для графов. На рисунке приведен пример гиперсети.

Представим задачу поиска пунктов обслуживания в гиперсети в общем виде. Пусть задана гиперсеть $S = (X, V, R; P, F, W)$, в которой определены пропускные способности ветвей c_i . Необходимо найти во вторичной сети оптимальный (S, t) -поток, так чтобы для любой ветви v_i выполнялось неравенство $\sum f_j < c_i$, где f_j — величина потока, проходящего по ребру u_j , инцидентному ветви v_i . При этом поток может иметь заданную величину, но минимальную стоимость или максимальную устойчивость, но с ограничением его суммарной стоимости. Так как в рассматриваемом случае узлы характеризуются ценой, пропускной способностью, памятью и т. п., то в конкретных постановках всегда можно добиться того, чтобы оптимальному потоку соответствовало оптимальное расположение узлов, в которых происходит обслуживание потоков. Задача усложняется, если рассматривается нестационарная S -гиперсеть. В работе [2] приведено определение S -гиперсети, а в работе [3] предложены постановки и алгоритмы решения задачи поиска оптимальных потоков в нестационарных S -гиперсетях.

2. Математическая модель транспортной сети, используемая при построении системы перевалочных узлов между разными классами материальных потоков на основе теории нестационарных S -гиперсетей. Рассмотрим математическую модель системы перевалочных узлов (СПУ) с использованием аппарата теории нестационарных S -гиперсетей [1]. Будем считать, что в общем случае речь идет о большом материальном потоке величиной N , протекающем по СПУ. При этом одна часть груза покидает СПУ, а другая часть вливается в обобщенную транспортную сеть.

Каждому ребру S -гиперсети SH ставятся в соответствие следующие числа: c_i^j — стоимость единицы потока в ребре u_{ij} вторичной сети WH^i ; t_{ij} — время прохождения потока в ребре u_{ij} вторичной сети WH^i ; $b(V_i)$ — ограничение на суммарный поток в ребре v_i ; x_{ij} — величина потока в ребре u_{ij} .

Таким образом, при данном условии можно сформулировать две задачи о прохождении материального потока через СПУ.

2.1. *Задачи оптимального построения СПУ.* При создании транспортной сети возникает необходимость переноса груза в сеть другого класса (формата), следовательно, входной формат может отличаться от выходного. Таким образом, имеют место две задачи, одна из которых состоит в минимизации ресурсов для построения перевалочных пунктов между сетями различных классов, а другая предполагает минимизацию времени прохождения грузов. Рассмотрим обе постановки.

1. Найти заданный (S, h) -поток величиной N , имеющий минимальную стоимость. Эта задача соответствует задаче минимизации используемых ресурсов при обработке грузов в соответствующем СПУ в течение заданного промежутка времени Δt (минимизация ресурсов):

$$\min \varphi = \sum c_{ij}x_{ij} \text{ при} \quad (1)$$

$$\sum_i x_{ij} - \sum_k x_{jk} = \begin{cases} -N, & j = s, \\ 0, & j \neq s, \\ N, & j = h; \end{cases}$$

$$0 \leq \sum_{x_{ij} \in F_z(U_{ij})=V_z} x_{ij} \leq b(V_z); \quad (2)$$

$$\rho_t^W(S, h) \leq \Delta t. \quad (3)$$

Ограничения (1) стандартны для задач поиска потоков. Ограничение (2) гарантирует, что суммарная величина потока через вершину или ветвь V_z не превышает заданного значения $b(V_z)$. Здесь под суммарной величиной потока понимается объем одновременно обрабатываемого и (или) хранящегося в узле V_z груза, либо передаваемого по ветви V_z ($\{V_z\}$ — множество элементов первичной сети). Ограничение (3) показывает, что в полученном графе потоков W^* расстояние по времени между вершинами S, t не превышает заданную величину Δt .

2. Найти заданный (S, h) -поток, проходящий сеть SH за минимальное время. Данная постановка соответствует минимизации времени прохождения груза (оперативность системы). Разумеется, в данном случае речь идет о средней величине пересылки груза из заданной совокупности M грузопотоков. Чем меньше заданная величина потока V , тем более точным будет решение для заданных M грузопотоков.

Формально задача ставится следующим образом: минимизировать $\psi = \rho_t^{W^*}(S, h)$ при условии, что в найденном графе потока W^* максимальный поток $m(S, h) \geq V$ (V — заданная величина потока; $m(S, h)$ — максимальная величина потока; $\rho_t^{W^*}(S, h)$ — длина кратчайшей по времени (S, h) -цепи в найденном потоковом графе W^*).

Условия (1), (2) остаются справедливыми и для этой задачи. Имеет место ограничение на стоимость

$$\sum c_{ij}x_{ij} \leq C,$$

т. е. суммарная стоимость всего потока из S в h в графе W^* не превышает значения C .

Так как в задачи входят время и объем пропуска обрабатываемого груза, то рассматривается нестационарная S -гиперсеть. Оптимальное решение этих задач позволит найти места и способы организации межсетевых СПУ. При этом решаются задачи минимизации стоимости дополнительного оборудования и минимизации среднего времени прохождения груза через сети разных классов между любой парой фрахтователей объединенной сети.

Для того чтобы решения были адекватными поставленным задачам, необходимо правильно построить нестационарную гиперсеть, соответствующую данным постановкам.

2.2. *Структура сети СПУ.* Все подсистемы СПУ, включающие сетевую составляющую, имеют аналог в нестационарной S -гиперсети [2], в частности обладают следующими свойствами:

1. Каждой сети определенного типа ставится в соответствие вторичная сеть $W\Pi_i = (x^i, u^i)$.

2. Поток груза, состоящий из подпотоков PD_j различного класса, направляется на соответствующие данному классу сети и СПУ для обработки груза WOD_j .

3. Сети $\{W\Pi_i\}$ и $\{WOD_j\}$ объединяются в одну структуру WO для передачи и обработки входных сообщений.

4. Так как в нестационарной гиперсети очередность срабатываний, показатели, атрибуты и т. д. зависят от времени, т. е. определяются составленным расписанием, то процедура составления расписания и его модификация определяются системой управления СУ (SH). В данном случае найденные оптимальные потоки, проходящие через определенные СПУ, задают расписание работы этих СПУ и сети в целом.

5. Нестационарная S -гиперсеть HS имеет структуру $HS = (PS, \{W\Pi_i\}, \{WOD_j\})$.

3. Описание алгоритма решения данных задач. В данной постановке имеет место классический случай задачи о размещении пунктов обслуживания в нестационарной S -гиперсети [3]. Действительно, каждый грузооператор работает с одной или несколькими транспортными сетями различного класса. Оператор имеет возможность организовывать внутри одной компании межсетевые СПУ для передачи груза с одной транспортной сети на другую и тем самым увеличить число услуг за счет осуществления перевозки от грузоотправителя к грузополучателю в разных форматах. Остается открытым вопрос о сопряжении транспортных сетей различного класса, принадлежащих разным собственникам. В этом случае оборудование СПУ должно принадлежать либо частной компании, либо государству (федеральным или местным властям), при этом его стоимость не должна быть очень высокой. В данном случае целевой функцией является либо минимизация приведенных затрат на это оборудование, либо среднее время передачи сообщения от одного абонента другому. Таким образом, можно использовать приведенную ниже схему решения задач о размещении пунктов обслуживания в потоковых сетях. Так как в основе подобных сетей, как правило, лежат сети различного класса, принадлежащие разным собственникам, то в качестве математических моделей в общем случае должны использоваться нестационарные S -гиперсети.

Очевидно, что эффективность размещения межсетевых СПУ определяется характеристиками основной функции сети — потоками.

Ниже приведена схема решения задач поиска мест обслуживания в транспортных сетях:

1. Содержательная постановка задачи.
2. Формализация задачи размещения.
3. Процедуры размещения.
4. Формирование целевых функций, связанных с оптимизацией потока ($j := 1$).
5. Вычисление числа элементов для размещения ($k := 1$).
6. Определение возможных мест размещения и стоимости размещения в данном месте.
7. Процедура случайного выбора заданного числа мест размещения.
8. Существует ли допустимое решение? Да — переход к п. 9. Нет — переход к п. 6.
9. Решение задачи поиска оптимального потока.

10. $k < n + 1$? Да — $k := k + 1$; переход к п. 7. Нет — переход к п. 11 (n — длина цикла по k).

11. Процедура построения нового распределения вероятности.

12. Проверка решения на выполнение условий и допущений. Да — переход на п. 13. Нет — переход на п. 7.

13. Выбор лучшего варианта z_j из серии j . Запомнить этот вариант.

14. $j < m + 1$? Да — $j := j + 1$, $k := 1$; переход к п. 7. Нет — переход к п. 15 (m — длина цикла по j).

15. Сравнение вариантов $\{z_j\}$. Лучший вариант объявляется решением.

Заключение. В данной работе предложен подход к решению задач о размещении (как правило, NP-полных) пунктов обслуживания в транспортных сетях, основанный на их сводимости к задачам поиска оптимальных потоков в нестационарных S -гиперсетях. Метод решения основан на идее случайного поиска с адаптацией. Адаптация осуществляется в интерактивном режиме с участием специалистов по прикладным задачам в соответствующей отрасли. Данный подход, примененный при проектировании сетей электросвязи, дал очень хороший результат.

Список литературы

1. Попков В. К. Математические модели связности. Новосибирск: ИВМиМГ СО РАН, 2006.
2. Попков В. К. Применение теории S -гиперсетей для моделирования систем сетевой структуры // Пробл. информатики. 2010. № 4. С. 17–40.
3. Блукке В. П., Попков В. К. Исследование имитационной модели живучести интегральной информационной сети // Электросвязь. 2010. № 11. С. 52–56.

*Попков Глеб Владимирович — канд. техн. наук, науч. сотр. Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН;
тел. (383) 330-96-43; e-mail: glebpopkov@rambler.ru;*

*Попков Владимир Константинович — д-р физ.-мат. наук, проф.,
гл. науч. сотр. Института вычислительной математики
и математической геофизики; e-mail: popkov@sscc.ru*

Дата поступления — 19.06.12