УДК 519.6:624.9

Об одном подходе к оптимизации инфраструктуры инженерных сетей

В.К. Попков, Г.Ы. Токтошов, А.Н. Юргенсон

В работе представлен новый гиперсетевой подход к оптимизации инфраструктуры инженерных сетей. Основное внимание уделено взаимозависимости показателей природно-техногенной системы «земельный участок + инженерная сеть». Представлены результаты численных экспериментов по расчёту стоимости прокладки линейных сооружений на заданном участке.

Ключевые слова: инфраструктура, инженерная сеть, линейные сооружения, трасса, расчётная сетка, гиперсеть.

1. Введение

В последнее время наблюдается увеличение объёмов целевой продукции (информация, энергия, продукт), потребляемой в промышленности, сельском хозяйстве и коммунально-бытовом обслуживании населения. В связи с этим возникает необходимость построения инженерных сетей различного назначения, таких как газо-, нефте- и водопроводные сети, теплосети, сети автомобильных и железных дорог, сети передачи данных и электропередач и т. д. Известно, что инженерные сети обеспечивают перемещения целевого продукта из одного пункта в другой и должны быть конкурентоспособными в условиях рыночных отношений.

Конкурентоспособность любого вида инженерных сетей зависит, в первую очередь, от стоимости их инфраструктуры. Стоимость инфраструктуры при проектировании, строительстве и эксплуатации инженерных сетей – функция многих факторов, среди которых значимыми являются: рельеф, инженерно-геологические условия, ценность занимаемых земель и т.д. Эти параметры должны учитываться ещё при выборе направления трассы линейных сооружений, а значит, и до начала строительно-монтажных работ. Другими словами, заданная территория предопределяет инфраструктуру любой инженерной сети, от которой в значительной степени зависит экономическая целесообразность и техническая возможность построения сети на соответствующем месте. Таким образом, очень важна предварительная оценка стоимости земельных участков для прокладки линейных сооружений, которые выполняются как часть структуры инженерных сетей. При этом оптимальный выбор земельных участков под строительство инженерных сетей достигается путём сравнения технико-экономических и социальных показателей инвестиционного проекта в целом, включая инженерные изыскания, проектирование, строительство и эксплуатацию. Известно, что заметный и постоянно растущий вклад в стоимость инженерных сетей вносит рыночная цена земельных участков, по которым проходят линейные сооружения. Согласно [1], стоимость земельного участка в равнинной и слабопересеченной местности составляет до 20%, а в горной – до 40 – 50% от общей стоимости строительства инженерных сетей различного назначения. Кроме того, эта проблема усугубляется нынешними формами рыночных отношений к земле, т.е. зéмли могут находиться в негосударственном владении и прокладка линейных сооружений на таких участках может быть связана со значительными трудностями и денежными затратами. Другими словами, владелец земли может потребовать с владельца инженерной сети плату за их использование в виде арендной платы, налога на землю и т.п. Таким образом, минимизация стоимости инфраструктуры инженерных сетей при их проектировании и эксплуатации является наиболее важной и актуальной, определяющей их конкурентоспособность.

2. Важные понятия и определения

Инженерные сети – сложные технические системы, состоящие из множества узловых элементов (источники сырья, потребители, станции, распределительные пункты и т.д.), в которых возникают и распределяются потоки, и линейных сооружений, соединяющих некоторые пары из множества узловых элементов.

Под *инфраструктурой инженерной сети* в настоящей работе понимается совокупность устройств и сооружений, необходимых для функционирования и обеспечения материальных и культурных потребностей общества.

Линейными сооружениями называются линейные части инженерных сетей (трубопроводы, участки автомобильных и железных дорог, линии электросвязи и электропередач и т.п.), непосредственно осуществляющие транспортировку целевой продукции от источника к потребителям и имеющие значительную протяжённость, занимающие сравнительно узкую полосу земной поверхности.

Под *трассой* понимается пространственное положение продольной оси проектируемого линейного сооружения, связанной с рельефом местности. Будучи отображённой на местность, трасса определяет размещение сетей на местности как физического объекта. Таким образом, инженерные сети неразрывно связаны с окружающей средой, т. е. всякая сеть в той или иной степени привязана к местности. Поэтому при исследовании структур инженерных сетей, как и сетей связи [2], важным теоретическим допущением является их деление на первичные и вторичные.

Первичная сеть – математическая или цифровая модель местности (земельного участка), которая позволяет предварительно определить соответствующую трассу для прокладки линейных сооружений между заданными точечными объектами заданного участка. *Вторичная сеть* – сеть линейных сооружений, соединяющие соответствующие пары узлов.

3. Постановка задачи

Задачу построения оптимальной структуры инженерной сети можно сформулировать с учётом затрат, связанных с её сооружением и эксплуатацией. Для этой цели рассматриваются приведённые затраты [3], равноценно учитывающие затраты как на строительство инженерной сети, так и на её последующую эксплуатацию.

Пусть известны: D – земельный участок, который в дальнейшем аппроксимируется сеткой определённого типа; $Y = Y_{source} \cup Y_{consumer} \cup Y_{some}$ – множество точек, между соответствующими парами которых необходимо построить линейные сооружения (Y_{source} – источник(и), $Y_{consumer}$ – потребитель(и), Y_{some} – другие точечные объекты, представляющие собой распределительные пункты, подстанции, станции и т. п.); приведённые затраты на построение инженерной сети.

Тогда в более общем виде задача заключается в прокладке линейных сооружений между соответствующими элементами $Y \in D$ таким образом, что приведённые затраты на их построение принимают минимальное значение.

В настоящее время существует множество подходов к решению поставленной задачи, таких как методы вариационного исчисления [4], теория графов [5], исследование операций и дискретной оптимизации [6, 7], сеточная аппроксимация [8, 9], сплайны и триангуляция [10, 11] и т. д. Достоинствами этих методов является их простота и универсальность, позволяющие решить поставленную задачу в большей степени эмпирическими способами.

Однако как показал опыт, в ходе исследования выявлены и недостатки, главным из которых связан с тем, что эти методы практически не учитывают взаимодействие природно-технической системы «земельный участок + инженерная сеть». Такой недостаток не позволяет, с одной стороны, обосновать стоимость земельного участка для выбранной конструкции устройств и сооружений, а с другой – провести качественную оценку параметров проектируемой сети для заданного типа земли.

Таким образом, для комплексной оценки стоимости инфраструктуры инженерной сети необходим другой подход, который, в отличие от существующих подходов оптимизации, позволяет рассматривать природно-техническую систему «земельный участок + инженерная сеть» как одно целое.

4. Гиперсетевой подход

4.1. Первичная сеть

Как сказано выше, одним из факторов, предопределяющих стоимость инфраструктуры инженерной сети, является земельный участок, на котором предполагается вести строительство. Стоимость инфраструктуры инженерных сетей формируются из затрат на приобретение земельного участка, земляных работ и на приобретение и монтаж оборудования. Ясно, что стоимость инфраструктуры зависит от вида и назначения проектируемой сети и характеристик земельного участка, на котором она размещается. Это объясняется тем, что для некоторых видов сетей характеристики земельного участка незначимы при её прокладке, а для других они имеют определяющее значение и приведут к увеличению затрат на приобретение и монтаж оборудования на этом участке. Например, монтаж кабелей на болотистой местности существенно дороже, чем монтаж вдоль автомобильных дорог. Однако в некоторых случаях дешевле проложить короткий кабель по более «дорогой» местности, чем в обход по более «дешевой». Поэтому, прежде чем начать строительно-монтажные работы, необходим обоснованный выбор трассы, вдоль которой прокладываются линейные сооружения. В свою очередь, наиболее целесообразный вариант трассы, с точки зрения экономической эффективности, зависит от качества модели заданной территории. В качестве модели местности часто используют топографические карты, геоинформационные системы, генпланы, цифровые или математические модели и т.п. В настоящей работе используются математические модели местности (двумерная и трёхмерная), построенные на основе метода сеточной аппроксимации путём дискретизации заданного участка, которые учитывают природные и ситуационные характеристики рельефа местности. Для дискретизации заданного участка в настоящее время используют как регулярные, так и нерегулярные типы сеток (например, триангуляции). В настоящей работе было решено использовать регулярную сетку для наглядного описания сути предлагаемой технологии.

4.1.1. Двумерная расчётная сетка

Пусть на некотором участке D задано положение объектов Y, которые необходимо связать линейными сооружениями так, чтобы стоимость трасс для их прокладки была минимальной. Пусть положение этих сооружений мало зависит от разнообразия форм рельефа. Для таких сооружений (напорных трубопроводов, линий связи и электропередач) практически не существует ограничений параметров трассы в профиле, важно только преодоление ситуационных препятствий. Чтобы учесть природные и ситуационные особенности данного участка для прокладки оптимальных трасс, в данном случае удобнее использовать двумерную сетку на плоскости [12].

Для этого рассмотрим прямоугольную область (часть топографической карты) $\Omega = \{(x, y) \mid a < x < b, c < y < d\}$, содержащую участок земной поверхности D и все его точки (рис. 1).

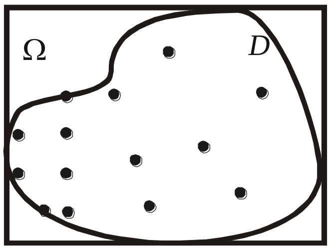


Рис. 1. Прямоугольная область Ω, содержащая участок D

Для простоты область Ω разобьём регулярной сеткой $l_x \times l_y$:

$$l_x : a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b,$$
$$l_y : c = y_0 < y_1 < \ldots < y_m = d,$$

образованной двумя семействами прямых $x = x_j$ ($j = 0,1,\ldots,n$), параллельных оси Oy, и $y = y_i$ ($i = 0,1,\ldots,m$), параллельных оси Ox, которые делят область Ω на прямоугольные ячейки Ω_{ij}, где $\Omega_{ij} = \{(x, y) \,|\, x \in (x_j, x_{j+1}), y \in (y_i, y_{i+1})\}$ (рис. 2).

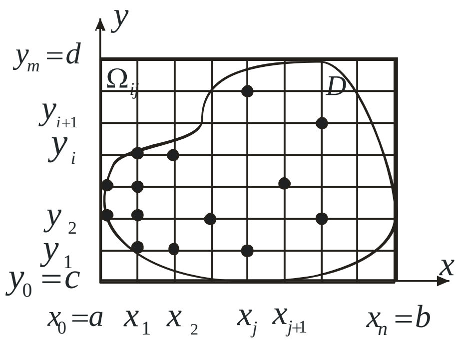


Рис. 2. Сеточная область Ω на плоскости

Точки пересечения прямых x_j и y_i будем называть узлами сетки и обозначать x_{ji}. Величины $l_x = x_j - x_{j-1}(j = 2,..,n)$ и $l_y = y_i - y_{i-1},(i = 2,..,m)$ назовём шагами сетки; квадрат, образованный пересечением прямых $x = x_j$, $x = x_{j-1}$, $y = y_i$, $y = y_{i-1}$, – ячейкой сетки; часть плоскости, покрытую сеткой Ω, – сеточной областью; прямые $y = y_1$ и $y = y_m$ – нижней и верхней, а прямые $x = x_1$ и $x = x_n$ – левой и правой границами области. Стороны ячеек назовём ветвями сетки.

В силу регулярности сетки расстояния между узлами (шаг сетки) одинаково, т. е. они равноотстоящие:

$$l_x : x_1 - x_0 = \ldots = x_n - x_{n-1} = l = const,$$
$$l_y : y_1 - y_0 = \ldots = y_m - y_{m-1} = l = const,$$

тогда $l = l_x = l_y$, и для координаты любого узлового элемента (x_j, y_i) данной сетки имеют место выражения $x_{j+1} = x_j + l = x_0 + (j+1) \cdot l$, $j = 0,1,\ldots,n-1$ и $y_{i+1} = y_i + l = y_0 + (i+1) \cdot l$, $i = 0,1,\ldots,m-1$.

Таким образом, область Ω можно представить в виде регулярной сетки, образованной множеством прямоугольных ячеек $\Omega_{ij} = \{(x, y) \,|\, x \in (x_j, x_{j+1}), y \in (y_i, y_{i+1})\}$. Очевидно, что вся сеточная область $\Omega = \bigcup \Omega_{ij}$. Сетка Ω должна быть накрыта на область D таким образом, чтобы объекты из множества Y ($Y \in D$) размещались в некоторых её узлах. Если это условие невыполнимо, то объекты из множества Y смещаются в ближайший узел сетки Ω.

Будем использовать следующие обозначения: узлы сетки Ω обозначим через $x_{ji} = (x_j, y_i)$, $x_{j+k,i+r} = (x_{j+k}, y_{i+r})$ ($\forall j \neq k, i \neq r : k, r = \{-1;0;1\}$). Каждая пара узлов $x_{ji} \in X$

и $x_{j+k,i+r} \in \Gamma(x_{ji})$ представляет собой ветви $v=(x_{ji},\ x_{j+k,i+r})$, вдоль которых может быть проложено линейное сооружение (участки возможных трасс). Всякая ветвь $v=(x_{ji},\ x_{j+k,i+r})$, соединяющая пары точек x_{ji} и $x_{j+k,i+r}$ сетки Ω, характеризуется длиной ρ и весом Q.

В зависимости от конфигурации применяемой сетки длина ветви $\rho(x_{ji},\ x_{j+k,i+r})$ определяется следующим образом:

– $\rho(x_{ji},\ x_{j+k,i+r}) = \left|x_{j+k} - x_j\right| + \left|y_{i+r} - y_i\right|$ для прямоугольной сетки без диагоналей;

– $\rho(x_{ji},\ x_{j+k,i+r}) = \sqrt{(x_{j+k} - x_j)^2 + (y_{i+r} - y_i)^2}$ для прямоугольной сетки с диагоналями.

Нетрудно заметить, что для линейных сооружений, продольный профиль которых мало зависит от разнообразия форм рельефа (например, для напорных трубопроводов, линий связи, линий электропередач и т. д.), величина $\rho(x_{ji},\ x_{j+k,i+r})$, характеризующая длину ветви между вершинами x_{ji} и $x_{j+k,i+r}$, удовлетворяет аксиоме метрического пространства, т. е. для всех i, j и k, r ($j \neq k,\ i \neq r$) выполняются условия:

1) $\rho(x_{ji}, x_{j+k,i+r}) \geq 0 \Rightarrow \rho(x_{ji}, x_{j+k,i+r}) = 0$, если $x_{ji} = x_{j+k,i+r}$;

2) $\rho(x_{ji}, x_{j+k,i+r}) = \rho(x_{j+k,i+r}, x_{ji})$;

3) $\rho(x_{j-1,i-1}, x_{j+k,i+r}) \leq \rho(x_{j-1,i-1}, x_{ji}) + \rho(x_{ji}, x_{j+k,i+r})$.

Таким образом, в двумерном случае областью Ω является сеточное метрическое пространство заданной размерности, в котором может быть размещена инфраструктура инженерной сети, соответствующая некоторому проектному решению.

Для оценки стоимости трассы для прокладки линейного сооружения каждой ветви $v=(x_{ji},\ x_{j+k,i+r})$ ($\forall j \neq r, i \neq k:\ r,k = \{-1;0;1\}$) сетки Ω присвоим вес, равный

$$Q(x_{ji}, x_{j+k,i+r}) = \big(a(x_{ji}, x_{j+k,i+r}) + b(x_{ji}, x_{j+k,i+r})\big) \cdot \rho(x_{ji}, x_{j+k,i+r}) \qquad (1)$$

где $x_{ji} = (x_j, y_i)(i = 1,2,\ldots,m;\ j = 1,2,\ldots,n)$ – координаты точек пересечения сетки Ω; $a(x_{ji}, x_{j+k,i+r})$ – удельная стоимость земли (аренда, налог и т.д.) на участке, соответствующая ветви $(x_{ji},\ x_{j+k,i+r})$; $b(x_{ji}, x_{j+k,i+r})$ – удельная стоимость земляных работ (рытьё траншеи, отчуждение земли и т.п.) на участке, соответствующая ветви $v=(x_{ji},\ x_{j+k,i+r})$, зависящая от типа участка (горная, равнинная, холмистая).

Таким образом, $Q(x_{ji}, x_{j+k,i+r})$ – стоимость трассы для прокладки линейного сооружения на участке, соответствующая ветви $v=(x_{ji},\ x_{j+k,i+r})$ длиной $\rho(x_{ji},\ x_{j+k,i+r})$. Запись $a(x_{ji}, x_{j+k,i+r})$, $b(x_{ji}, x_{j+k,i+r})$ и $\rho(x_{ji}, x_{j+k,i+r})$ обозначает зависимость величин от координат точек метрического пространства Ω.

4.1.2. Трёхмерная расчётная сетка

Пусть даны:

– рельеф заданной территории D с минимальным перепадом высот h, некоторыми точками Y на нём, которые надо связать такими линейными сооружениями, как самотёчные трубопроводы, каналы и т. д. таким образом, чтобы затраты на строительство сети были минимальны;

– запретные зоны, отображающие участки, по которым невозможна прокладка линейных сооружений.

В данном случае необходимо учитывать склоны и направления прокладки линейного сооружения, поскольку высотные характеристики являются значительным ограничением.

Для учёта высотных характеристик данного участка и его природных и ситуационных особенностей в данном случае удобно пользоваться трёхмерной сеткой в пространстве. Для этого на участке местности выделяется область Ω в виде регулярной горизонтальной сетки, включающей участок $D \in \Omega$ и все его точки, за пределами которого не планируется строительство линейного сооружения. Вводится система координат $Oxyz$, начало которой расположено в одном из углов горизонтальной сетки Ω, оси Ox и Oy направлены по ее сторонам, а ось Oz направлена вверх.

По приведённым выше правилам задаются шаг сетки l_x по оси Ox и шаг l_y по оси Oy. В силу того, что в нашем случае горизонтальная сетка Ω регулярна, шаг сетки по оси Ox и по оси Oy одинаковы, т. е. $l = l_x = l_y$. Далее в пределах регулярной сетки Ω для каждой точки $z = f(x, y)$ аналитически или в виде таблицы задаётся минимальный перепад высот h моделируемой поверхности (рис. 3,*а*).

Далее горизонтальную сетку Ω переносим снизу вверх параллельно по оси Oz таким образом, чтобы она касалась всеми точками поля высот $h = f(x, y)$ (рис. 3,*б–г*). Это подобно тому, как некоторый остров в виде горной территории постепенно затопляется водой, причём уровень воды последовательно останавливается через промежутки по высоте, равные h_i метров.

В результате получается трёхмерная сетка с высотными характеристиками в точках $(x, y) \in D$, которую необходимо соединить линией, на которой белыми кружками обозначены неиспользуемые при вычислении метрических и других характеристик проектируемой линии фиктивные узлы трёхмерной сетки (рис. 3,*г*).

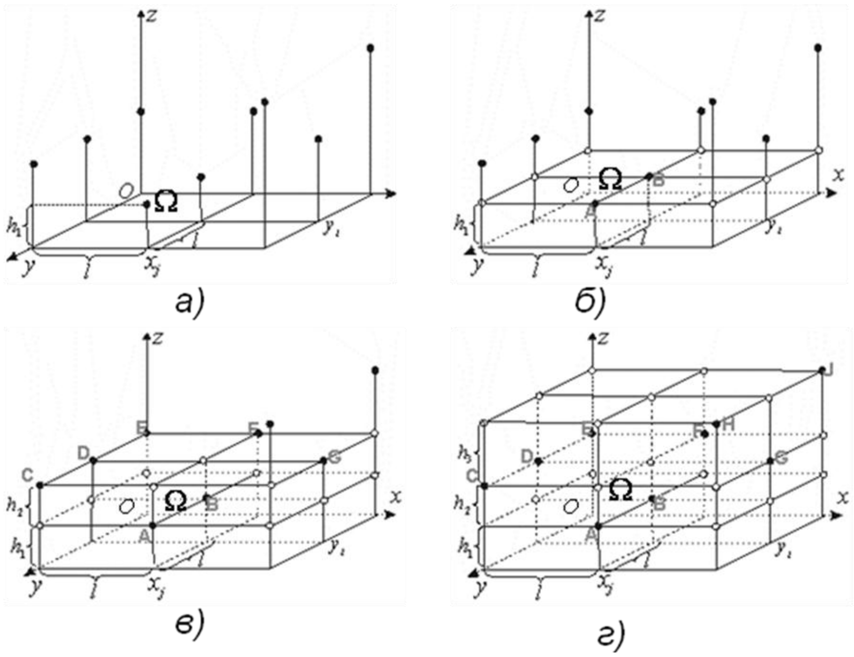


Рис. 3. Построение трёхмерной расчётной сетки

Далее введём следующие обозначения: α – угол между отрезком, соединяющим некоторые пары узлов (не фиктивных), и горизонтальной поверхностью (рис.4). Для каждого типа линейного сооружения можно ввести следующие дополнительные обозначения: α_{up} – предельно допустимый угол прокладывания линейного сооружения вверх по склону; α_{dowm} ($\alpha_{dowm} < 0$) – предельно допустимый угол прокладывания линейного сооружения вниз по склону; α_{side} – предельно допустимый угол прокладывания линейного сооружения горизонтально по поверхности склону.

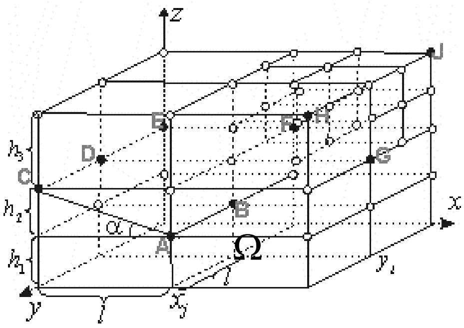


Рис. 4. Трёхмерная расчётная сетка

Возможны следующие случаи:

1. если $\alpha \le \alpha_{up}$, то прокладка линейного сооружения вверх по склону разрешена, в противном случае – нет;

2. если $\alpha \ge \alpha_{dowm}$, то прокладка линейного сооружения вниз по склону разрешена, в противном случае – нет;

3. если $\alpha \le |\alpha_{side}|$, то прокладка линейного сооружения горизонтально по поверхности склону разрешена, в противном случае – нет. Ясно, что $\{\alpha_{up}, \alpha_{dowm}, \alpha_{dowm}\}<90^{\circ}$.

Определяем наличие ветви и её направление в соответствии со следующими правилами:

– если некоторые пары узлов трёхмерной сетки Ω расположены на одном уровне ($\alpha = 0$), то между ними существует неориентированная ветвь;

– если некоторые пары узлов трёхмерной сетки Ω расположены на разных уровнях и выполняется условие 1 (условие 2), то между ними существует ориентированная ветвь, и она направлена снизу вверх (сверху вниз);

– если между некоторыми парами узлов трёхмерной сетки Ω расположены запретные зоны, по которым невозможна прокладка линейных сооружений либо не выполняется условие 3, то между ними не существует ветвь.

Для вычисления длин ветвей, в отличие от двумерного случая, применяется пространственное расстояние, которое вычисляется по одной из следующих формул (см. рис. 4):

– $\rho(A,B) = l$, если вершины A и B соседних клеток располагаются на одном уровне;

– $\rho(A,C) = \sqrt{l^2 + h_2^2}$, если вершины A и C соседних клеток располагаются на разных уровнях;

– $\rho(B,J) = \sqrt{2l^2 + (h_2 + h_3)^2}$, если вершины B и J соседних клеток располагаются на разных уровнях (диагональ с двумя ступенями);

– $\rho(D,F) = l\sqrt{2}$, если вершины D и F соседних клеток располагаются на одном уровне (диагональ);

– $\rho(A,G) = \sqrt{2l^2 + h_2^2}$, если вершины A и G соседних клеток располагаются на разных уровнях (диагональ с одной ступенью).

Пространственное расстояние не всегда равно ширине ячейке, поскольку оно изменяется в зависимости от склона и выбранного направления прокладки линейного сооружения. Для оценки стоимости трассы для прокладки линейного сооружения на участке, соответствующем некоторой ветви, ей присваивается вес, определяемый выражением (1), с той разницей, что в данном случае применяется пространственное расстояние. Это объясняется тем, что стоимость прокладки линейного сооружения зависит от склона и выбранного направления его прокладки. Использование пространственного расстояния вместо двумерного расстояния позволяет увеличить точность прокладки маршрута с наименьшей стоимостью.

Трёхмерной расчётной сетке можно сопоставить двумерную сетку (согласно возможным случаям 1-3, **п.п. 4.1.2.**), у которой некоторые ветви ориентированы и взвешены соответствующим образом (рис.5).

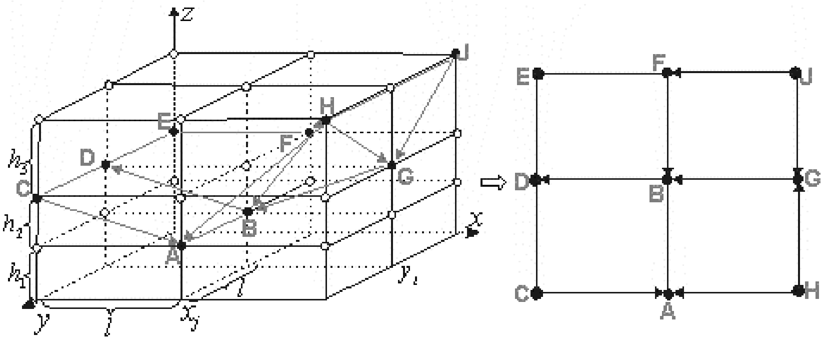


Рис. 5. Переход к двумерной сетке

Таким образом, расчётные сетки являются математическими моделями местности, у которых веса ветвей представляют собой результат перерасчёта затрат на земельный участок и земляные работы в стоимостные показатели. Такая модель полностью применима для поиска трассы для прокладки линейных сооружений.

Далее на множестве узлов двумерной (трёхмерной) сетки построим граф (орграф) $G=(X,V)$, в котором X соответствует узлам расчётной сетки, а V – её ветвям (дугам). Полученный граф (орграф) принимаем в качестве первичной сети для поиска возможных трасс для прокладки линейных сооружений. Трасса, по которой будет проложено линейное сооружение, должна иметь минимальную стоимость, включающую стоимость земельного участка и земляных работ. Можно сформулировать задачу поиска оптимальных трасс на языке теории графов: пусть известен граф $G=(X,V)$, где X – множества вершин, в которых заканчивается возможные трассы; V – множества рёбер, соответствующих участкам возможных трасс; $Y \subseteq X$ – подмножество вершин, где расположены объекты, которые необходимо связать линейными сооружениями; $Q(x_{ji}, x_{j+k,i+r})$ – стоимость участка $v=(x_{ji}, x_{j+k,i+r})$ возможной трассы. Требуется найти маршруты μ^* между заданными парами вершин в $Y \subseteq X$ графа G, имеющие минимальный суммарный вес: $\sum\limits_{\forall x_{ji}, x_{j+k,i+r} \in \mu^*} Q(x_{ji}, x_{j+k,i+r}) \to \min$. Задача в такой постановке легко решается с помощью классического алгоритма Флойда. Однако этот алгоритм в чистом виде не учитывает зависимость трассы от выбранных типов конструкций устройств и сооружений, которые образуют инфраструктуру инженерной сети. Таким образом, решение задачи поиска оптимальных трасс для прокладки линейных сооружений не представляется возможным без учёта параметров элементов вторичной сети, которая описывает конфигурацию линейных сооружений.

4.2. Вторичная сеть

Под вторичной сетью в настоящей работе понимается конфигурация, описывающая взаимное расположение линейных сооружений и узловых элементов (источники и потребители сырья, станции, подстанции, распределительные пункты и т.д.) на плоскости, которая в дальнейшем отображается в первичную сеть. Пусть структура вторичной сети описывается графом $WS=(Y,R)$, в котором Y – множество узлов, определяемое как $Y=Y_{source} \cup Y_{consumer} \cup Y_{some}$, а R – множество линейных сооружений, соединяющее соответствующие пары узлов из множества Y. Тем самым в нашем случае вторичная сеть характеризует инфраструктуру инженерной сети. Как сказано выше, стоимостные показатели вторичной сети в значительной степени зависят от характеристики первичной сети; или наоборот, для выбранного типа элементов вторичной сети первичная сеть имеет разные стоимостные характеристики. Таким образом, становится ясным, что эти объекты (первичная и вторичная сети) должны быть формализованы одним математическим объектом, в котором учитывается факт реализация одной структуры в другой.

Для этого удобно использовать гиперсеть [13], которая изначально предназначена для описания сетей связи. Гиперсеть позволяет осуществить реализацию вторичной сети в первичную сеть с учётом взаимозависимости параметров элементов этих сетей и объединяет их в виде одного объекта.

4.3. Гиперсеть

Определение 1. Гиперсеть $S=(X,V,R;P,F,W)$ включает следующие объекты:

$X=(x_1,x_2,...,x_n)$ − множество узлов первичной сети;

$V=(v_1,v_2,...,v_g)$ − множество ветвей первичной сети;

$R=(r_1,r_2,...,r_m)$ − множество линейных сооружений;

$P:V\to 2^X$ − отображение, сопоставляющее каждому элементу $v\in V$ множество $P(v)\subseteq X$, тем самым, отображение P определяет граф первичной сети $PS=(X,V;P)$;

$F:R\to 2^V_{PS}$ − отображение, сопоставляющее каждому элементу $r\in R$ множество трасс $F(r)$, образующих простой маршрут в графе $PS=(X,V;P)$, причём семейство 2^V_{PS} содержит такие подмножества, трассы которых составляют связную часть графа PS. Отображение F определяет гиперграф $FS=(V,R;F)$. Множество всех маршрутов $F(r)$, сопоставляющее каждому ребру $r\in R$ графа WS единственный маршрут в графе PS, назовём вложением графа WS в PS.

$\forall r\in R\ \ W:r\to 2^{P(F(r))}$ − отображение, сопоставляющее каждому элементу $r\in R$ подмножество $W(r)\subseteq P(F(r))$, где $P(F(r))=Y$ − множество вершин в PS, инцидентных трассам $F(r)\subseteq V$. Отображение W определяет граф вторичной сети $WS=(Y,R;W)$.

Более подробно с понятиями теории гиперсетей можно ознакомиться в работе [13].

4.4. Гиперсетевая задача

Пусть известны:

- граф $PS=(X,V)$ первичной сети, в котором: $\rho(v)$ – длина трассы $v\in V$; $a(v)$ − удельная стоимость земли (аренда, налог и т.д.) на участке трассы $v\in V$; $b_r(v)$ – удельная стоимость строительных (земляных) работ на участках $v\in V$ для выбранного типа конструкций линейного сооружения $r\in R$; γ_1 – коэффициент дисконтирования по строительным затратам (это коэффициент для приведения экономических показателей разных лет к сопоставимым по времени величинам);
- граф $WS=(Y,R)$ вторичной сети, в котором: $\rho(r)=\sum_{v\in F(r)}\rho(v)$ − длина линейных сооружений $r\in R$; $c(r)$ − стоимость линейных сооружений $r\in R$ и их монтажа для прокладки между соответствующими элементами $Y\in D$; γ_2 – коэффициент дисконтирования по стоимости оборудования; $d_v(r)$ − стоимость эксплуатации линейных сооружений на участках $v\in V$ выбранной трассы $F(r)$.

Тогда задача заключается в поиске гиперсети S (вложение WS в PS), такой, что функционал

$$Q(S)=\left(\sum_{v\in V}a(v)+\sum_{v\in V}b_r(v)\cdot\gamma_1\right)\cdot\rho(v)+\left(\sum_{r\in R}\gamma_2\cdot c(r)+\sum_{r\in R}d_v(r)\right)\cdot\rho(r) \qquad (2)$$

принимает минимальное значение, при этом должны выполняться все условия и ограничения, накладываемые на проектируемую инженерную сеть.

4.5. Двухэтапный алгоритм

Основная идея предлагаемого алгоритма заключается в поиске первичного приближения к минимуму суммарных затрат (2) поставленной задачи и его улучшения. Первичное приближение может быть найдено с помощью известного алгоритма Флойда или «жадного» алгоритма. Суть «жадного» алгоритма в нашем случае заключается в следующем.

Шаг 1. Найти все кратчайшие маршруты в графе PS с помощью алгоритма Флойда.

Шаг 2. Реализовать ребро $r_i \in R$ графа WS по самому кратчайшему маршруту в PS.

Шаг 3. Обновить стоимости ветвей графа PS для ребра $R \setminus r_i$ (стоимость использованных ветвей равна нулю).

Шаг 4. Повторять шаги 1 – 3 до тех пор, пока не будут реализованы все рёбра графа WS в PS.

Как показывает опыт, в большинстве случаев существует возможность улучшить результат первичного приближения, найденный вышеуказанными способами, путём перереализации рёбер $r \in R$ графа WS по новым трассам в графе PS. Причём при перереализации рёбер $r \in R$ графа WS по новым трассам в графе PS должны учитываться их последовательные нумерации и результаты реализаций на предыдущем этапе трассировки.

Необходимость учёта последовательной нумерации перереализаций объясняется тем, что на этапе улучшения результатов первичного приближения каждому упорядоченному набору, составленному из всех элементов R графа WS, соответствует определённое решение. Другими словами, сходимость начального решения к оптимуму зависит от того, насколько удачно выбран упорядоченный набор, составленный из всех элементов R графа WS. Поэтому перереализация рёбер $r \in R$ графа WS по новым трассам графа PS должна осуществляться в соответствии с некоторым списком $\{r\}$ строго по очереди, т. е. сначала первое ребро, затем второе ребро и т. д. до тех пор, пока не будут перебраны все рёбра. Перебор всех рёбер из некоторого списка назовем итерацией.

Ясно, что поиск наиболее подходящего списка $\{r\}$, обеспечивающего быструю сходимость начального решения к оптимуму (минимуму суммарных затрат), при большом количестве $|R| >> 2$ является очень трудоёмкой задачей, поскольку из-за коммутативности списка $\{r\}$ количество всевозможных упорядочений, составленных из всех элементов R графа WS, существенно возрастает. Известно [14], что если $|R| = m$, то количество всевозможных упорядочений, составленных из всех элементов R графа WS, равно числу перестановок из m элементов, т. е. $P_m = m!$. Чтобы не перебирать всевозможные упорядочения, целесообразно иметь более подходящий список $\{r\}$, составленный из всех элементов R графа WS при поочерёдной реализации в графе PS с учётом результатов реализаций на предыдущем этапе, который обеспечивал бы быструю сходимость решения задачи к оптимуму.

Далее приведём необходимые понятия и определения для формирования соответствующего списка $\{r\}$, составленного из всех элементов R графа WS.

Определение 2. Если $\forall v \in V \;\; b_r(v) = const$, то заданная территория является однородной, в противном случае она называется неоднородной. Граф первичной сети, соответствующей однородному случаю, будем обозначать $PS_{од.}$, а неоднородному – $PS_{неод.}$.

Следует отметить, что если $\forall v \in V \;\; b_r(v) = const$, то маршрутом графа $PS_{од.}$ для реализация рёбер $r \in R$ графа $WS = (Y, R)$ может быть любое направление (все направление равнозначны), поскольку в этом случае стоимости строительных (земляных) работ по всем ветвям графа $PS_{од.}$ одинаковы.

Определение 3. Гиперсеть, построенную путём вложения графа WS в $PS_{од.}$ ($PS_{неод.}$), назовём однородной (неоднородной) и обозначим через $S_{од.}$ ($S_{неод.}$). Ясно, что кратчайший маршрут для ребра $r \in R$ графа WS в графе $PS_{од.}$ равен евклидову расстоянию между вершинами x, y графа $PS_{од.}$.

Для построения списка рёбер потребуются следующие понятия.

Метрика 1: для каждого ребра $r_k \in R$ вычислим

$$\rho(r_k, r_j) = \sum_j \left|(V_k \cup V_j) \setminus (V_k \cap V_j)\right| , \tag{3}$$

где: $k \neq j$, $V_k = F(r_k)$ и $V_j = F(r_j)$, т. е. множество ветвей графа $PS_{неод.}$, по которым проходят рёбра r_k и r_j соответственно. Такая метрика позволяет определить, насколько рёбра $r \in R$ расходятся друг от друга при реализации в графе $PS_{неод.}$. Далее производится улучшение начальных решений путём перереализации в графе $PS_{неод.}$, начиная с самого удалённого ребра.

Метрика 2: для каждого ребра $r_k \in R$ вычислим

$$\rho(r_k, r_k^{од.}) = \left|(V_k \cup V_k^{од.}) \setminus (V_k \cap V_k^{од})\right|, \tag{4}$$

где $V_k = F(r_k)$ – множество ветвей графа $PS_{неод.}$, $V_k^{од} = F(r_k^{од.})$ – множество ветвей графа $PS_{од.}$, по которым проходят рёбра r_k и $r_k^{од.}$ соответственно. Такая метрика позволяет выяснить, насколько расходятся маршруты $V_k = F(r_k)$ и $V_k^{од} = F(r_k^{од.})$ в графах $PS_{неод.}$ и $PS_{од.}$ для рёбер r_k и $r_k^{од.}$, соответственно. Для достижения быстрой сходимости первичного приближения к оптимальному процесс перереализаций необходимо начать с ребра, наиболее «удалённого» от всех по данной метрике.

Таким образом, для улучшения начального решения путём перереализаций ребер $r \in R$ графа WS по новым трассам в обоих случаях надо упорядочить по убыванию метрики, в результате чего получим список рёбер $\{r_i\},\ i = 1, \dots, m$.

Такое предположение исходит из следующего соображения: если начать улучшения в порядке возрастания метрики, то все рёбра начинают скапливаться в направлении наиболее «удаленных» рёбер, что может привести к значительному замедлению сходимости решений.

Случайный порядок. Произвольный список можно построить, генерируя случайные числа от 1 до *m*.

Далее из списка $\{r_i\},\ i = 1, \dots, m$ выбираем ребро $r_i \in R$ и удаляем его из гиперсети S. Гиперсеть $S \setminus r_i$ назовем *первичной сетью* по отношению к перереализуемому ребру $r_i \in R$. Обновим параметры элементов первичной сети $S \setminus r_i$ в соответствии с приведёнными ниже правилами:

Правило 1:

1.1. если для реализации рёбер $r_i \in R$ на участках $\{v\}$ некоторого маршрута в первичной сети $S \setminus r_i$ не требуется арендная плата, то $a'(v) := 0$;

1.2. если для реализации рёбер $r_i \in R$ на участках $\{v\}$ некоторого маршрута в первичной сети $S \setminus r_i$ требуется арендная плата, то $a'(v) := a(v)$.

Правило 2:

2.1. если на участках $\{v\}$ некоторого маршрута в первичной сети $S \setminus r_i$ реализовано ребро $r_{i-1} \in R$ графа WS, то для реализации следующего ребра $r_i \in R$ эти участки $\{v\}$ принимают нулевые веса $b'_{r_i}(v) := 0$, т. е. участки $\{v\}$ некоторого маршрута в первичной сети $S \setminus r_i$ позволяют прокладывать линии $r_i \in R$ без дополнительных строительных работ;

2.2. если на участках $\{v\}$ некоторого маршрута в первичной сети $S \setminus r_i$ встречаются запретные зоны в виде естественных и ситуационных препятствий либо ресурс этой ветви был исчерпан для реализации рёбер $r_i \in R$, то эти участки принимают значения, равные бесконечности, т. е. $b'_{r_i}(v) := \infty$;

2.3. если на участках $\{v\}$ некоторого маршрута в первичной сети $S \setminus r_i$ не было реализовано ни одного ребра графа WS, т. е. эти участки пусты, то для реализации рёбер $r_i \in R$ на этих участках требуются затраты на земляные работы, равные $b'_{r_i}(v) := b_{r_i}(v)$.

Правило 3:

3.1. если реализация рёбер $r_i \in R$ графа WS на участках $\{v\}$ некоторого маршрута в первичной сети $S \setminus r_i$ не порождает никаких эксплуатационных затрат, то $d'_v(r_i) := 0$;

3.2. если реализация рёбер $r_i \in R$ графа WS на участках $\{v\}$ некоторого маршрута в первичной сети $S \setminus r_i$ сопровождается последующими эксплуатационными расходами, то $d'_v(r_i) := d_v(r_i)$.

Правило 4:

стоимость приобретения и монтажа оборудования, в отличие от остальных параметров проектируемой коммуникации, всегда равняется некоторой величине, т. е. $c(r_i) > 0$.

Таким образом, параметры элементов первичной сети $S \setminus r_i$ для ребра $r_i \in R$ принимают значения, равные $a'(v) + b'_{r_i}(v) + c'(r_i) + d'_v(r_i)$. Затем по алгоритму Дейкстры найдём кратчайший маршрут для новых стоимостей в первичной сети $S \setminus r_i$ и по нему перереализуем ребро $r_i \in R$ графа WS.

После перебора всех рёбер из списка $\{r_i\}$ получим гиперсеть S^1 с оценкой $Q(S^1)$ такую, что $Q(S_{неод.}) \geq Q(S^1)$. Перебор всех рёбер из списка $\{r_i\}$ в порядке убывания, определяемом метрикой, назовем итерацией. После второй итерации получим гиперсеть S^2 такую, что $Q(S_{неод.}) \geq Q(S^1) \geq Q(S^2)$, и т. д. Итерации повторяются до тех пор, пока есть возможность улучшить решение, т. е. $Q(S^j) = Q(S^{j-1})$, где j – номер итераций. Это объясняется тем, что через несколько итераций стоимость гиперсети S^j перестанет снижаться.

В общем случае двухэтапный алгоритм выглядит следующим образом:

1 Этап (начальное приближение)

Шаг 1.1. Построить гиперсети $S_{од.}$ и $S_{неод.}$ с помощью: **а)** алгоритма Флойда; б) «жадного» алгоритма.

2 Этап (улучшение)

Шаг 2.1. Присвоить $j := 1$;

Обозначить через S^j гиперсеть, построенную на j–й итерации;

Положить $S_{неод.} = S^j$ и $S_{од.} = S^{j-1}$ для всех $j \geq 2$.

Шаг 2.2. Вычислить по формулам (3) и (4):

а) метрику 1; б) метрику 2.

Шаг 2.3. Если выбрана метрика 1 или 2, то упорядочить рёбра $r \in R$ по убыванию величин $\rho(r_k, r_j)$ или $\rho(r_k, r_k^{од.})$ и присвоить рёбрам новые номера $i = 1,2,...m$;

$i := 1$.

Шаг 2.4. Удалить из гиперсети S^j ребро r_i и обновить параметры элементов первичной сети $S^j \setminus r_i$ в соответствии с правилами 1 – 4.

Шаг 2.5. Используя алгоритм Дейкстры, найти кратчайший маршрут в первичной сети $S^j \setminus r_i$ и по нему реализовать ребро r_i;

Присвоить $i := i+1$;

Если $i < m$, то перейти на Шаг 2.4.

Шаг 2.6. Вычислить $Q(S^j)$. Если $Q(S^j) = Q(S^{j-1})$, то псевдооптимальная гиперсеть S построена; иначе $j := j+1$, переход на Шаг 2.2.

Далее проведём оценку сложности двухэтапного алгоритма. На первом этапе поиска начального решения с помощью алгоритма Флойда находим все кратчайшие расстояния между заданными парами вершин графа PS за время $O(n^3)$. «Жадный» алгоритм работает следующим образом: сначала, используя алгоритм Флойда, выбирает самое дешёвое ребро $r \in R$ графа WS и реализует его только для одного ребра по самому кратчайшему маршруту в PS. Обновим стоимости ветвей графа PS для ребра $R \setminus r$ (стоимость использованных ветвей равна нулю). Затем опять используем алгоритм Флойда для новых стоимостей и опять выбираем одно самое дешёвое ребро и т. д. Таким образом, «жадный» алгоритм выполняет работу по поиску кратчайших маршрутов между заданными парами вершин в графе PS за время $O(n^3 m)$.

Далее, на этапе улучшения по метрике 1 и метрике 2 упорядочиваем рёбра. Затем удаляем ребро, обновляем стоимости и находим для него новый кратчайший маршрут вместо удалённого. Поскольку в метриках проводились действия с каждым ребром отдельно, то кратчайшее расстояние между заданными парами вершин нужно находить по алгоритму Дейкстры. Таким образом, одна итерация по метрике 1 выполняется за время $O(n^2 m^2)$, по метрике 2 – за время $O(n^2 m)$, по случайной метрике – за время $O(n^2 m)$.

4.6. Программная реализация и численные эксперименты

Программа расчёта стоимости прокладки вторичной сети в первичную сеть разработана в среде Delphi. Форма содержит (рис. 6):

– три вкладки (Graph, Output Mess, Generate);

– переключатель выбора алгоритма (Floyd, Greedy, Metric1, Metric2, Metric Rand);

– два поля для указания пар вершин, для которых нужно построить рёбра вторичной сети: в верхнем поле перечисляются начальные вершины, в нижнем − конечные (например, на рис. 2 начальные вершины − 1, 16, 4, 5, а конечные − 14, 21, 8, 24., т. е. нужно построить рёбра 1-14, 16-21, 4-8, 5-24);

– если отметить галочкой Random и ниже ввести число пар вершин, то пары вершин будут автоматически сгенерированы и отображены в соответствующих полях;

– две кнопки «Create tree» и «Big Test». При нажатии первой будет поведён расчёт по выбранному алгоритму, при нажатии второй – запущены по очереди все алгоритмы 10 раз, т. е. сначала случайным образом генерируется заданное число пар рёбер вторичной сети и на них запускаются все алгоритмы по очереди, затем генерируются новые пары вершин и т. д.; действия выполняются 10 раз);

– в нижнем поле «Total Cost» отображается цена поостренной вторичной сети при нажатии кнопки «Create Tree».

Далее будут более подробно описаны вкладки.

Graph. На этой вкладке отрисовывается граф (решётка) первичной сети *PS* (зелёные вершины и рёбра). Выделенные пары вершин, которые нужно соединить рёбрами, отмечены жёлтым цветом, построенные рёбра вторичной сети *WS* – красным цветом (рис. 6).

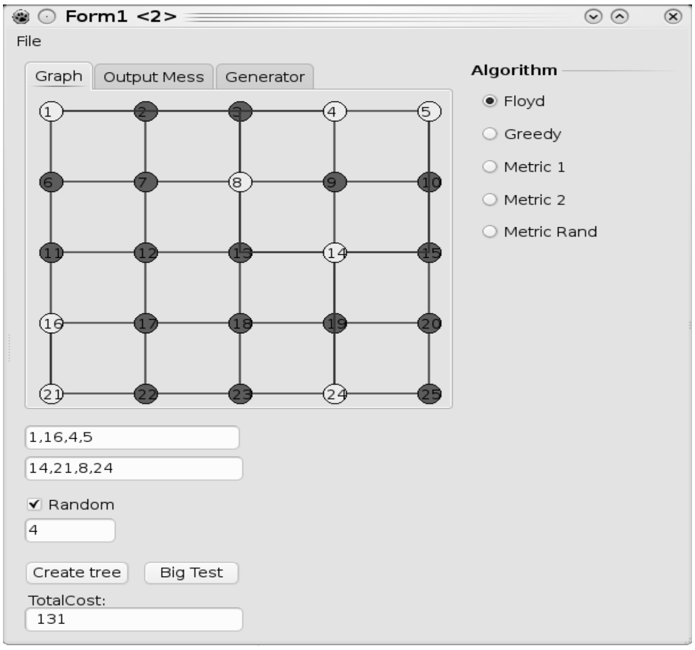
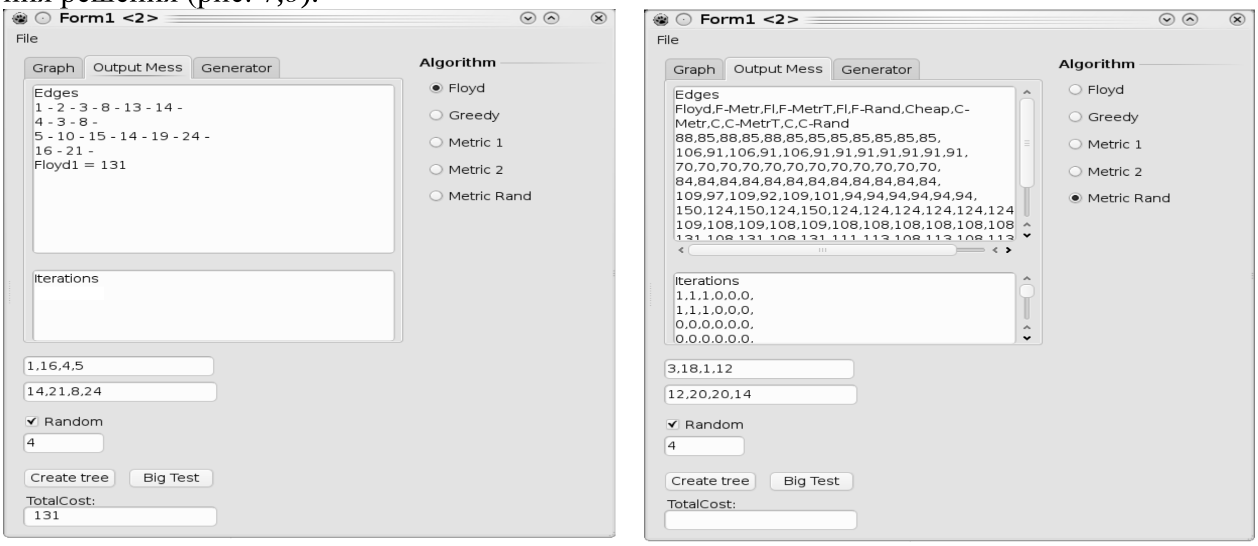


Рис.6. Вкладка Graph и построенная гиперсеть *S*

Output Mess. В этой вкладке выводится более подробная информация о построенной вторичной сети: если была нажата кнопка «Create Tree» (разовый запуск одного из алгоритмов), то будут выведены списки вершин, через которые проходят построенные рёбра вторичной сети (рис. 7,*а*) и итоговая стоимость рёбер вторичной сети.

Если была нажата кнопка «Big Test», то выводятся только стоимости вторичных сетей, а в нижней области отображается число итераций, которые потребовались для этапа улучшения решения (рис. 7,*б*).



а *б*

Рис. 7. Вкладка вывода результатов

Generator. Эта вкладка позволяет сгенерировать решётку первичной сети со случайными стоимостями (рис. 8) .

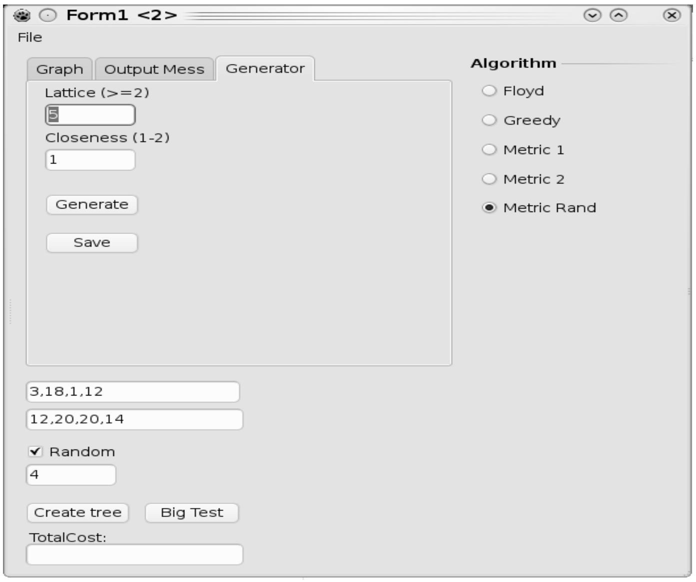


Рис. 8. Случайная генерация первичной сети

В поле Lattice указывается размер решётки (например, если ввести число 5, то будет сгенерирована решётка 5 × 5). В поле Closeness можно вводить «1» (обычная решётка) или «2» (решётка с диагоналями).

При нажатии кнопки Generate будет сгенерирована первичная сеть. При нажатии кнопки Save предоставляется возможность сохранить сгенерированную структуру в текстовый файл.

Порядок работы с программой:

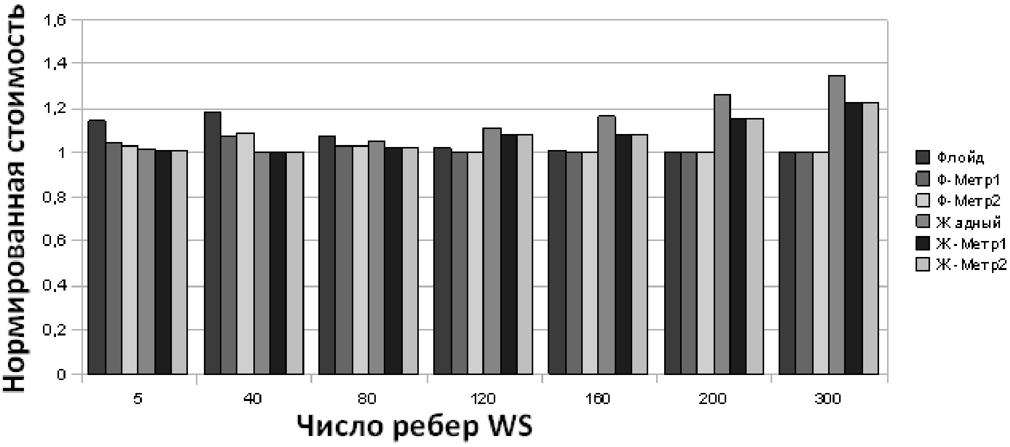
– сгенерировать или загрузить файл первичной сети (по клику на File раскрывается список действий: Open (открыть) или Close (закрыть) текстовый файл с графом первичной сети);
– ввести пары вершин, рёбер;
– выбрать алгоритм;
– нажать кнопку «Create Tree» или «Big Test».

На основе разработанной программы проведены численные эксперименты для расчёта стоимости прокладки вторичной сети WS в первичную сеть PS. В качестве первичной сети были использованы решётки размерности 5×5, 6×6 и 10×10. Стоимости единиц длин каждой ветви были заданы случайными числами; длина каждой ветви равнялась единице.

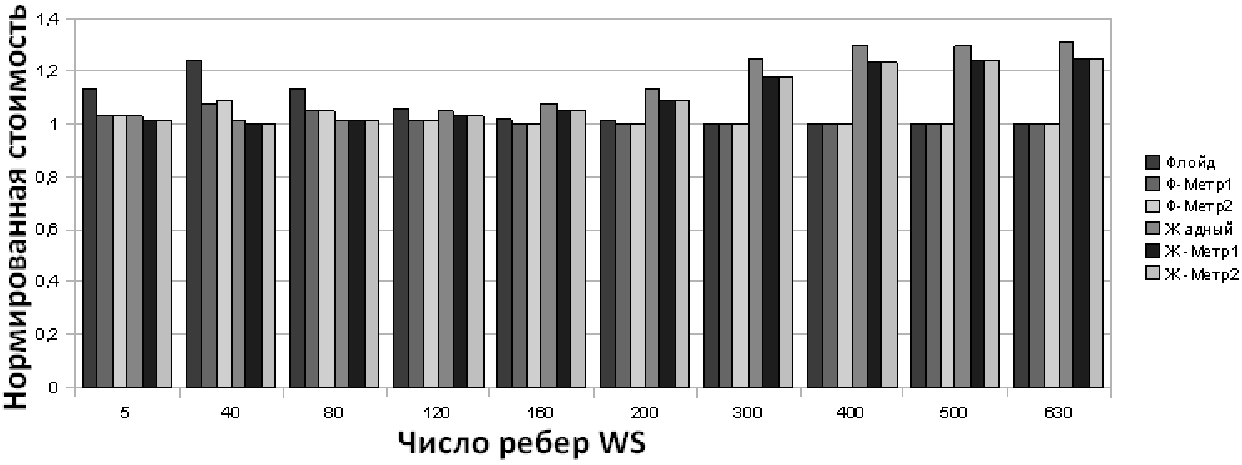
Пары вершин рёбер вторичной сети, которую нужно сгенерировать, также выбирались случайным образом. Проводились тесты для различного количества рёбер – до 300, до 630 и до 4000 соответственно.

На рис. 9, *а* – *в* по оси ординат отложена нормированная стоимость вторичных сетей (для нормирования выбиралось лучшее решение (т. е. имеющее минимальную стоимость) и веса всех решений делились на вес лучшего решения для заданного числа рёбер). На оси абсцисс показано число рёбер вторичных сетей WS, для которого проводился расчёт. Для большей наглядности проводилось по десять тестов для заданных параметров, затем нормированная стоимость усреднялась.

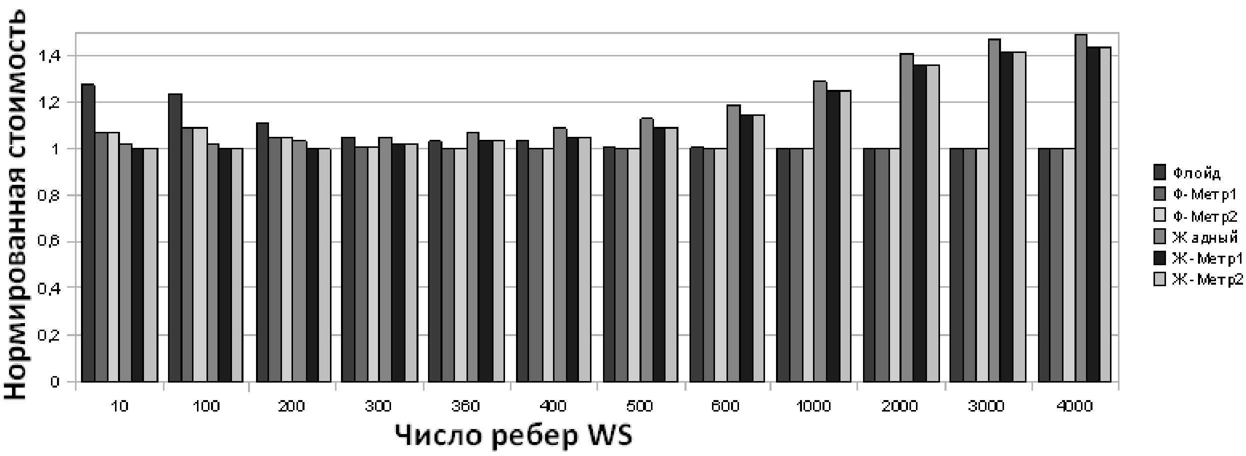
Численные результаты на различных решётках показывают, что в зависимости от числа рёбер (WS) наилучшие результаты показывают разные алгоритмы: при небольшом числе рёбер лучший результат обеспечивает улучшение «жадного» алгоритма, а при большом числе (больше, чем ветвей PS) – обычный алгоритм Флойда. В зависимости от размера графа (решётки и количества рёбер вторичной сети) перелом происходит при различных количествах рёбер вторичной сети. Например, для решетки 5×5 перелом происходит примерно при числе рёбер 80 (рис.9,*а*), для решетки 6×6 перелом происходит примерно при числе ребер 120 (рис.9,*б*), а для решетки 10×10 перелом происходит примерно при числе ребер 360 (рис.9,*в*).



а) Результаты численного эксперимента для решётки 5×5, количество рёбер вторичной сети от 5 до 300



б) Результаты численного эксперимента для решётки 6×6, количество рёбер вторичной сети от 5 до 630



в) Результаты численного эксперимента для решётки 10×10, количество рёбер вторичной сети от 10 до 4000

Рис.9. Численные эксперименты

Что касается использования метрик 1 и 2, то численные результаты показали, что они дают примерно одинаковые решения, т. е. в одном случае лучшее решение дает метрика 1, в другом – метрика 2, причём вероятность большей эффективности той или другой метрики равна приблизительно 50 %. При усреднении нормированных решений обе метрики дают примерно одинаковые стоимости прокладки вторичной сети.

С другой стороны, при использовании метрики 1 необходимо чуть меньшее количество итераций, чем для метрики 2. Например, для решётки 5×5 с использованием метрики 1 решение будет получено в среднем за 2.5 итерации, а с использованием метрики 2 – за 3 итерации.

Таким образом, метрика 1 обеспечивает лучший результат, однако её вычислительная сложность выше, чем метрики 2.

5. Заключение

В ходе исследования, проведённого в настоящей работе, получены следующие результаты:

– предложена новая постановка задач оптимизации инфраструктуры инженерных сетей в терминах теории гиперсетей, которая отличается от традиционной постановки тем, что гиперсетевая постановка учитывает параметры природно-техногенной системы «земельный участок + инженерная сеть» в одной модели;

– предложен двухэтапный алгоритм построения сетей на заданной территории, идея которого заключается в поиске начального приближения и его последовательном улучшении путём перереализации ребер вторичной сети в первичную сеть с учётом результатов, полученных на предыдущем этапе трассировки;

– на основе предложенного алгоритма была разработана программа и проведены численные эксперименты для расчёта стоимости вложения вторичной сети в первичную сеть, проведён анализ результатов моделирования;

– экспериментально показана более высокая эффективность гиперсетевого подхода по сравнению с классическими методами (см. рис.9, *а – в*).

Литература

1. *Магомедэминов Н.С.* Совершенствование методов оценки устойчивости земляного полотна автомобильных дорог в горных условиях / Труды первого всероссийского дорожного конгресса. М., МАДИ (ГТУ), 2009. с. 192-199.
2. *Давыдов Г. Б.* Сети электросвязи / Г. Б. Давыдов, В. Н. Рогинский, А. Я. Толчан – М.: Связь, 1977. – 360 с.
3. *Меньчуков А. Е.* Предварительное изыскание трасс линий электропередач / А. Е. Меньчуков, В. В. Овсеенко, Н. П. Путник. – М.: Госэнергоиздат, 1963. – 224 с.
4. *Гельфанд И.М., Фомин С.В.* Вариационное вычисление. М.: Издательство физмат литературы, 1961.- 227 с.
5. *Кристофидес Н.* Теория графов. Алгоритмический подход. – М.: Мир, 1978. – 432 с.
6. Т. Ху Целочисленное программирование и потоки в сетях. – М.: Издательство «Мир», 1974. – 520 с.
7. *Таха Хемди А.* Введение в исследование операций: 7-е издание.//Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильяме» , 2005. – 912 с.
8. *Бородавкин П.П.* Выбор оптимальных трасс магистральных трубопроводов / П.П. Бородавкин, В.Л.Березин, С.Ю.Рудерман – М.:Недра,1974. – 240 с.
9. *Тищенко А.С.* Оптимальное технологическое проектирование нефтепроводов. – М.: Недра, 1982. – 263 с.
10. *Бойков В.Н., Шумилов Б. М.* Сплайны в трассировании автомобильных дорог. Томск: ЦНТИ, 2001. 164 с.
11. *Скворцов А.В.* Триангуляция Делоне и ее применение. Томск: Изд-во Томск. ун-та, 2002. - 128 с.
12. *Попков В. К.* Гиперсетевая технология оптимизации инженерных сетей в горной или пересечённой местности / В. К. Попков, Г. Ы. Токтошов // Вестник БГУ – Сер. Матем. и информатика. – июнь 2010. – Вып. 9. – С. 276–282.
13. *Попков В.К.* Математические модели связности – Новосибирск – 2006. – 490 с.

14. *Пападмитриу Х.* Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность / Пер. с англ. В. Б. Алексеева. / Х. Пападмитриу, К. Стайглиц – М.: Мир, 1985. - 510 с.

Статья поступила в редакцию 24.04.2012;
переработанный вариант — 27.09.2012

Попков Владимир Константинович
д.ф.-м.н., профессор кафедры автоматической электросвязи СибГУТИ, 630102, Новосибирск, ул. Кирова, 86, главный научный сотрудник ИВМиМГ СО РАН, 630090, Новосибирск, проспект ак. Лаврентьева, 6, телефон: (383) 330-96-43, e-mail: popkov@sscc.ru.

Токтошов Гулжигит Ысакович
инженер-программист кафедры автоматической электросвязи СибГУТИ, 630102, Новосибирск, ул. Кирова, 86, телефон: 8-923-146-83-90, e-mail: tgi_tok@rambler.ru.

Юргенсон Анастасия Николаевна
к.ф.-м.н., научный сотрудник ИВМиМГ СО РАН,
630090, Новосибирск, проспект ак. Лаврентьева, 6, e-mail: nastya@rav.sscc.ru.

One Approach to Networks Infrastructure Optimization

V.Popkov, G.Toktoshov, A. Yurgenson

This paper presents a new hyper network approach to networks infrastructure optimization. The focus is on the interdependence of anthropogenic system indexes «land site + network». The results of numerical experiments on the calculation of the linear structures installation cost of a given site are presented.

Keywords: infrastructure, network, linear constructions, track, computational grid, hyper network.