

УДК 519.9

ББК 22.18

© **В.К. Попков, Г.Ы. Токтошов**

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,
Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Новосибирск
E-mail: popkov@sscc.ru, tgi_tok@rambler.ru*

Гиперсетевая технология оптимизации инженерных сетей в горной или пересеченной местности

В связи с тем, что земная поверхность в горной местности, на которой предполагается размещение инженерной сети, является неоднородной по условиям строительства и эксплуатации, рассматривается технология оптимизации проектных решений с учётом этой неоднородности. В настоящей работе в качестве такой технологии предлагается использовать иерархические гиперсети. Предлагаются подходы к решению задач построения сетей связи и линий электропередач минимальной стоимости с учетом сильно пересеченной местности.

Ключевые слова: линейное сооружение, инженерная сеть, трасса, неоднородная территория, топооснова, рельеф местности, регулярная сетка, гиперсеть, иерархическая гиперсеть.

© **V.K. Popkov, G.Y. Toktoshov**

*Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS,
Siberian State University of Telecommunication and Informatics, Novosibirsk
E-mail: popkov@sscc.ru, tgi_tok@rambler.ru*

Hyper network technology of optimization of engineering network in the highland or rugged land

Due to the fact that the earth surface in highland, which is planned to place the engineering network, is heterogeneous in terms of construction and operation, the technology of optimization of design decisions in the light of this heterogeneity is considered. In this article, it is proposed to use hierarchical hyper network as a such technology. The approaches to decision of the problem of building network and power lines of minimal cost, taking into account the rugged land, are suggested.

Key words: linear construction, engineering network, track, heterogeneous area, topological base, relief, regular grid, hyper network, hierarchical hyper network.

1. Введение

В общем, задачи оптимизации линейных сооружений инженерных сетей заключаются в минимизации приведенных затрат на строительство этих сетей (в качестве таких сетей рассматриваются сети электросвязи (СЭС), сети автомобильных дорог, нефтепроводные и газопроводные сети, сети линий электропередачи (ЛЭП), водопроводные и ирригационные сети и т.п.). Строительство инженерных сетей требует значительных капитальных затрат, особенно в местах с сильно пересечённой местностью. Следует отметить, что, как правило, большая часть затрат падает на сооружение линейной части инженерной сети. Часто затраты на линейные сооружения инженерной сети достигают 60-70% общих капиталовложений в строительство инженерных сетей [1]. Поэтому правильный выбор направления транспортного коридора или трассы на земной поверхности с учетом специфики данной территории и ситуационных условий, вдоль которого строятся линейные сооружения, является одной из важных задач в оптимизации проектных решений создания инженерных сетей.

2. Методы и модели в оптимизации проектных решений

2.1. Метод сеток в моделировании участка размещения

Пусть на ограниченном участке земной поверхности задано положение объектов, которые надо связать линейными сооружениями так, чтобы затраты на строительство

инженерной сети были минимальны. В работе [2] в качестве модели такого участка представлена некоторая поверхность в трехмерном пространстве с некоторыми точками на ней. Обозначим ее через Π , а множества точек на ней – X . Эта поверхность является образом земной поверхности, а каждая из точек $x_i \in X$ – образом пункта земной поверхности, в котором размещен какой-либо объект. Проекция поверхности Π на плоскости xOy представляет собой область D , в которой заданы точки, являющиеся образами точек поверхности Π .

С целью поиска оптимальных проектных решений методами теории графов и теории гиперсетей область D разбиваем регулярной сеткой m на n , образованной двумя семействами прямых: $x = x_j$, $j = 1, 2, \dots, n$, параллельных оси Oy и $y = y_i$, $i = 1, 2, \dots, m$, параллельных оси Ox . Сетка должна покрывать область D так, чтобы объекты из множества X размещались в некоторых узлах сетки.

С целью оценки стоимости строительства единицы длины коммуникации в области D для каждой дуги сетки введем функции следующего вида:

$$C(x_j, y_i) = c_{ij} \cdot f(x_{ij}, x_{i+k, j+r}), \quad k, r = \{-1; 0; 1\}, \quad (1)$$

где $x_{ij} = (x_j, y_i)$, $i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots, n$ – координаты точек пересечения сетки; $f(x_{ij}, x_{i+k, j+r})$ – длина дуги из узла x_{ij} в узел $x_{i+k, j+r}$; в зависимости от рассматриваемой ситуации f может интерпретироваться по-разному: f – время строительства по ветвям; f – надежность ветви; f – безопасность ветви и т.п.

$c_{ij} \in R^+$ и $c_{ij} \geq 1$ – коэффициент стоимостного удорожания, учитывающий специфичность природных условий в каждой точке области D . Значение коэффициента c_{ij} должно выбираться в каждом конкретном случае в зависимости от специфики природных условий и рельефа местности.

Определение 1. Область D на плоскости xOy называется однородной территорией, если во всех точках этой области значения функции (1) постоянные, т.е. $\forall i, j: c_{ij} = 1$ и $C(x_0, y_1) = C(x_1, y_0) = \dots = C(x_n, y_m) = const$. В противном случае эта область называется неоднородной территорией (например, горная местность – высокая степень неоднородности).

Определение 2. Кривая η_{ij} на плоскости xOy , соединяющая пару точек x_{ij} и $x_{i+k, j+r}$, вдоль которой строится линейное сооружение, называется трассой линейного сооружения. Любой маршрут на плоскости xOy , который может служить трассой или ее частью, назовем допустимым маршрутом.

Тогда задача оптимизации линейного участка инженерных сетей заключается в поиске допустимого маршрута на плоскости xOy между заданными точками из множества X , который определяет минимальное значение приведенных затрат на этом участке.

2.2. Моделирование сложности рельефа

Пусть дано:

1. Рельеф местности в виде регулярной сетки с шагом ячеек l метров и минимальным перепадом высот h метров.
2. Карта препятствий, отображающая участки по которым невозможна прокладка кабельных линий связи.
3. Карта существующих линейных сооружений для поправок весовых характеристик рёбер сети ситуационных трасс.

Сопоставим каждой клетке сеточной модели рельефа вершину графа $TO = (X, V)$ топоосновы. Каждой ветви сопоставим вес, вычисляемый по одной из следующих формул:

- а) Узлы соседних ячеек $(x_{ij}, x_{i+k, j+r})$, где $k, r = \{-1; 0; 1\}$, расположены на одном уровне $f(x_{ij}, x_{i+k, j+r}) = l$;
- б) Вершины соседних клеток $(x_{ij}, x_{i+k, j+r})$ – на разных уровнях $f(x_{ij}, x_{i+k, j+r}) = \sqrt{l^2 + h^2}$;
- в) Вершины соседних клеток $(x_{ij}, x_{i+k, j+r})$ – на разных уровнях (диагональ с двумя ступенями) $f(x_{ij}, x_{i+k, j+r}) = \sqrt{2l^2 + 4h^2}$;
- г) Вершины соседних клеток $(x_{ij}, x_{i+k, j+r})$ – на одном уровне (диагональ) $f(x_{ij}, x_{i+k, j+r}) = l\sqrt{2}$;
- е) Вершины соседних клеток $(x_{ij}, x_{i+k, j+r})$ – на разном уровне (диагональ с одной ступенью) $f(x_{ij}, x_{i+k, j+r}) = \sqrt{2l^2 + h^2}$.

Таким образом, сеточное описание сложности рельефа определяет некоторое метрическое пространство Ω заданной размерностью.

В полученном графе удалим вершины, соответствующие карте препятствий, получим граф проектной топоосновы $TO_{II} = (X', V')$. Построим гиперсети ситуационных трасс линейных сооружений $HS_T = (X', V'; R')$.

По мере удаления вершин на карте препятствий достигается «слияние» клеток, и соответственно увеличиваются шаг и перепад высот внутри клетки. В принципе максимальный размер клетки может ограничиваться всем районом размещения инженерной сети. В данном случае уменьшается число итераций по вычислению участков местности, где невозможна прокладка линейных сооружений. Для задач, в которых важен перепад высот ребра ориентируемся от более высокой вершины к низкой. Если смежные вершины находятся на одной высоте, то инцидентное им ребро не ориентируется.

2.3. Математическая модель инженерной сети

В работе [3] в качестве математической модели инженерных сетей рассматривается гиперсеть, с помощью которой удастся сформулировать адекватные постановки задач анализа и синтеза этих сетей.

Определение 3. Гиперсеть $AS = (X, V, R; P, F, W)$ – это шестерка, включающая в себя: $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ – множества вершин;

$V = (v_1, v_2, \dots, v_g)$ – множества ветвей;

$R = (r_1, r_2, \dots, r_m)$ – множества ребер;

$P: V \rightarrow 2^X$ – отображение, сопоставляющее каждому элементу $v \in V$ множество $P(v) \subseteq X$ его вершин. Тем самым отображение P определяет граф $PS = (X, V; P)$;

$F: R \rightarrow 2_{PS}^V$ – отображение, сопоставляющее каждому элементу $r \in R$ множества $F(r)$ ветвей. Причем семейство подмножеств ветвей 2_{PS}^V содержит такие подмножества, ветви которых составляют связную часть графа PS . Отображение F определяет гиперграф $FS = (V, R; F)$;

$\forall r \in R \ W: r \rightarrow 2^{P(F(r))}$ – отображение, сопоставляющее каждому элементу $r \in R$ подмножество $W(r) \subseteq P(F(r))$ его вершин, где $P(F(r))$ – множество вершин в PS , инцидентных ветвям $F(r) \subseteq V$. Отображение W определяет граф $WS = (X, R; W)$.

Таким образом, гиперграф PS – первичная сеть, а гиперграф WS – вторичная сеть.

3. Гиперсетевая технология

Основная суть гиперсетевой технологии создания проектных решений инженерных сетей заключается в том, что в основу послойного описания сети закладывается некоторое сеточное метрическое пространство Ω с некоторой заданной размерностью, в котором последовательно размещаются структуры соответствующих подсистем, составляющих проектное решение инженерной сети.

Например, требуется описать некоторую городскую сеть связи. В этом случае получаются восемь последовательно вложенных друг в друга уровней разнотипных сетей: сетка, сеть участков улиц, сеть ситуационных трасс прокладки кабельных линий, сеть кабельной канализации, сеть каналов для укладки кабельных линий (асбестоцементные трубы), сеть кабельных линий, сеть пучков каналов (витых пар), сеть абонентских и/или соединительных линий.

Другой пример можно привести из области электрических сетей. Как и в предыдущем случае на нижнем уровне имеется сетка, далее – сеть ситуационных трасс, удовлетворяющих условиям задачи. Следующий уровень – сеть реализованных линий электропередач вместе с отмеченными местами для опор (столбов), в заключение – сети электропроводных линий для конкретных потребителей. Вообще говоря, на одном уровне могут сосуществовать сети из различных систем сетевой структуры. В частности, на опорах электропередач могут располагаться сети связи различного назначения.

Следует отметить, что в зависимости от рассматриваемой задачи количество вложенных друг в друга уровней разнотипных сетей может быть разным.

Чтобы понять суть предлагаемой технологии рассмотрим процесс создания иерархической 3-гиперсети. Для этого на множестве узлов сетки, наложенной на область D (см. п.п. 2.1.), построим граф $PS = (X, V; P)$, в котором множество вершин X соответствует множеству узлов этой сетки, а множеству ребер V – отрезки, соединяющие соответствующие пары узлов. На множестве возможных мест размещения узловых элементов инженерной сети построим граф ситуационной сети вида $WS_1 = (Y_1 \subseteq X, R_1; F_1)$, в котором множество вершин Y_1 соответствует узловой основе данной территории, а ребра R_1 ситуационным трассам (допустимые трассы линейных сооружений). И, наконец, для множества узлов инженерной сети можно построить граф вида $WS_2 = (Y_2 \subseteq Y_1, R_2; F_2)$, в котором множество вершин Y_2 соответствует местам непосредственного размещения узловых элементов сети, а ребра R_2 – линейным сооружениям. В результате получим многослойный граф (в данном случае трехслойный). Для адекватного отображения взаимодействия таких структур удобно использовать иерархическую 3-гиперсеть [4], которая определяется следующим образом.

Определение 4. Пусть заданы гиперграфы $PS = (X, V; P) \equiv WS_0 = (Y_0, R_0; F_0)$, $WS_1 = (Y_1, R_1; F_1)$, $WS_2 = (Y_2, R_2; F_2)$. Тогда последовательность отображений $\{F_i\}: WS_2 \xrightarrow{F_2} WS_1 \xrightarrow{F_1} PS$ определяет иерархическую 3-гиперсеть $S_3 = (PS, WS_1, WS_2; F_1, F_2)$ если $Y_2 \subseteq Y_1 \subseteq X$, $\forall i \in (0, 1, 2)$ и $\forall r^i \in R_i, \exists \{r^{i-1}\} \subseteq R_{i-1}, W_{i-1}(\{r^{i-1}\}) \& \{r^{i-1}\}$ образуют связную часть в гиперграфе WS_{i-1} . Таким образом, имеем последовательность вкладываемых друг в друга гиперграфов $WS_2 \subseteq WS_1 \subseteq PS$.

Такая модель позволяет полностью абстрагироваться от земной поверхности и рассматривать задачу на иерархической 3-гиперсети $S_3 = (PS, WS_1, WS_2; F_1, F_2)$, позволяя выполнить поиск нужных точек, нужных отрезков и нужных функций на ней.

Таким образом, с помощью предложенной технологии, в основе которой лежит послойный принцип, задача оптимизации инженерной сети на земной поверхности с неоднородной территорией полностью формализована и свелась к решению соответствующих задач на гиперсетях.

В рамках этой методики могут быть исследованы следующие задачи:

1. Постановка и решение задачи оптимизации транспортной сети на неоднородной территории с применением методов теории графов и теории гиперсетей;
2. Построение графа специального вида или специальной гиперсети, таким образом, чтобы возможно было построить оптимальную сеть, которая в определенном смысле близка к сети, построенной на неоднородной территории без привлечения сеток;
3. Построение оптимальной сети в горах с учетом естественных разрушающих воздействий.

4. Некоторые задачи синтеза инженерных сетей на пересеченной местности

Рассмотрим решение двух задач синтеза инженерных сетей, опирающиеся на гиперсетевую технологию построения проектных решений.

4.1. Задачи построения сетей электросвязи

Рассмотрим одну задачу синтеза оптимальных гиперсетей, являющуюся обобщением задачи оптимизации структуры первичной сети электросвязи города.

Постановка задачи

Пусть заданы: графы $WS_0 = (Y_0, R_0; F_0)$, $WS_1 = (Y_1, R_1; F_1)$, $WS_2 = (Y_2, R_2; F_2)$. Удобно использовать следующие обозначения: $WS_0 = (Y_0, R_0; F_0) \equiv PS = (X, V; P)$, $WS_1 = (Y_1, R_1; F_1) \equiv WS = (Y, R; W)$, $WS_2 = (Y_2, R_2; F_2) \equiv PU = (Z, U; F)$,

- граф PS сетки можно интерпретировать как схему существующей сети кабельной канализации и инженерных сооружений для организации линий связи, т.е. вершины соответствуют узлам связи и другими возможными объектами, например, колодцам различного назначения, кабельным вводам в здание, рёбра – участкам кабельной канализации (трасс опор линий связи и/или электропередач) и другим возможным конструкциям, вдоль которых возможна прокладка линий связи;

- WS – схема пучков соединительных линий: его вершинам соответствуют коммутационные станции и узлы, а рёбрам отвечают пучки соединительных линий между ними;

- PU – схема кабельной канализации и схема кабелей. Вершины соответствуют местам, в которых оканчиваются кабели (т.е. местам, в которых осуществляется сращивание нескольких кабелей или ввод кабеля в коммутационную станцию или узел), а рёбра – кабелям.

Отображение W задаёт траекторию участков кабельной канализации и кабелей. Каждое $r = (x, y) \in R$ является кратчайшей цепью между вершинами x, y в графе PU с весами рёбер $f(u)$, где $f(u) = \sum_{v \in F(u)} f(v)$;

- длина $f(v)$ ветви $v \in V$;
- для каждого ребра $r \in R$ его ёмкость $d(r)$;
- удельная стоимость $C(v)$ строительных работ на единицу длины ветви $v \in V$;
- удельная стоимость $e(d(u))$ монтажных работ на единицу длины ребра $u \in U$ графа PU как функция его ёмкости (под ёмкостью ребра графа PU понимается сумма ёмкостей тех рёбер из графа WS , трассы которых проходят по этому ребру);
- $a(d(z))$ – стоимость оборудования (аппаратура уплотнения), установленного в вершине $z \in Z$ графа PU как функция ёмкости этой вершины (ёмкость вершины – это сумма ёмкостей рёбер графа PU , инцидентных этой вершине).

Требуется построить 3-гиперсеть $S_3 = (PS, PU, WS; F, W)$ такую, чтобы минимизировать следующий функционал:

$$Q(S) = \sum \left(\sum_{u \in U, v \in F(u)} C(v) f(v) + \sum_{u \in U} e(d(u)) f(u) \right) + \sum_{z \in Z} a(d(z)),$$

$$\text{где } d(u) = \sum_{r \in W^{-1}(u)} d(r), f(u) = \sum_{v \in F(u)} f(v).$$

Первое слагаемое в выражении для $Q(S)$ представляет собой стоимость строительных работ при создании сети связи (т. е. гиперсети S), второе – стоимость монтажных работ, третье – стоимость оборудования коммутации и уплотнения.

В рассматриваемой задаче осуществим трассировку рёбер $r \in R$ непосредственно в PS , а затем на последнем этапе восстановим граф PU , так как можно считать, что граф PU является частью графа PS и трассировочная функция F – тождественная для любых $u \in U$, $F(u) = u$. Локальная перестановка (жадный алгоритм) вершин вторичной сети в первичной позволит улучшить решение.

4.2. Задача построения линий электропередачи

Содержательная постановка задачи заключается в следующем. Между двумя узлами сети электропередач в горной местности необходимо построить линию электропередачи заданной мощности, устойчивую к разрушающим природным воздействиям и минимальной стоимости.

Пусть, на некоторой горной территории необходимо провести линию электропередач из пункта s в пункт t . Согласно правилу, изложенному во втором разделе, построим сетку $PS = (X, V; P)$ на выделенной территории, так чтобы рельеф местности достаточно точно отражался в параметрах сопоставленных элементам данной сетки. Здесь можно учесть практически все возможные факторы воздействия на ЛЭП (см. [5,6]).

Будем строить ориентированный граф ситуационных трасс $WS = (Y, R; F)$, множество вершин которого Y является подмножеством вершин из множества X и вершин s и t , т.е. $Y \in X \cup \{s, t\}$. Дуги графа строятся по следующему правилу: вершина x_i соединяется с вершиной x_j дугой в случае, если расстояние между ними не превосходит $f(\Omega_k)$. Предельное расстояние между опорами определяется характером разрушений на территории Ω_k . Очевидно, что вся территория $\Omega = \bigcup \Omega_k$.

Каждой дуге $u_f = (x_i, x_j)$ присвоим вес $v(x_j) + w(u_f)$, где $v(x_j)$ – стоимость приобретения и установки опоры в точке территории, соответствующей вершине x_j , в которую эта дуга входит, а $w(u_f)$ – стоимость проводов и их монтажа на участке, соответствующем дуге. Вес дуг, входящих в вершину t , полагается равным 0.

Таким образом, задача поиска проектного решения оптимальной ЛЭП сводится к задаче поиска кратчайшего пути на графе PS из вершины s в вершину t .

5. Краткое описание методики оптимизации проектных решений для инженерных сетей

Рассмотренные примеры преобразования задач оптимизации инженерных сетей на земной поверхности к задаче на гиперсетях позволяют сформулировать общий подход к решению задач оптимизации инженерных сетей на пересеченной местности. При таком подходе оптимальный маршрут ищется в виде отрезков с минимальными суммарными весами на графе сети ситуационных трасс WS_1 .

На ограниченном участке земной поверхности выделяется область D , содержащая точки, которые нужно связать сетью. На область накладывается квадратная сетка Ω с множеством узлов X . Каждая из соединяемых точек смещается в ближайший узел сетки. Для каждой ветви этой сетки задается значение удельных затрат на строительство линейных сооружений вдоль каждой ветви. Таким образом, кусочно-постоянная функция удельных строительных затрат определяется в области Ω . На множество узлов X сетки Ω строится граф PS . Вес каждого ребра графа PS определяется значением удельных строительных затрат в тех окрестностях точки, через которые проходит линейное

сооружение. Тем самым граф сетки PS определяет математическую модель местности. На основе графа сетки PS , на множестве возможных мест размещения узловых элементов инженерной сети строится граф сети ситуационных трасс WS_1 . После того, как такой граф построен, на нем ищется оптимальный маршрут (по стоимости) между заданными точками. Конфигурация найденного графа принимается за конфигурацию инженерной сети, и по ней реализуется ребро графа WS_2 .

Литература

1. Верник С.М., Гроднев И.И. и др. Линии связи: учеб. для вузов / Верник С.М., Гроднев И.И., Кочановский Л.Н. – М.: Радио и связь, 1995. – 488 с.
2. Лотарев Д.Т., Уздемир А.П. Преобразование задачи Штейнера на Евклидовой плоскости к задаче Штейнера на графе // Автоматика и телемеханика – 2005. – №10. – С. 80-92.
3. Попков В.К. Гиперсети и структурные модели сложных систем // Математические и имитационные модели сложных систем. СМ-6. – Новосибирск, 1981. – С. 26 – 48.
4. Попков В.К. Математические модели связности. – Новосибирск, 2006. – 490 с.
5. Давидян Д.Б. Высокогорные линии электропередачи – Ереван, 1979. – 187 с.
6. Рахимов К.Р., Беяков Ю.П. Горные линии электропередачи: учебное пособие. – Бишкек, 1999. – 284 с.