

Именно, в случае скользящего контакта расклинивающее давление будет больше, чем в случае жесткого контакта. Вблизи границы контакта нормальная нагрузка максимальна по модулю и меняется достаточно быстро. По-видимому, с уменьшением площади контакта можно использовать результаты осесимметричной задачи, так как взаимодействием площадок между собой можно будет пренебречь. Также можно подтвердить вывод [3], что при повышении порового давления в такой среде, разрушению будут подвержены, прежде всего, площадки контактов малой площади. При этом начавшись, разрушение контакта будет необратимым, поскольку при уменьшении площади будет расти нагрузка.

Выводы.

1. Использование конечного аналога дипольного потенциала является надежным и достоверным способом решения смешанных краевых задач.
2. Расклинивающее давление пропорционально поровому давлению, однако коэффициент пропорциональности существенно зависит от площади контакта. Если площадки контакта достаточно велики, то, как при жестком, так и при скользящем типе контакта, этот коэффициент пропорциональности будет достаточно мал. При уменьшении площади контакта расклинивающее давление возрастает.
3. На границе между скелетом и флюидом нормальная нагрузка изменяется скачком и меняет знак. Это обстоятельство является определяющим при разрыве давлений в скелете и флюиде.

Литература

- Сибирияков Е.Б., Сибирияков Б.П. Структура порового пространства и расклинивающее давление в зернистой среде // Физическая мезомеханика. 2010. Т. 13, № 1. С. 40–43.
- Li Min, Xiao Wen-Lian, Guo Xiao et al. Laboratory study of the effective pressure law for permeability of the low-permeability sandstones from the Tabamiao area, Inner Mongolia // Chinese J. Geophys. 2009. V. 52, nr 6. P. 1402–1413.
- Xu X., Hofmann R., Batzle M., Tshering T. Influence of pore pressure on velocity in low-porosity sandstone: Implications for time-lapse feasibility and pore-pressure study // Geophys. Prosp. 2006. V. 54. P. 565–573.

УДК 519.612

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА В ТРЕХМЕРНЫХ НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕХНИКИ АППРОКСИМАЦИИ МАТРИЦАМИ МАЛОГО РАНГА

С.А. Соловьев

Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН, Новосибирск

Разработан высокопроизводительный алгоритм численного решения уравнения Гельмгольца в трехмерных средах. В качестве основы для решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), полученных в результате конечноразностной аппроксимации, используется прямой метод Гаусса с использованием техники аппроксимации матрицами малого ранга и иерархического формата данных HSS (*Hierarchically Semiseparable Structure*). Корректность программной реализации алгоритма показана на аналитических тестах. Эффективность алгоритма подтверждается возможностью решать значительно большие, чем прямые методы, задачи.

Трехмерная неоднородная среда, уравнение Гельмгольца, поглощающий слой PML, аппроксимация матрицами малого ранга, HSS-формат матриц

SOLUTION THE HELMHOLTZ PROBLEM IN 3D HETEROGENEOUS MEDIA BY USING LOW-RANK APPROXIMATION TECHNIQUE

S.A. Solovyev

Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, Novosibirsk

High performance algorithm for numerical solution the Helmholtz problem in 3D heterogeneous media is developed. To solve systems of linear algebraic equations (SLAE), arising by finite-difference approximation, the Gaussian elimination method is used. Quality of this method is improved by using low-rank approximation technique and hierarchically semiseparable (HSS) structure. Program implementation was checked on the analytical tests. High effective of proposed solver is shown by ability to handle with the large problem, which cannot be solved by direct solvers because of memory issue.

3D heterogeneous medium, Helmholtz equation, perfectly matched layer (PML), low-rank approximation, HSS matrix format

Трехмерное реалистичное численное моделирование является неотъемлемой частью подходов в изучении внутреннего строения Земли. Одним из способов восстановления параметров среды по замеренным данным является решение обратной задачи акустики. В математической постановке – это решение волнового уравнения акустики со многими источниками, одним из способов которого является применение преобразования Фурье по времени (переход в «частотную» область), в результате которого приходят к эллиптической системе уравнений типа Гельмгольца. Это в свою очередь приводит к ресурсоемкой проблеме по решению систем разреженных алгебраических уравнений (СЛАУ), для решения которой используются как прямые, так и итерационные методы [Saad, 2003]. Прямые методы являются более точными чем итерационные, но достаточно ресурсоемкими как по времени, так и по использованию памяти. Основная особенность обратных задач – необходимость многократного решения исходной СЛАУ с разными правыми частями уравнения. Это дает преимущество развития прямых методов перед итерационными, так как достаточно едино кратного выполнения трудоемкого процесса разложения матрицы A на нижне- и верхнетреугольные множители LU и дальнейшее использование этого разложения для различных правых частей. Для повышения эффективности процесса получения LU -разложения матрицы, а именно уменьшения числа ненулевых элементов в разложении, используется алгоритм вложенных сечений [Джордж, Лю, 1984]. Однако для решения реальных трехмерных задач указанные методы не столь эффективны как это требуется.

В данной работе для решения трехмерных задач используется техника аппроксимации матрицами малого ранга, а также иерархический формат данных HSS (*Hierarchically Semiseparable Structure*). Техника аппроксимации матрицами малого ранга и HSS формат матрицы основаны на использовании свойств малого ранга, которыми обладают внедиагональные блоки LU -факторов [Chandrasekaran et al., 2010], что позволяет существенно сократить затраты на вычислительные ресурсы. Для нахождения данной аппроксимации используется адаптивная крестовая аппроксимация (АКА) [Bebendorf, Rjasanow, 2003], которая является более эффективной по сравнению с традиционными подходами, основанными на сингулярном разложении (SVD-декомпозиция) или на QR -разложении.

Постановка задачи и алгоритм ее решения. Опишем математическую постановку задачи. Применение интегрального преобразования Фурье по времени к уравнению акустики трансформирует ее в дифференциальное второго порядка (уравнение Гельмгольца) в трехмерной декартовой системе координат:

$$\Delta u + \frac{(2\pi\nu)^2}{V^2} u = \delta(\bar{r} - \bar{r}_s) f, \quad (1)$$

где ν – частота, V – скоростная модель в общем случае зависящая от координат, $\vec{r}_s$ – координаты источника, f – значение источника и u – смещение соответствующие указанной частоте. Расчетная область и сетка – параллелепипедальные. Для аппроксимации используются конечно-разностный метод второго порядка с 7-ти точечным шаблоном типа «крест». Для того чтобы избежать отражений от границы расчетной области, она окаймляется идеально подходящим поглощающим слоем [Collino, Tsogka, 2001] или PML (*Perfectly Matched Layer*). В результате указанной аппроксимации системы (1), получаем систему $Lu = f$ (2)

с комплексной разреженной симметричной (но не эрмитовой) матрицей L . Для решения СЛАУ (2) используется модификация прямого метода Гаусса с применением техники аппроксимации матрицами малого ранга использования HSS [Соловьев, 2014].

Численные эксперименты. Для оценки эффективности предложенного алгоритма проведена серия численных экспериментов. Для проверки функциональности рассматривалась трехмерная однородная среда $9000 \times 9000 \times 4500$ м. $V=4200$ м/с. Частота варьировала от 1 до 8 Гц. Источник располагался в правом верхнем дальнем углу расчетной области. Сетка задавалась равномерной с шагом 30 м, ширина PML изменялась от 750 до 300 м в зависимости от частоты ν . Расчеты производились на системы Intel® Xeon® E5-2690 v.2 (Ivy Bridge EP), 3.00GHz, RAM 512 GB. Текущая реализация алгоритма является не распараллеленной, в результате для расчетов использовался один поток (thread) указанной системы.

Результаты тестирования показали достаточно точное совпадение аналитического и численного решения (относительная ошибка менее 1 %). На рис. 1 показано численное решение в сечении по оси Z в точке источника как для частоты 1 Гц (слева), так и для 8 Гц (справа).

Также проводилось численное моделирование волновых полей на трехмерной реалистичской скоростной модели. Параметры модели неравномерно изменялись от 6000 м/с в нижнем слое до 2300 м/с в верхнем (рис. 2, слева). Геометрические параметры, расчетная сетка и слой PML задавались такими же, как и в аналитическом тесте. Для сравнения полученных результатов использовалось решение, полученное во временной области и разложенное на соответствующие частоты с применением преобразования Фурье. Для низких частот относительная ошибка решения не выходила за пределы 5 % (на рис. 2 справа показано волновое поле в сечении Z в точке источника для частоты 1 Гц). Для частоты 8 Гц наблюдается небольшая дисперсия, что показано на рис. 3.

Временные затраты на расчет полей занимает от 28 000 с до 38 000 с. В основном это время получения LL' декомпозиции (факторизация). Время решения системы $LL'u = f$ составляет порядка 60 с, что является достаточно привлекательным для решения задачи со многими источниками (правыми частями). Стоит отметить, что программы, использующие прямые методы решения СЛАУ, например Intel MKL PARDISO, требуют достаточно большего количества памяти RAM, что делает невозможным их использование для решения указанных задач на системах с памятью RAM менее 1024 GB.

Работа выполнена при поддержке гранта CRDF (US Civilian Research and Development Foundation; код RUE1-30034-NO-13) и грантов РФФИ (коды 14-01-31340, 14-05-31222, 14-05-93090, 14-05-00049).

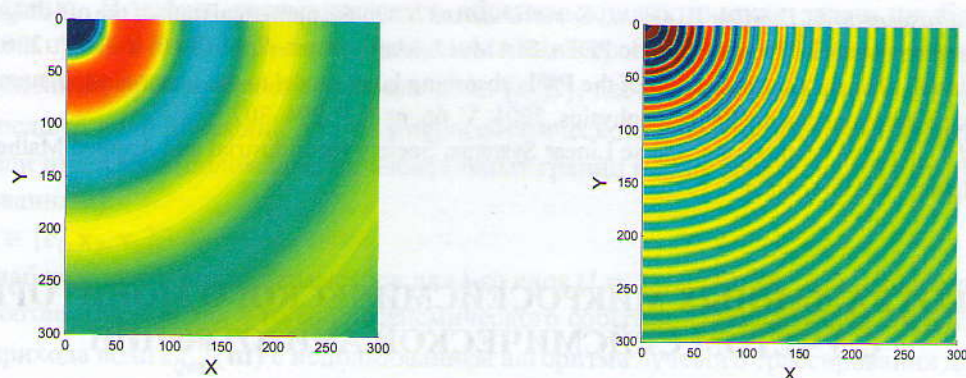


Рис. 1. Решение уравнения Гельмгольца в однородной среде, частота 1 Гц (слева), 8 Гц (справа).

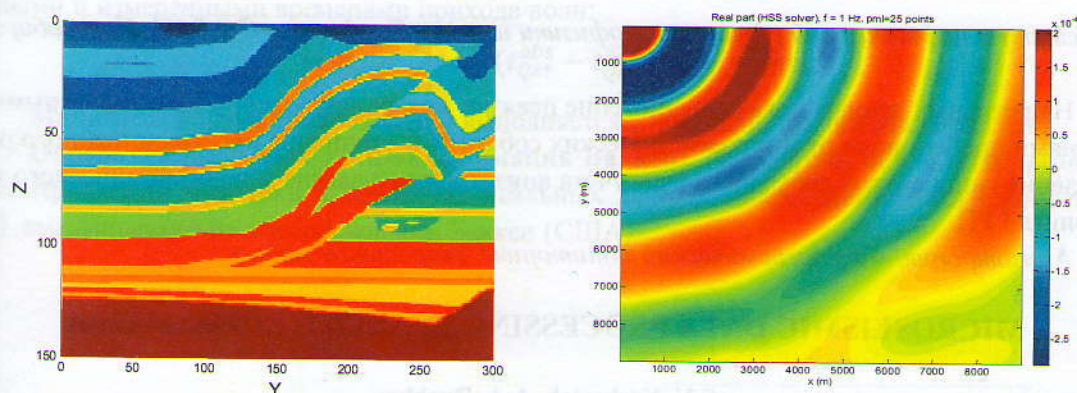


Рис. 2. Скоростная модель (слева) и волновое поле в верхней плоскости для частоты 1 Гц (справа).

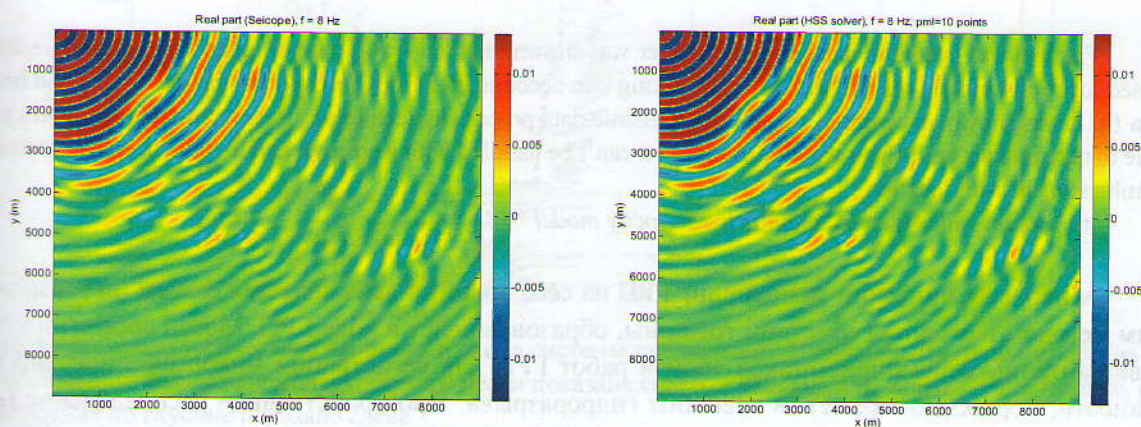


Рис. 3. Волновое поле в верхней плоскости для частоты 8 Гц, рассчитанное для частоты 8 Гц с применением временного метода (слева) и частотного (справа).

Литература

Джордж А., Лю Дж. Численное решение больших разреженных систем уравнений = Computer Solution of Large Sparse Positive Definite Systems. М.: Мир, 1984. 333 с.

Соловьев С.А. Решение разреженных систем линейных уравнений методом Гаусса с использованием техники аппроксимации матрицами малого ранга // Вычислительные методы и программирование. 2014. Т. 15. С. 441–460.

Bebendorf M., Rjasanow S. Adaptive low-rank approximation of collocation matrices // Computing. 2003. V. 70, nr 1. P. 1–24.

Chandrasekaran S., Dewilde P., Gu M., Somasunderam N. On the numerical rank of the off-diagonal blocks of Schur complements of discretized elliptic PDEs. SIAM // J. Matrix Anal. Appl. 2010. V. 31. P. 2261–2290.

Collino F., Tsogka C. Application of the PML absorbing layer model to the linear elastodynamic problem in anisotropic heterogeneous media // Geophysics. 2001. V. 66, nr 1. P. 294–307.

Saad Y. Iterative Methods for Sparse Linear Systems, Society for Industrial and Applied Mathematics. 2nd ed. Philadelphia, Pa, USA, 2003.

ОБРАБОТКА ДАННЫХ МИКРОСЕЙСМИЧЕСКОГО МОНИТОРИНГА С УЧЕТОМ СЕЙСМИЧЕСКОЙ АНИЗОТРОПИИ

С.В. Яскевич, А.А. Дучков

Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН, Новосибирск

На реальных данных показано снижение невязки между наблюдаемыми и расчетными временами пробега волн от микросейсмических событий, и уточнение пространственного распределения гипоцентров событий за счет учета анизотропии в задаче микросейсмического мониторинга ГРП.

Анизотропия, микросейсмический мониторинг, скоростная модель

MICROSEISMIC DATA PROCESSING IN ANIZOTROPIC MEDIA

S.V. Yaskevich, A.A. Duchkov

Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, Novosibirsk

For real and synthetic datasets in our paper was shown, that anisotropy, if not taken into account, leads to biased locations and big misfits with the data, taking into account anisotropy leads to less biased results and better data fit. It was shown an essential step in microseismic data processing technology development wich makes possible to take into account shear wave splitting (that can't be handled with isotropy), and to build anisotropic model simultaneously with location.

Anisotropy, microseismic monitoring, velocity model

Микросейсмический мониторинг ГРП на сегодняшний день является самым информативным методом изучения геометрии трещины, образовавшейся в ходе ГРП. Метод состоит в установке антенны сейсмоприемников вблизи работ ГРП для регистрации микросейсмической активности, порожденной ростом трещины гидроразрыва. Пространственное распределение (облако) гипоцентров микросейсмических событий позволяет оценить геометрию трещин. Эта информация может быть далее использована для оценки успешности ГРП и оптимизации схемы разработки месторождений [Le Calvez et al., 2006].

Для правильного определения гипоцентров событий при обработке данных микросейсмического мониторинга необходимо знать скоростную модель. Важность построения точной скоростной модели для микросейсмического мониторинга широко признана [Eisner et al., 2009], а влияние неточности используемой скоростной модели на общую ошибку локализации гипоцентров событий остается мало изученным. Сложность построения скоростной модели усугубляется тем, что многие нетрадиционные резервуары представлены сланцами, которые, как известно, обладают сильно анизотропными свойствами. Также на естественную анизотропию пород может накладываться вызванная анизотропия из-за вертикальной трещиноватости, образовавшейся в ходе самого гидроразрыва [Tsvankin, Grechka, 2011].