ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ

ИНСТИТУТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ
И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГЕОФИЗИКИ
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
(ИВМиМГ СО РАН)

УТВЕРЖДАЮ
Директор ИВМиМГ СО РАН
_____________М.А. Марченко
«_17_»___апреля___________2022 г

ПРОГРАММА

вступительных испытаний поступающих на обучение по программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре по специальной дисциплине

научная специальность:
1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Форма проведения вступительных испытаний.
Вступительные испытания проводятся в устной форме.
Для подготовки ответов поступающий использует экзаменационные листы.

Зам. председателя секции Ученого совета
«Математическое моделирование и методы
прикладной математики» В.В. Ковалевский

Разработал:
член. корр. РАН С.И. Кабанихин

Новосибирск 2022

ПРОГРАММА

вступительных испытаний по специальности 1.2.2.

Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Математический анализ

1. Теория пределов и рядов. Основные теоремы о непрерывных функциях. Теорема о средних значениях, теорема о неявных функциях, формула Тейлора.

2. Интегральное исчисление. Теоремы о замене переменных и повторных интегралах. Формулы Грина, Остроградского, Стокса.

Основы теории функций комплексного переменного

Условия Коши - Римана. Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями. Комплексное интегрирование. Теорема Коши. Интеграл типа Коши. Ряды Тейлора и Лорана. Изолированные особые точки аналитической функции. Теорема единственности аналитической функции. Принцип модуля и аргумента для аналитических функций. Элементы теории вычетов.

Основные понятия алгебры

1. Алгебраические операции и алгебраические системы. Изоморфизм. Группа. Кольцо. Поле. Поле комплексных чисел. Кольцо многочленов. Кольцо матриц. Группа подстановок.

2. Теория определителей.

Определитель квадратной матрицы и его простейшие свойства.

Разложение определителя по строке, критерий обратимости и формула для обратной матрицы.

3. Векторные пространства.

Линейная зависимость, база и ранг системы векторов, размерность пространства. Изоморфизм любого пространства некоторому пространству строк. Преобразование координат вектора при смене пространства. Фактор-пространство. Размерность суммы и пересечения подпространств, фактор-пространства.

4. Системы линейных уравнений.

Теорема о ранге для матриц. Критерий совместности системы линейных уравнений. Общее решение системы линейных уравнений (определение и отыскание). Однородные системы (пространство решений, фундаментальные системы решений).

5. Многочлены. Формула Тейлора, интерполяционный многочлен.

Линейные преобразования векторных пространств. Изоморфизм с алгеброй матриц. Образ, ядро, ранг и дефект линейного преобразования.
Невырожденные преобразования. Инвариантные подпространства.

6. Квадратичные формы.

Поведение матрицы квадратичной формы при линейной замене переменных. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции для вещественных квадратичных форм. Положительно определенные формы (критерий Сильвестра).

Основы функционального анализа

1. Конечномерные вещественные пространства (характеристики открытых, замкнутых и компактных множеств).

2. Основные теоремы о сходимости последовательностей измеримых функций (теорема Егорова).

3. Определения и основные свойства интеграла Лебега. Теоремы Лебега, Фату о предельном переходе под знаком интеграла. Теорема Фубини.

4. Нормированные пространства, Полнота, сепарабельность, критерий компактности, сильная и слабая сходимости.

5. Гильбертовы пространства. Теоремы Рисса - Фишера. Ряды и интегралы Фурье.

6. Элементы теории линейных операторов. Теорема Бахана об обратном операторе. Теорема Хана - Бахана. Теорема Фредгольма для вполне непрерывных операторов.

Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения и нормальной системы. Зависимость решения от начальных условий и от параметров.

2. Общая теория линейных систем.

Необходимое и достаточное условие линейной независимости решений линейной однородной системы. Построение общего решения. Неоднородные линейные системы. Метод вариации произвольных постоянных. Линейное уравнение *n*- го порядка. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

3. Теория устойчивости

Теорема Ляпунова об устойчивости. Теоремы о неустойчивости. Устойчивость по первому приближению. Понятие о краевых задачах для уравнения второго порядка. Собственные числа. Собственные функции. Функция Грина.

Уравнения с частными производными.

1. Характеристика уравнений в частных производных. Постановка задач для уравнений математической физики. Понятие корректных и некорректно поставленных задач. Пример Адамара. Примеры постановок обратных задач.

2. Гиперболические уравнения.

Приведение к каноническому виду гиперболической системы 1-порядка с двумя независимыми переменными. Задача Коши и смешанная задача в квадрате для этой системы. Теорема существования и единственности. Одномерное волновое уравнение (струна). Постановка задач и формулы для их решения. Интеграл энергии. Теорема единственности решения задачи Коши и смешанной задачи. Априорные оценки решения волнового уравнения.

3. Параболические уравнения.

Принцип максимума. Теоремы единственности для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона решения уравнения теплопроводности по начальным значения температуры (задача Коши). Разностный метод решения уравнения теплопроводности. Явные и неявные разностные схемы. Метод прогонки решения одномерных неявных трехточечных разностных уравнений.

4. Метод Фурье.

Применение метода Фурье к решению первой краевой задачи для уравнения теплопроводности. Задача о колебаниях в ограниченном объеме.

Методы вычислений

1.Численные методы линейной алгебры. Вычисление наибольшего по модулю собственного значения матрицы. Итерационные методы. Способы ускорения сходимости. Градиентные методы. Методы ортогонализации. Метод прогонки. Устойчивость метода.

2. Общая теория разностных схем.

Аппроксимация. Аппроксимационная вязкость. Устойчивость. Достаточные признаки устойчивости. Сходимость. Теорема Лакса об эквивалентности. Вариационно-разностные схемы.

Механика сплошных сред.

1. Основные модели сплошных сред. Модель идеальной жидкости. Уравнения Эйлера. Полные системы уравнений для идеальной, несжимаемой и сжимаемой жидкостей. Ньютоновская жидкость. Постановка основных краевых и начально-краевых задач для уравнений Навье-Стокса.

2. Интегралы уравнений движения жидкости в потенциальном поле внешних сил. Интеграл Бернулли. Интеграл Коши - Лагранжа.

3. Общие формы классической (линейной) теории упругости. Различные формы закона Гука для однородного изотропного упругого тела. Первая, вторая и смешанная - основные краевые задачи статики упругого тела. Уравнения Ламе.

4. Теоремы единственности решения основных краевых задач динамики упругого тела. Закон Гука для анизатропных упругих сред. Колебания упругих тел. Продольные и поперечные волны, скорости их распространения. Поверхностные волны Релея. Волны Лява.

Математическое моделирование.

1. Основные виды научных исследований. Значение математики и вычислительной техники в научных исследованиях. Определение понятия «модель», функции моделей при проведении научных исследований. Обоснование корректности моделей. Основные этапы моделирования. Детерминированные и стохастические модели.

2. Общие принципы математического моделирования. Построение математической модели на основе законов сохранения. Требования к вычислительным алгоритмам для реализации математической модели на ЭВМ. Методы распараллеливания численных алгоритмов.

3. Методы обработки данных и временных рядов. Нейросети, машинное и глубокое обучение. Виды нейросетей. Агентное моделирование.

Литература

1. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М.: «Физматлит», 2006. Т. 1 - 3.

2. Фомин С.В., Колмогоров А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа: учебник. Издательство: ФИЗМАТЛИТ, 2009 г.

3. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа, т. 1,2, Физматлит, М., 2002,

4. Колмогоров А. Н. и Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. 2003

5. Бицадзе А.В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного, 1984.

6. Билута П. А. Лекции по теории функций комплексного переменного. Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск, 2005.

7. Петровский И.Г Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Издательство:ФИЗМАТЛИТ 2009

8. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений, Москва, Комкнига, 2007.

9. Курош А. Г. "Курс высшей алгебры". М.: Наука, 2007.

10. Кострикин А.И. "Введение в алгебру". Ч. 1, 2: Наука, 2004.

11. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики Москва Наука, 2004.

12. Строгалев В. П., Толкачева И. О. Имитационное моделирование. — МГТУ им. Баумана, 2008.

13. Айвазян С. А. Прикладная статистика. Основы эконометрики. Том 2. — М.: Юнити-Дана, 2001. — 432 с

14. Michael A. Nielsen, "Neural Networks and Deep Learning", Determination Press, 2015 http://neuralnetworksanddeeplearning.com/about.html