

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ  
ИНСТИТУТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ  
И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГЕОФИЗИКИ  
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
(ИВМиМГ СО РАН)**



**УТВЕРЖДАЮ**  
Директор ИВМиМГ СО РАН  
М.А. Марченко  
«11» апреля 2022 г

**ПРОГРАММА**

вступительных испытаний поступающих на обучение по программам  
подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре по  
специальной дисциплине

научная специальность:

1.1.6. Вычислительная математика

Форма проведения вступительных испытаний.

Вступительные испытания проводятся в устной форме.

Для подготовки ответов поступающий использует экзаменационные листы.

Председатель секции Ученого совета  
«Вычислительная математика и численное  
моделирование в физике атмосферы  
и гидросферы»

Г.А Михайлов

Разработал:

член корр. РАН Г.А. Михайлов

д.ф.-м.н., профессор Ю.М. Лаевский

## ПРОГРАММА

Вступительных испытаний по специальности 1.1.6

Вычислительная математика

### **Математический анализ.**

1. Теория пределов. Теория рядов. Основные теоремы о непрерывных функциях.
2. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема о средних значениях, теоремы о неявных функциях, формула Тейлора).
3. Основные теоремы интегрального исчисления (теорема о замене переменное, теоремы о повторных Интегралах, формулы Грина, Остроградского и Стокса).

### **Основы функционального анализа.**

4. Пространство, норма, гильбертовы пространства.
5. Линейные функционалы, непрерывность, теорема Рисса.
6. Операторы, вполне непрерывные операторы.

### **Обыкновенные дифференциальные уравнения.**

7. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.  
Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения и нормальной системы. Зависимость решения от начальных условий и параметров.
8. Общая теория линейных систем.  
Необходимое и достаточное условие линейной независимости решений линейной однородной системы. Построение общего решения.  
Неоднородные линейные системы. Метод вариации произвольных постоянных.  
Линейное уравнение  $n$ -го порядка. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

### **Алгебра.**

9. Системы линейных уравнений.  
Теорема о ранге матриц. Теорема Кронекера-Капелли. Общее решение системы

линейных уравнений. Однородные системы (пространство решений, фундаментальные системы решенной).

10. Многочлены.

Делимость многочленов (алгоритмы деления с остатком, наибольший общий

делитель, алгоритмы Евклида). Разложение на неприводимые множители. Корни

и значения (теорема Безу, формула Тейлора, интерполяционный многочлен).

Основная теорема о корнях многочлена.

11. Линейные преобразования векторных пространств.

Образ, ядро, ранг и дефект, линейного преобразования.

Невырожденные

преобразования. Инвариантность пространства.

12. Квадратичные формы.

Поведение матриц квадратичной формы при линейной замене переменных.

Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции

действительной квадратичной формы. Положительно определенные формы.

### Уравнения с частными производными.

13. Введение.

Характеристика уравнений в частных производных. Постановка задач для

уравнений математической физики. Понятие о корректности постановок. Пример

Адамара.

14. Гиперболические уравнения.

Приведение к каноническому виду гиперболической системы 1-го порядка с

двумя неизвестными. Задача Коши и смешанная задача в квадрате для этой системы. Теорема существования и единственности. Одномерное волновое уравнение (струна). Постановка задач и формулы их решения. Интеграл энергии. Теорема единственности решения задачи Коши и смешанной задачи.

15. Параболические уравнения.

Принцип максимума. Теорема единственности для уравнения теплопроводности.

Формула Пуассона решения уравнения теплопроводности по начальным

значениям температуры (задача Коши).

16. Эллиптические уравнения.

Гармоническая функция. Формула Пуассона. Принцип максимума.  
Вариационный принцип.

### Методы вычислений.

17. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений.  
Метод исключения Гаусса. Быстрое преобразование Фурье. Метод циклической редукции. Метод прогонки.
18. Итерационные методы.  
Метод Рундсона. Метод расщепленная. Метод Гаусса-Зейделя.  
Метод верхней.  
релаксации. Метод Чебышева. Оптимизация параметров.  
Вариационные методы.  
Метод минимальных невязок. Метод сопряженных градиентов.
19. Методы решения спектральных задач.  
Степенной метод. Метод Якоби.  
Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.  
Метод Адамса. Метод Рунге-Кутта.
20. Основы теории разностных схем  
Аппроксимация. Устойчивость. Сходимость. Теорема сходимости.  
Интегро-интерполяционный метод. Двухслойные схемы. Достаточные условия устойчивости. Спектральный признак устойчивости.  
Устойчивость схемы с весами. Исследование устойчивости на основе энергетических неравенств. Схема расщепления. Схема переменных направлений. Схема покомпонентного расщепления.
21. Основы проекционно-сеточных методов.  
Проекция обобщенного решения на конечномерное подпространство.  
Основная  
лемма. Метод Галеркина. Задача о Минимуме функционала энергии.  
Метод  
Ритца. Кусочно- линейный базис. Аппроксимация по методу конечных элементов.

### Литература.

- [1]. Бесов О.В. Лекции по математическому анализу. 2-е изд. Москва, Изд-во Физматлит, 2015 г.
- [2]. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. Москва, Изд-во «Лань», 2013 г.
- [3]. Лебедев В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика. Учебное пособие. Москва, Изд-во Физматлит, 2005 г.
- [4]. Воеводин В.В. Линейная алгебра. Москва, Изд-во «Лань», 2009 г.

- [5]. Тыртышников Е.Е. Матричный анализ и линейная алгебра. Учебное пособие. Москва, Изд-во Физматлит, 2007 г.
- [6]. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Москва, Изд-во МЦНМО, 2012.
- [7]. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. (Курс высшей математики и математической физики). Москва, Изд-во Физматлит, 2005 г.
- [8]. Рябенский В.С. Введение в вычислительную математику. 3-изд. Москва, Изд-во Физматлит, 2008г.
- [9]. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. Москва, Изд-во «Лань», 2009 г.