

**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт вычислительной математики и математической геофизики  
Сибирского отделения Российской академии наук  
(ИВМиМГ СО РАН)**

---

**УТВЕРЖДАЮ**  
Директор ИВМиМГ СО РАН  
М.А. Марченко  
« 03 » \_\_\_\_\_ 2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Обратные и некорректные задачи**

**Научная специальность:**

1.1.6. Вычислительная математика (физико-математические)

1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ  
(физико-математические, технические науки)

**Уровень образования:** подготовка кадров высшей квалификации

**Форма обучения:** очная

Новосибирск, 2022

## АННОТАЦИЯ

Дисциплина «Обратные и некорректные задачи» реализуется в рамках Блока 2 Дисциплины (модули) по выбору образовательной программы высшего образования – программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук» (ИВМиМГ СО РАН) по научным специальностям 1.1.6 Вычислительная математика, 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Основным источником материалов для формирования содержания программы являются: материалы конференций, симпозиумов, семинаров, Интернет-ресурсы, научные издания и монографические исследования и публикации.

Дисциплина «Обратные и некорректные задачи» реализуется в рамках образовательной программы в составе модулей «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», «Вычислительная математика» и является базовой для выполнения научно-исследовательской деятельности и подготовки к защите диссертации на соискание ученой степени кандидата наук..

Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану составляет 3 зач.ед. (108 часа), из них лекций – 20 час, семинарских занятий – 18 часов, практических занятий – 6 часов и самостоятельной работы – 44 часа., контроль самостоятельной работы аспиранта-10 час. Дисциплина реализуется на 2 или 3 курсе, продолжительность обучения – 1 семестр.

Текущая аттестация проводится в соответствии с заданиями и формами контроля, предусмотренными настоящей программой.

### 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

#### Цели и задачи дисциплины «Обратные и некорректные задачи»

##### Цель:

- подготовка высокопрофессиональных специалистов в области исследования решений обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, моделирующих основные физические процессы, и владеющих методологией разработки аналитических и численных алгоритмов решения прикладных задач возникающих в математической физики и, в частности, в геофизике.

- отражение внутреннего единства и красоты математики и ее важнейших направлений: анализа, алгебры и вычислительной математики, образующих органическую основу теории обратных и некорректно поставленных задач.

Задачей программы является обоснование положения о том, что математика становится одним из главных инструментов исследований современной математической физики.

##### Задачи:

- ознакомление с различными постановками обратных и некорректных задач;
- изучение методов и алгоритмов идентификации математических моделей;

ознакомление с современными программными средствами используемых для решения прямых задач.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

##### Иметь представление:

- об обратных и некорректно поставленных задачах возникающих в таких приложениях как геофизика, томография, медицина;
- о методах и алгоритмах идентификации различных постановок обратных задач;
- о современном состоянии дел в изучаемой дисциплине.

**Знать:**

- основные определения и методы регуляризации обратных и некорректных задач;
- методы и средства реализации решения прямых задач различных математических моделей математической физики;
- алгоритмы решения обратных и некорректно поставленных задач.

**Уметь:**

- разрабатывать и использовать различные математические модели идентификации моделей;
- использовать современные программные реализации и библиотеки для решения прямых и обратных задач математической физики;
- реализовывать (при необходимости) собственные программные средства решения обратных и некорректных задач.

**Владеть:**

- навыками эффективного использования имеющихся знаний для разработки численных методов решения обратных и некорректных задач.

**Приобрести опыт:**

- в реализации различных численных методов и алгоритмов решения обратных и некорректных задач;
- в построении различных постановок обратных задач в приложениях математической физики.

## 2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1. Структура дисциплины

Распределение трудоемкости дисциплины по видам учебных работ

Вид учебной работы	Всего	
	зач.ед.	час.
<b>ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>3</b>	<b>108</b>
<i>Аудиторные занятия</i>		
Лекции (Л)		20
Практические занятия (ПЗ)		6
Семинары (С)		18
Контроль самостоятельной работы (КСР)		10
<i>Самостоятельная работа (СР):</i>		44
Самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к семинарским и практическим занятиям) и самостоятельное изучение теоретического курса.		
<i>Вид промежуточной аттестации:</i>	<b>экзамен</b>	

### 2.2. Содержание разделов дисциплины

Общее содержание дисциплины

Наименование темы (раздела)	Содержание темы (раздела)	Ауди-торные занятия	Самосто-ятельная работа
1. Определения и примеры обратных и некорректных задач	Основные понятия. Терминология.	2	2
2. Теория прямых задач геоэлектрики, акустики и сейсмологии	Основные теоремы о корректности прямых задач. Обзор численных методов решения прямых задач	8	4
3. Интегральные уравнения первого рода.	Рассматриваются различные методы регуляризации интегральных уравнений	8	6
4. Теорема В.К. Иванова. Метод М.М. Лаврентьева. Метод регуляризации А.Н. Тихонова	Основные теоремы теории некорректных задач. Оценки условной устойчивости.	6	4
5. Итерационные методы решения обратных задач.	Методы глобальной оптимизации. Градиентные методы. Методы типа Ньютона. Оценки скорости сходимости и по функционалу.	8	4
6. Некорректные задачи линейной алгебры.	Примеры. Псевдорешение. Сингулярное разложение	6	4
7. Линейные задачи для параболических уравнений.	Задача продолжения	10	8
8. Коэффициентные обратные задачи для гиперболических уравнений.	Постановка коэффициентных обратных задач. Обратная задача акустики. Теория и численные методы решения	16	12

### 2.3. Самостоятельная работа аспиранта

№ раздела (темы)	Краткое содержание раздела (темы)	Часы на выполнение
1	Определения и примеры обратных и некорректных задач Литература: 1. Кабанихин С.И. <i>Обратные и некорректные задачи</i> . Новосибирск, 2009. 2. Романов В.Г. <i>Обратные задачи математической физики</i> . Наука, 1984. 3. Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишатский С.П., <i>Некорректные задачи математической физики и анализа</i> . Наука, 1980.	4
2	Теория прямых задач геоэлектрики, акустики и сейсмологии Литература: 1. Кабанихин С.И. <i>Обратные и некорректные задачи</i> . Новосибирск, 2009. 2. Романов В.Г. <i>Обратные задачи математической физики</i> . Наука, 1984.	8

3. Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишатский С.П., <i>Некорректные задачи математической физики и анализа</i> . Наука, 1980.		
3	Интегральные уравнения первого рода.	8
Литература: 1. Кабанихин С.И. <i>Обратные и некорректные задачи</i> . Новосибирск, 2009. 2. Романов В.Г. <i>Обратные задачи математической физики</i> . Наука, 1984. 3. Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишатский С.П., <i>Некорректные задачи математической физики и анализа</i> . Наука, 1980.		
4	Теорема В.К. Иванова. Метод М.М. Лаврентьева. Метод регуляризации А.Н. Тихонова	6
Литература: 1. Кабанихин С.И. <i>Обратные и некорректные задачи</i> . Новосибирск, 2009. 2. Романов В.Г. <i>Обратные задачи математической физики</i> . Наука, 1984. 3. Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишатский С.П., <i>Некорректные задачи математической физики и анализа</i> . Наука, 1980.		
5	Градиентные методы.	8
Литература: 1. Кабанихин С.И. <i>Обратные и некорректные задачи</i> . Новосибирск, 2009. 2. Романов В.Г. <i>Обратные задачи математической физики</i> . Наука, 1984. 3. Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишатский С.П., <i>Некорректные задачи математической физики и анализа</i> . Наука, 1980.		
6	Некорректные задачи линейной алгебры.	6
Литература: 1. Кабанихин С.И. <i>Обратные и некорректные задачи</i> . Новосибирск, 2009. 2. Романов В.Г. <i>Обратные задачи математической физики</i> . Наука, 1984. 3. Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишатский С.П., <i>Некорректные задачи математической физики и анализа</i> . Наука, 1980.		
7	Линейные задачи для параболических уравнений.	14
Литература: 1. Кабанихин С.И. <i>Обратные и некорректные задачи</i> . Новосибирск, 2009. 2. Романов В.Г. <i>Обратные задачи математической физики</i> . Наука, 1984. 3. Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишатский С.П., <i>Некорректные задачи математической физики и анализа</i> . Наука, 1980.		
8	Коэффициентные обратные задачи для гиперболических уравнений.	18
Литература: 1. Кабанихин С.И. <i>Обратные и некорректные задачи</i> . Новосибирск, 2009. 2. Романов В.Г. <i>Обратные задачи математической физики</i> . Наука, 1984. 3. Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишатский С.П., <i>Некорректные задачи математической физики и анализа</i> . Наука, 1980.		

### 3. ТЕКУЩАЯ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ.

**Текущая аттестация аспирантов.** Текущая аттестация аспирантов проводится в соответствии с локальным актом ИВМиМГ СО РАН – Положением о текущей, промежуточной и итоговой аттестации аспирантов ИВМиМГ СО РАН по программам высшего образования – программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре и является обязательной.

Текущая аттестация по дисциплине проводится в форме опроса, а также оценки вопроса-ответа в рамках участия обучающихся в обсуждениях и различных контрольных мероприятиях по оцениванию фактических результатов обучения, осуществляемых преподавателем дисциплины.

Объектами оценивания выступают:

- учебная дисциплина – активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость занятий;
- степень усвоения теоретических знаний и уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы, проводимых в рамках семинаров и самостоятельной работы.

Оценивание обучающегося на занятиях осуществляется с использованием нормативных оценок по четырехбалльной системе (5 – отлично, 4 – хорошо, 3 – удовлетворительно, 2 – неудовлетворительно).

**Промежуточная аттестация аспирантов.** Промежуточная аттестация аспирантов по дисциплине проводится в форме *экзамена* в соответствии с локальным актом ИВМиМГ СО РАН – Положением о текущей, промежуточной и итоговой аттестации аспирантов ИВМиМГ СО РАН по программам высшего образования – программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре и является обязательной.

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется в форме *экзамена* в период зачетно-экзаменационной сессии в соответствии с Графиком учебного процесса Обучающийся допускается к экзамену в случае выполнения всех учебных заданий и мероприятий, предусмотренных настоящей программой. В случае наличия учебной задолженности (пропущенных занятий и/или невыполненных заданий) аспирант отрабатывает пропущенные занятия и выполняет задания.

Оценивание обучающегося на промежуточной аттестации осуществляется с использованием нормативных оценок по четырехбалльной системе (5 – отлично, 4 – хорошо, 3 – удовлетворительно, 2 – неудовлетворительно).

#### Оценивание аспиранта на промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка экзамена (нормативная)	Требования к знаниям и критерии выставления оценок
<i>Отлично</i>	Аспирант демонстрирует всестороннее, систематическое и глубокое знание материала, а также умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой; усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой; в полном объеме усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии.
<i>Хорошо</i>	Аспирант демонстрирует полное знание учебно-программного материала; успешно выполнил предусмотренные в программе задания; усвоил основную литературу, рекомендованную в программе; показал систематический характер знаний в области имитационного моделирования и способность к самостоятельному пополнению и обновлению знаний.

Удовлетворительно	Аспирант демонстрирует знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для предстоящей работы; в целом справился с выполнением заданий, предусмотренных программой; знаком с основной литературой, рекомендованной программой. При этом, хотя аспирант допускает погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, у него есть необходимые знания для их устранения под руководством преподавателя.
Неудовлетворительно	Аспирант при ответе обнаруживает существенные пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий.

**Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

Форма контроля знаний	Вид аттестации	Примечание
Опрос, Дискуссия	Текущая	Подготовка и ответ на семинарском занятии по заданным вопросам Обсуждение проблематики предмета
Домашнее задание: проверочные работы	Текущая	<b>Примеры некорректных задач.</b> Выполнение домашних заданий по теме исследований, которые нацелены на закрепление материала дисциплины и на привитие навыков использования нового математического аппарата.
Контрольные самостоятельные работы	Текущая	<b>Примеры некорректных задач.</b> Знакомство с оригиналами российских и иностранных публикаций по теории обратных и некорректных задач и их применениям в приложениях. Целью данной работы является освоение русской и иностранной терминологии теории обратных задач, погружение в мир конкретных научных задач, знакомство с конкретными мировыми школами по исследованию теории и построению численных методов решения обратных и некорректных задач (перевод иностранных научных публикаций также полезен магистрантам для сдачи кандидатского экзамена по иностранному языку).
Экзамен	Промежуточная	<b>Вопросы к экзамену</b>

**Промежуточный контроль. Типовые контрольные задания.**

Примеры типовых задач и вопросов:

1. Показать некорректность задачи дифференцирования.
2. Привести пример некорректной задачи линейной алгебры.
3. Указать классы разрешимости одномерной прямой задачи электродинамики.
4. Привести пример Адамара для задачи Коши для уравнения Лапласа.
5. Показать связь сингулярного разложения и регуляризации Тихонова.
6. Метод сингулярного разложения для матриц.
7. Привести пример регуляризации уравнения Вольтерра первого рода.
8. Выписать градиент для обратной задачи акустики.
9. Структура решения прямой задачи акустики.
10. Объяснить основы миграционного подхода.
11. Свести обратную задачу акустики к задаче Гурса. Замена переменной.

12. Свести одномерную обратную задачу акустики к системе интегральных уравнений Вольтерра.
13. Свести одномерную обратную задачу для уравнения струны к системе интегральных уравнений Вольтерра.
14. Показать алгоритм метода обращения разностной схемы.
15. Показать некорректность задачи продолжения.
16. Показать некорректность задачи дифференцирования.
17. Вывести уравнение Гельфанда-Левитана-Крейна.
18. Сформулировать класс решений одномерной обратной задачи акустики.
19. Сформулировать класс данных одномерной обратной задачи акустики.
20. Выписать градиент функционала для задачи продолжения.
21. Доказать лемму Гронуолла.
22. Сформулировать свойства компактного оператора.
23. Сформулировать метод общей глубинной точки.
24. Дать определение регуляризирующего семейства операторов.

### Вопросы (задания) к экзамену (примерные)

- 1) Теория прямых задач геофизики. Доказать корректность начально-краевой одномерной задачи электродинамики.
- 2) Введение в теорию обратных и некорректных задач. Классификация обратных и некорректных задач. Таблица корректных и некорректных задач.
- 3) Некорректные задачи. Примеры постановок прямых и обратных (некорректных) задач: задача интерпретации физических приборов, задача для уравнения теплопроводности.
- 4) Некорректные задачи. Примеры постановок прямых и обратных (некорректных) задач: уравнение Фредгольма, задача Коши для уравнения Лапласа (пример Адамара).
- 5) Примеры обратных задач: обратная задача для гиперболического уравнения, задача Коши для уравнения теплопроводности с обратным временем, обратная задача для уравнения теплопроводности.
- 6) Прямые и обратные задачи геофизики. Интерпретация показаний физических приборов.
- 7) Общая теория некорректных задач. Определения. Корректность по Адамару. Условная корректность (корректность по Тихонову).
- 8) Теорема А.Н. Тихонова. Метод подбора.
- 9) Метод М.М. Лаврентьева
- 10) Теорема В.К. Иванова. Псевдорешение.
- 11) Градиентные методы. Оценка сходимости по функционалу. Оценка скорости сильной сходимости.
- 12) Методы глобальной оптимизации.
- 13) Методы типа Ньютона решения обратных и некорректных задач.
- 14) Задача с распределенными начальными данными (волновое уравнение). Лемма о разрешимости прямой задачи. Конечно-разностный метод решения прямой задачи.
- 15) Задача с распределенными начальными данными. Теорема о разрешимости обратной задачи.
- 16) Задача с распределенными начальными данными. Сведение обратной задачи к системе интегральных уравнений. Метод обращения разностной схемы.
- 17) Обратная задача с точечным источником. Свойства решения прямой задачи.
- 18) Сведение обратной задачи с точечным источником к системе интегральных уравнений Вольтерра.
- 19) Миграционный подход интерпретации данных.
- 20) Динамический вариант метода Гельфанда-Левитана.
- 21) Обратная задача акустики. Сведение задачи акустики к задаче определения акустической жесткости среды. Структура решения прямой задачи. Задача Гурса. Сведение

обратной задачи к системе интегральных уравнений. Метод обращения разностной схемы для обратной задачи акустики.

22) Эквивалентность постановок обратных задач для гиперболических уравнений.

23) Задача дифференцирования. Метод регуляризации.

24) Градиентные методы. Структура градиентных методов. Градиент для регуляризованной обратной задачи. Схема метода простой итерации для решения регуляризованной обратной задачи.

#### **4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

##### *Основная литература*

1. Кабанихин С.И. *Обратные и некорректные задачи*. Новосибирск, 2009.
2. Романов В.Г. *Обратные задачи математической физики*. Наука, 1984.
3. Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишатский С.П., *Некорректные задачи математической физики и анализа*. Наука, 1980.

##### *Дополнительная литература*

1. Лаврентьев М.М., Савельев Л.Я. *Теория операторов и некорректные задачи*.
2. Васильев Ф.П. *Методы решения экстремальных задач*. Наука, 1981.

Необходимые дополнительные материалы по дисциплине, не представленные в литературе из основного и дополнительного списка, можно найти в Российской электронной научной библиотеке (<http://elibrary.ru>) и электронной библиотеке IEEE (<http://ieeexplore.ieee.org>), а также в материалах конференций INASE (<http://www.inase.org/library/>). Кроме указанных выше, используются порталы Высшей аттестационной комиссии (<http://vak.ed.gov.ru>), Новосибирского государственного университета ([nsu.ru](http://nsu.ru)) и сайт [aspirantura.ru](http://aspirantura.ru).

#### **5. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

При чтении лекций и проведении семинаров используется современное мультимедийное оборудование, необходим доступ к интернету. Для лекций необходим класс, оснащённый мультимедийным проектором и имеющий в составе программного обеспечения MS Office и Acrobat Reader; для семинаров – компьютерный класс, имеющий в составе математического обеспечения демонстрационные (как минимум) версии AnyLogic и Simulink.

Необходимые дополнительные материалы по дисциплине, не представленные в литературе из основного и дополнительного списка, можно найти в Российской электронной научной библиотеке (<http://elibrary.ru>) и электронной библиотеке IEEE (<http://ieeexplore.ieee.org>), а также в материалах конференций INASE (<http://www.inase.org/library/>). Кроме указанных выше, используются порталы Высшей аттестационной комиссии (<http://vak.ed.gov.ru>), Новосибирского государственного университета ([nsu.ru](http://nsu.ru)) и сайт [aspirantura.ru](http://aspirantura.ru).

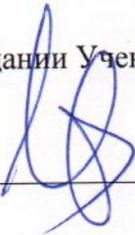
#### **6. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для обеспечения реализации дисциплины используются стандартный комплект программного обеспечения (ПО) Windows, MS Office.

## 7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В ходе реализации учебного процесса по дисциплине проводятся лекционные занятия (в контактной форме и в on-line режиме). Материалы лекционного курса увязываются с передовыми исследованиями везде, где это допускается уровнем знаний и подготовки аспирантов. Специально указываются темы, активно обсуждающиеся в текущей научной литературе. По темам, рассматриваемым на лекции и изучаемым самостоятельно, проводятся семинары, обсуждение в виде дискуссии, проводятся консультации.

Рабочая программа утверждена на заседании Ученого совета ИВМиМГ СО РАН, протокол № 10 от «03» 06 2022 г.

Председатель Ученого совета \_\_\_\_\_  М.А. Марченко

Исполнитель: Шишленин М.А. доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории математических методов геофизики.

Согласовано:

Зам. директора по научной работе \_\_\_\_\_  А.В. Пененко